

114 年度縣市學生學習能力檢測

數學三年級施測結果報告

國立臺中教育大學

National Taichung University of Education

測驗統計與適性學習研究中心

中華民國 114 年 12 月

目 錄

壹、背景與目的	1
一、背景.....	1
二、目的.....	1
貳、參與縣市與檢測規模	2
參、檢測對象與檢測工具	3
一、檢測對象.....	3
二、檢測工具.....	3
肆、試題分析與教學建議	5
伍、整體學力表現分析	104
一、不同背景變項學生整體學力表現分析.....	104
二、國民小學三年級學生於不同學習重點之答對率表現.....	105
陸、整體教學建議	111
柒、附錄	131

壹、背景與目的

一、背景

測驗與評量是教育歷程中十分重要的一環，透過學力檢測可協助師生瞭解學生之學習成效與升學進路，及早發現待加強學生並啟動積極性教學介入，教育當局亦能評估施行的相關政策，透過調節教育資源來強化發展教學成效。

107 年開始，桃園市等五縣市以委託形式，由國立臺中教育大學測驗統計與適性學習研究中心協助辦理縣市學生學習能力檢測試題研發暨資料分析工作，108 年起，改以中心自辦學力檢測研發，各縣市依需求參與形式運作，114 年度有基隆市、新北市、桃園市、新竹縣、新竹市、苗栗縣、臺中市、南投縣、雲林縣、嘉義縣、嘉義市、臺南市、高雄市、屏東縣、花蓮縣、澎湖縣以及金門縣等十七縣市共同參與，檢測對象為國民中小學三年級至八年級學生，檢測科目包含國語文、數學和英語文。

此份報告係根據檢測分析結果撰寫，現場教師可據以瞭解學生於各評量向度之表現情形，進而對學生進行適性適才之教學；教育決策者亦可更精準的將相關資源挹注於需求性相對較高的教育現場，讓教育和教學有效的朝「把每一個孩子帶上來」的方向前進。

二、目的

- (一) 測驗專責單位統一研發試題，降低各縣市命題壓力和研發成本。
- (二) 國民小學及國民中學學生學習能力檢測分析結果，協助教師瞭解學生學習概況以及科目內有待加強之內容向度。
- (三) 不同背景變項國民小學及國民中學學生學習能力表現之差異分析，可做為學校輔導或教育政策研擬之參考。

貳、參與縣市與檢測規模

本年度縣市學生學習能力檢測於 114 年 5 月 29 日進行，數學三年級施測人數為 45,403 人。各縣市在數學三年級之詳細參與情形如下表 2-1 所示。

表 2-1 114 年度國民小學學生學習能力檢測數學三年級縣市參與人數摘要表

參與縣市	報考學生人數	到考人數	缺考人數
基隆市	2,804	2,688	116
新竹縣	6,687	6,384	303
苗栗縣	4,799	4,663	136
雲林縣	4,948	4,750	198
嘉義縣	2,930	2,855	75
臺南市	15,663	15,149	514
屏東縣	5,911	5,705	206
花蓮縣	2,638	2,574	64
金門縣	637	635	2
總計	47,017	45,403	1,614

參、檢測對象與檢測工具

一、檢測對象

114 年參與國立臺中教育大學所承辦「國民小學數學三年級學生學習能力檢測」者為基隆市、新竹縣、苗栗縣、雲林縣、嘉義縣、臺南市、屏東縣、花蓮縣及金門縣等九縣市之國民小學三年級學生（未排除資源班及特殊生），應考名冊羅列 47,017 人、實際施測人數 45,403 人，其中男生 24,194 人、女生 22,264 人、未填寫性別 559 人，整體缺考率約為 3.4%。

二、檢測工具

「國民小學數學三年級學生學習能力檢測」（以下簡稱學力檢測）由國立臺中教育大學測驗統計與適性學習研究中心邀集數學領域專家教授及現職國民小學教師組成命審題團隊。本次學力檢測試題包括「評量指標－知識向度」與「評量指標－認知向度」等兩個向度。其中，評量指標－知識向度包含數與計算、量與實測、空間與形狀以及關係等四個指標；評量指標－認知向度包含概念理解、程序執行與解題思考等三個指標。學力檢測施測之正式題本總題數為 25 題，試題評量架構與試題各面向之題數分布如表 3-1 所示。

表 3-1 數學領域三年級正式題本評量指標架構與試題之題數分布

知識向度 \ 認知向度	概念理解	程序執行	解題思考
數與計算	6	3	5
量與實測	2	2	-
空間與形狀	3	-	2
關係	2	-	-

命題團隊為顧及試題分布之均衡性，依概念理解、程序執行與解題思考等三個評量指標－認知向度；數與計算、量與實測、空間與形狀以及關係等四個評量指標－知識向度，二個面向進行測驗試題之設計。「**數與計算**」：10000 以內的數（含位名及位值單位換算）；整數數線；整數加、減直式計算；乘以及除一位數；兩步驟應用問題（加減與除、連乘）；四則估算；同分母分數，比較與加減。「**量與實測**」：容量（公升、毫升）、重量（公斤、公克）、長度（毫米），含實測、量感、估算與計算、單位換算。「**空間與形狀**」：角與角度；正方形與長方形；圓；幾何形體操作。「**關係**」：數量模式與推理。詳細試題內容於各評量指標之分布題數如表 3-2 所示。

表 3-2 數學領域三年級施測正式題本於評量指標之題數分析

向度		學習重點	題數	題號
數與計算	概念理解	N-3-3、N-3-1、N-3-4、 N-3-5、N-3-9、N-3-9	6	03、13、18、20、 24、25
	程序執行	N-3-2、N-3-7、N-3-11	3	04、14、23
	解題思考	N-3-2、N-3-7、N-3-8、 N-3-4、N-3-3	5	01、06、07、11、 17
量與實測	概念理解	N-3-16、N-3-12	2	08、12
	程序執行	N-3-12、N-3-15	2	05、21
空間與 形狀	概念理解	S-3-2、S-3-3、S-3-3	3	09、15、22
	解題思考	S-3-1（同 N-3-13）、S- 3-1	2	02、16
關係	概念理解	R-3-2、R-3-2	2	10、19

肆、試題分析與教學建議

本報告先分析「114 年國民小學數學三年級學生學習能力檢測」結果，再針對各試題提供相關建議，本試卷信度 Cronbach's alpha 值為 0.77，具一致性、穩定性及可靠性。

整份試卷未作答、連續五題以上未作答或答對率低於 0.25，且作答反應中有疑似亂答為無效樣本者予以刪除，資料整理後納入分析之有效樣本數為 45,307 人，其中各科試題分析結果呈現時所涉及的名詞分別定義如表 4-1：

表 4-1 試題分析名詞解釋

試題分析名詞	解釋
高分組	參與測驗有效樣本總分排名前 27%之學生。
低分組	參與測驗有效樣本總分排名後 27%之學生。
選答率	參與測驗有效樣本於此試題選答各選項之比率。
通過率	參與測驗有效樣本之試題答對率。
鑑別度	高分組試題答對率與低分組試題答對率之差。

試題代碼：本次學力檢測試題分析報告中，每道數學題幹均配有一組試題代碼「114-Mn₁-□n₂-n₃」。其中，M 表示「數學科」；n₁ 表示「n₁ 年級」；□表示「知識向度」(A：數與計算；B：量與實測；C：空間與形狀；D：關係)；n₂ 表示「認知向度」(1：概念理解；2：程序執行；3：解題思考)；n₃ 表示「題號」(01 表示第 1 題)。

題號	試題代碼					答案	
1	114-M3-A3-01					1	
學習重點	N-3-2 加減直式計算：含加、減法多次進、退位。 備註：須處理數字中有 0 的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。						
知識向度	數與計算		認知向度		解題思考		
題目	大賣場昨天賣出 2876 個麵包，今天賣出 3426 個麵包，請問兩天合起來賣出多少個麵包？ ① 6302 個 ② 5392 個 ③ 5302 個 ④ 5292 個						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：96%
	全 體	0.96	0.01	0.02	0.01	0.00	
	高分組	0.99	0.00	0.01	0.00	0.00	鑑別度：0.10
	低分組	0.89	0.04	0.05	0.03	0.00	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題是加法文字題，要求學生算出答案，評量學生四位數加減直式計算的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 96%，高分組答對率 99%，低分組答對率 89%，鑑別度 0.10。							
2. 96%的學生選擇正確答案①，1%的學生選擇②，2%的學生選擇③，1%的學生選擇④。							
(三) 選項及學生表現說明							
1. 本題鑑別度為 0.10，正確答案為選項①，通過率為 96%，顯示近十成的學生已具備四位數加減直式計算的能力。							
2. 有 1%的學生選擇②(低分組有 4%)，這些學生可能不具備四位數加減直式計算的能力，學生在個位數相加時正確進位，但在十位數的進位上發生了錯誤。							

3. 有 2% 的學生選擇③(低分組有 5%)，這些學生可能不具備四位數加減直式計算的能力，學生在千位數的進位上發生了錯誤。

4. 有 1% 的學生選擇④(低分組有 3%)，這些學生可能不具備四位數加減直式計算的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-2-2</p> <p>加減算式與直式計算：用位值理解多位數加減計算的原理與方法。初期可操作、橫式、直式等方法並陳，二年級最後歸結於直式計算，做為後續更大位數計算之基礎。直式計算的基礎為位值概念與基本加減法，教師須說明直式計算的合理性。</p> <p>備註：不論橫式或直式，加法含二次進位，減法限一次退位。須處理數字中有 0 的題型。為了熟悉位值與直式計算的關係，應先在有位值的表格中學習記錄與計算。</p>	<p>N-3-2</p> <p>加減直式計算：含加、減法多次進、退位。</p> <p>備註：須處理數字中有 0 的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。</p>	<p>N-4-1</p> <p>一億以內的數：位值單位「萬」、「十萬」、「百萬」、「千萬」。</p> <p>建立應用大數時之計算習慣，如「30 萬 1200」與「21 萬 300」的加減法。</p> <p>備註：教學可進行到最後的「一億」，但不進行超過一億的教學。</p>

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備四位數加減直式計算的能力。
2. 學生在加減計算過程中，容易混淆進位或退位的意義。

(二) 核心概念與本題的教學重點

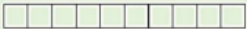

1. 本學習內容 N-3-2 為 N-2-2 之後續學習概念，故學生應該已經理解三位數加減直式計算（不含兩次退位）。本學習內容是整數加、減直式計算的總結，要求學生熟練整數加、減的直式計算。
2. 以退位減法計算問題「 $537 - 251$ 」為例，在說明減法退位計算時，教師經常用「向百位借 1」的說法，這種說法並不正確，因為借了並沒有還回來。建議教師改用「拿一個 $\boxed{100}$ 換 10 個⑩」的說法。
3. 一年級加減法教學重點：基本加減法。
二年級加減法教學重點：二位數的加減直式計算（含進位及退位），三位數的加減直式計算（不含兩次退位）。
三年級加減法教學重點：四位數以內的加減直式計算，並總結整數的加減直式計算。
4. 本學習內容是整數加減直式計算的總結，四年級不再出現與加減法相關的學習內容。教師應幫助學生熟練加減直式計算。因為三年級只引入 10000 以內的數，因此限制和及被減數都必須小於 10000。
5. 學習直式計算，初期應先在有位值記號的算式表格中學習，養成位值對齊的習慣，再做無位值記號的練習。
6. 有兩種使用定位板的時機，第一種是溝通數字的位值及位名，第二種是直式計算溝通不同單位的個數，引入定位板時，教師應說明下面三個限制。
 - (1) 記錄「幾」個十的時候，只能將「幾」記錄在十位，記錄「幾」個一的時候，只能將「幾」記錄在個位。以「將 3 個十，5 個一記在定位板上」為例，定位板記錄不同單位的個數，因此必須將 3 個十的 3 記在十位，5 個一的 5 記在個位，才能夠溝通不同單位計數的意義。
 - (2) 一個位置只能記錄 1 個數碼。

十位	個位
<div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div></div>
3	15

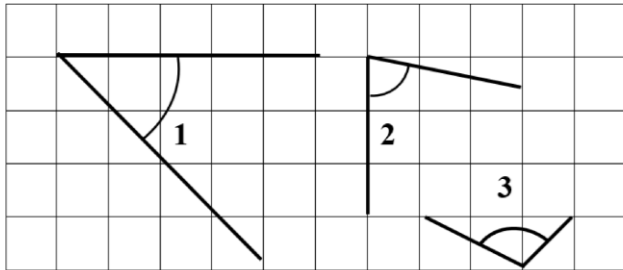
以「將 3 個十、15 個一記在定位板上」為例，將 3 個十的 3 記在十位，將 15 個一的 15 記在個位，如上圖。當定位板存在時，可以清楚的溝通有 3

個十，15 個一，但是脫離定位板記成 315 後，會和三百一十五混淆。因此數學上限制一個位置只能記錄 1 個數碼，必須將 3 個十，15 個一改記成 4 個十，5 個一。

(3) 某位值的個數是 0 時，必須記 0。

十位	個位
	
5	0

以「將 5 個十記在定位板上」為例，將 5 個十的 5 記在十位，如上圖。當定位板存在時，可以清楚的溝通有 5 個十，但是脫離定位板記成 5 後，會和 5 個一混淆，因此數學上限制當個位數字是 0 時，必須在個位上記 0。

題號	試題代碼			答案			
2	114-M3-C3-02			3			
學習重點	S-3-1 (同 N-3-13) 角與角度：以具體操作為主。初步認識角和角度。角度的直接比較與間接比較。認識直角。 備註：同 N-3-13 備註。						
知識向度	空間與形狀	認知向度	解題思考				
題目	<p>下圖中有 $\angle 1$、$\angle 2$ 和 $\angle 3$ 三個角。</p> <div></div> <p>下面關於角的大小的敘述，哪個正確？</p> <p>① $\angle 1$ 最大</p> <p>② $\angle 2$ 最小</p> <p>③ $\angle 3$ 最大</p> <p>④ $\angle 3$ 最小</p>						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：74%
	全 體	0.14	0.06	0.74	0.06	0.00	
	高分組	0.03	0.02	0.93	0.02	0.00	鑑別度：0.44
	低分組	0.28	0.12	0.49	0.10	0.00	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定 3 個角，要求學生選出最大或最小的角，評量學生利用角度直接與間接比較解題的能力。							

(二) 數據說明

1. 整體通過率 74%，高分組答對率 93%，低分組答對率 49%，鑑別度 0.44。
2. 74%的學生選擇正確答案③，14%的學生選擇①，6%的學生選擇②，6%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.44，正確答案為選項③，通過率為 74%，顯示超過七成的學生已具備利用角度直接與間接比較解題的能力。
2. 有 14%的學生選擇①（低分組有 28%），這些學生可能不具備利用角度直接與間接比較解題的能力，學生可能受到邊長的影響，誤認為邊愈長，角就愈大。
3. 有 6%的學生選擇②（低分組有 12%），這些學生可能不具備利用角度直接與間接比較解題的能力，學生可能受到角內扇形面積大小或圓弧長短的影響，認為扇形面積愈小或弧長愈短，角就愈小。
4. 有 6%的學生選擇④（低分組有 10%），這些學生可能不具備利用角度直接與間接比較解題的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	S-2-1 物體之幾何特徵：以操作活動為主。進行辨認與描述之活動。藉由實際物體認識簡單幾何形體（包含平面圖形與立體形體），並連結幾何概念（如長、短、大、小等）。備註：本條目之活動以實際物體為主。幾何特徵指非嚴格定義的頂點、角、邊、面、周界、內外。	S-3-1（同 N-3-13） 角與角度：以具體操作為主。初步認識角和角度。角度的直接比較與間接比較。認識直角。 備註：同 N-3-13 備註。	S-4-1 角度「度」（同 N-4-10）：量角器的操作。實測、估測與計算。以角的合成認識 180 度到 360 度之間的角度。「平角」、「周角」。指定角度作圖。 備註：量角器教學須包括從量角器左右兩側進行量角之活動。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備利用角度直接與間接比較解題的能力。
2. 學生可能受到角的邊長影響，誤認為邊愈長，角就愈大，或邊愈短，角就愈小。
3. 學生可能混淆角張開的程度及標示弧長或扇形面積的意義，誤認為標示的弧比較短或扇形面積比較小，角就比較小。

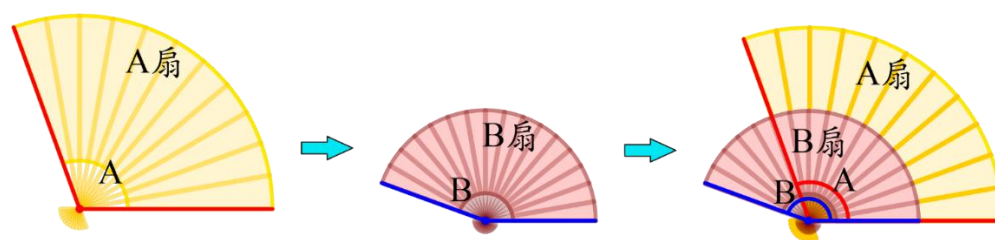
(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 三年級討論的對象是「張開角」，張開角指的是共端點兩重合線段張開的結果，共同的端點稱為頂點，張開後的兩線段稱為邊，因為張開後的形狀像圖形的角，故稱之為張開角。張開角的角度指的是張開的程度，選定單位量後，可以把角張開的程度數量化，討論張開角的角度不宜超過 180 度（不含平角）。
2. 學生常透過邊的長短、扇形面積的大小、弧的長短等特徵，來比較兩個角張開程度的大小，例如學生常誤認下圖右邊那個角的角度比較大，可能的理由是學生只看到張開角張開後的結果，並沒有看到張開的過程，無法理解張開程度的意義，建議教師透過實作，讓學生經驗張開角張開程度的意義。



3. 部分教師習慣透過一把扇子的開與合來跟學生溝通張開角張開程度的意義，認為這種教法很有效率，因為教完之後，學生很快就能解決張開角角度大小的比較問題。當學生說甲角比乙角大，可能是透過甲角的面積比乙角大，或甲角的弧比乙角的弧長的現象，陰錯陽差的認為甲角張開的程度比乙角大。
4. 建議教師透過下面的操作，幫助學生理解角的大小指的是張開程度的大小。先拿出兩把扇子，其中一把扇子的邊比較長，稱為 A 扇，另一把扇子的邊比較短，稱為 B 扇，先張開 A 扇，問學生扇子張開了多大，學生可能描述扇子的面積、弧長等與張開程度無關的答案，此時可將 B 扇張開到和 A 扇一樣大，再問學生這兩把扇子張開的程度是否一樣，此時兩把扇子的面積、邊長及弧長都不相同，只有張開的程度相同，強迫學生排除邊的長短、扇形面積的大小、弧的長短等因素，將注意力放在張開程度上。接下來，再將 B 扇張開一些，問哪一把扇子張開的程度比較大，此時 A 扇的邊長、弧長都比 B 扇長，A 扇的面積也比 B 扇大，只有張開

的程度比較小，可以檢查學生是否掌握張開程度的意義。



題號	試題代碼		答案				
3	114-M3-A1-03		1				
學習重點	N-3-3 乘以一位數：乘法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被乘數為二、三位數。 備註：須處理被乘數有 0 的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。最後須能以一列算出答案。多位數乘以一位數隱含之分配律來自操作經驗與數感，而非分配律教學。						
知識向度	數與計算	認知向度	概念理解				
題目	<p>先_ㄊ算_ㄣ算_ㄣ看_ㄅ， □ 內_ㄣ要_ㄣ填_ㄣ入_ㄣ什_ㄣ麼_ㄣ數_ㄣ字_ㄣ？</p> <p>再_ㄆ說_ㄣ說_ㄣ看_ㄅ， 填_ㄣ入_ㄣ的_ㄣ數_ㄣ字_ㄣ表_ㄣ示_ㄣ什_ㄣ麼_ㄣ？</p> <div><div>7 2 4</div><div>×</div><div>3</div><div></div><div>2 1 □ 2</div></div> <p>① □ 內_ㄣ要_ㄣ填_ㄣ入_ㄣ 7， 表_ㄣ示_ㄣ合_ㄣ起_ㄣ來_ㄣ有_ㄣ 7 個_ㄣ十_ㄣ</p> <p>② □ 內_ㄣ要_ㄣ填_ㄣ入_ㄣ 7， 表_ㄣ示_ㄣ合_ㄣ起_ㄣ來_ㄣ有_ㄣ 7 個_ㄣ一_ㄣ</p> <p>③ □ 內_ㄣ要_ㄣ填_ㄣ入_ㄣ 6， 表_ㄣ示_ㄣ合_ㄣ起_ㄣ來_ㄣ有_ㄣ 6 個_ㄣ十_ㄣ</p> <p>④ □ 內_ㄣ要_ㄣ填_ㄣ入_ㄣ 6， 表_ㄣ示_ㄣ合_ㄣ起_ㄣ來_ㄣ有_ㄣ 6 個_ㄣ一_ㄣ</p>						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：73%
	全 體	0.73	0.06	0.18	0.03	0.00	
	高分組	0.92	0.02	0.06	0.00	0.00	鑑別度：0.47
	低分組	0.46	0.14	0.32	0.08	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標

本題給定乘法直式計算的算式，要求學生選出未知的十位數字，評量學生三位數乘以一位數乘法直式計算的能力。

(二) 數據說明

1. 整體通過率 73%，高分組答對率 92%，低分組答對率 46%，鑑別度 0.47。
2. 73%的學生選擇正確答案①，6%的學生選擇②，18%的學生選擇③，3%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.47，正確答案為選項①，通過率為 73%，顯示超過七成的學生已具備三位數乘以一位數乘法直式計算的能力。
2. 有 6%的學生選擇②（低分組有 14%），這些學生可能尚未具備三位數乘以一位數乘法直式計算的能力。
3. 有 18%的學生選擇③（低分組有 32%），這些學生可能尚未具備三位數乘以一位數乘法直式計算的能力，也可能已具備三位數乘以一位數乘法直式計算的能力，但不熟悉解有□的直式計算問題，他們將□填入數字視為獨立的事件， $2 \times 3 = 6$ ，直接在□內填入 6，不理會在計算 $4 \times 3 = 12$ 時，已將 12 個一換成 1 個十和 2 個一。
4. 有 3%的學生選擇④（低分組有 8%），這些學生可能尚未具備三位數乘以一位數乘法直式計算的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-2-6 乘法：乘法的意義與應用。在學習乘法過程，逐步發展「倍」的概念，做為統整乘法應用情境的語言。	N-3-3 乘以一位數：乘法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被乘數為二、三位數。	N-4-2 較大位數之乘除計算：處理乘數與除數為多位數之乘除直式計算。教師用位值的概念說說明直式計算的合理性。

	<p>備註：可在乘法解題脈絡中，自然使用連加算式，不限步驟。最後能以行列模型理解乘法交換律(R-2-3)。</p> <p>N-2-7</p> <p>十十乘法：乘除直式計算的基礎，以熟練為目標。</p> <p>備註：本單元應和乘法概念的學習同時進行，不可要求學生死背乘法表。本條目的學習可協助在除法情境(如N-2-9)中察覺乘與除的關係。</p>	<p>備註：須處理被乘數有0的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。最後須能以一列算出答案。多位數乘以一位數隱含之分配律來自操作經驗與數感，而非分配律教學。</p>	<p>備註：直式計算乘數與除數限三位。直式計算須注意0的教學。較大位數除法須進行估商的教學。知道如「1600×200」與「$60000 \div 400$」這類算式，可發展出更簡單的計算方法。</p>
--	--	---	---

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備三位數乘以一位數乘法直式計算的能力。
2. 學生可能將口填入數字視為獨立的事件， $2 \times 3 = 6$ ，直接在口內填入6，不理會在計算 $4 \times 3 = 12$ 時，已將12個一換成1個十和2個一。
3. 教師應要求學生由被乘數的個位開始計算，並養成算出口內要填入的數字後，必須驗算判斷答案是否正確的習慣。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 二位數乘以一位數的乘法直式計算，是被乘數為二位數乘法直式計算的基礎，也是除數為二位數除法直式計算的基礎。
以 34×678 為例，直式進行3次34乘以一位數6、7、8的計算。
以 $4613 \div 72$ 為例，學生估商時進行2次72乘以一位數的計算。
三位數乘以一位數的乘法直式計算，是被乘數為三位數乘法直式計算的基礎，

也是除數為三位數除法直式計算的基礎。

以 345×678 為例，直式進行了 3 次 345 乘以一位數 6、7、8 的計算。

以 $4613 \div 172$ 為例，學生估商時進行了 2 次 172 乘以一位數的計算。

2. 有兩種分解 147 的方法，第一種是將 147 分解成 100、40 和 7，第二種是將 147 分解成 1 個百 4 個十和 7 個一。乘法直式計算採用第二種分解方式，使得每一個單位的個數都不超過 10，藉以簡化計算。

下面的圖一是第一種分解方法的乘法直式計算，圖二是第二種分解方法的乘法直式計算。

不易將第一種分解方法的乘法直式計算結果記成一行，學生必須先將 7×6 、 40×6 、 200×6 的計算結果記在心裡，再心算出這三個數的和，才能將圖一的計算結果改記成一行，國小三年級的學生不易做到。

千	百	十	個
1000	100	⑩	①
	2	4	7
×			6
		4	2
	2	4	0
+1	2	0	0
1	4	8	2

(圖一)

千	百	十	個
1000	100	⑩	①
	2	4	7
×			6
		4	2
	2	4	
+1	2		
1	4	8	2

(圖二)

3. 以「 147×6 」為例，說明如何幫助學生將乘法直式計算的積摘要的記成一行。

	千	百	十	個
	1000	100	⑩	①
		1	4	7
\times				6
			4	2
		2	4	
$+$		6		
		8	8	2

因為「4」和「4」都是「十」單位，只要心算出「 $4 + 4$ 」，就可以省略記成一行。

因為「2」和「6」都是「百」單位，只要心算出「 $2 + 6$ 」，就可以省略記成一行。

因此可以省略記成一行。

4. 一位數乘以二位數的直式計算比二位數乘以一位數的直式計算困難，一位數乘以三位數的直式計算比三位數乘以一位數的直式計算困難，而且不是大數字乘法直式計算的先備知識，教師只要幫助學生理解直式計算解題的意義即可，不必要求熟練。

當學生認識乘法交換律後，教師可以幫助學生利用乘法交換律，將一位數乘以二位數的計算問題，例如 7×34 ，改用二位數乘以一位數的直式，例如 34×7 算出答案。將一位數乘以三位數的計算問題，例如 7×348 ，改用三位數乘以一位數的直式，例如 348×7 算出答案。

題號	試題代碼					答案	
4	114-M3-A2-04					4	
學習重點	N-3-2 加減直式計算：含加、減法多次進、退位。 備註：須處理數字中有 0 的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。						
知識向度	數與計算		認知向度		程序執行		
題目	<p>奇奇的存款有 4635 元，奇奇的存款比妙妙多了 1847 元，請問妙妙的存款有多少元？</p> <p>① 6482 元 ② 3888 元 ③ 3212 元 ④ 2788 元</p>						
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率：72%
	全 體	0.22	0.04	0.02	0.72	0.00	
	高分組	0.09	0.01	0.00	0.90	0.00	鑑別度：0.43
	低分組	0.38	0.08	0.06	0.47	0.01	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題是比較型的文字題，要求學生算出答案，評量學生四位數加減直式計算的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 72%，高分組答對率 90%，低分組答對率 47%，鑑別度 0.43。							
2. 72%的學生選擇正確答案④，22%的學生選擇①，4%的學生選擇②，2%的學生選擇③。							

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.43，正確答案為選項④，通過率為 72%，顯示超過七成的學生已具備利用四位數加減直式計算解題的能力，這些學生也具備利用加減互逆概念解基準量未知比較型問題的能力。
2. 有 22%的學生選擇①（低分組有 38%），這些學生可能已具備利用四位數加減直式計算解題的能力，但是不具備利用加減互逆概念解基準量未知比較型問題的能力，也可能誤解題意，受到題目中關鍵字「多」的影響，誤用加法來解題。
3. 有 4%的學生選擇②（低分組有 8%），這些學生可能不具備利用四位數加減直式計算解題的能力，在百位及千位的進位計算中發生錯誤。
4. 有 2%的學生選擇③（低分組有 6%），這些學生可能不具備四位數加減直式計算的能力，在被減數不夠減時，直接用大數字減小數字來計算。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-2-2 加減算式與直式計算：用位值理解多位數加減計算的原理與方法。初期可操作、橫式、直式等方法並陳，二年級最後歸結於直式計算，做為後續更大位數計算之基礎。直式計算的基礎為位值概念與基本加減法，教師須說明直式計算的合理性。 備註：不論橫式或直式，加法含二次進位，減法限一次退位。須處理數字中有 0 的題型。為了熟悉位值與	N-3-2 加減直式計算：含加、減法多次進、退位。 備註：須處理數字中有 0 的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。	N-4-1 一億以內的數：位值單位「萬」、「十萬」、「百萬」、「千萬」。建立應用大數時之計算習慣，如「30 萬 1200」與「21 萬 300」的加減法。 備註：教學可進行到最後的「一億」，但不進行超過一億的教學。

	直式計算的關係，應先在有位值的表格中學習記錄與計算。		
--	----------------------------	--	--

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因



1. 學生可能不具備利用四位數加減直式計算解題的能力。
2. 學生可能不具備利用加減互逆概念解基準量未知比較型問題的能力。
3. 學生可能誤解或不理解題意，受到題目中關鍵字「多」的影響，誤用加法來解題。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本學習內容 N-3-2 為 N-2-2 之後續學習概念，故學生應該已經理解三位數加減直式計算（不含兩次退位）。本學習內容是整數加、減直式計算的總結，要求學生熟練整數加、減的直式計算。
2. 以退位減法計算問題「 $537 - 251$ 」為例，在說明減法退位計算時，教師經常用「向百位借 1」的說法，這種說法並不正確，因為借了並沒有還回來。建議教師改用「拿一個 100 換 10 個⑩」的說法。
3. 一年級加減法教學重點：基本加減法。二年級加減法教學重點：二位數的加減直式計算（含進位及退位），三位數的加減直式計算（不含兩次退位）。三年級加減法教學重點：四位數以內的加減直式計算，並總結整數的加減直式計算。
4. 本學習內容是整數加減直式計算的總結，四年級不再出現與加減法相關的學習內容，教師應幫助學生熟練加減直式計算。因為三年級只引入 10000 以內的數，因此限制和及被減數都必須小於 10000。
5. 以退位減法計算問題「 $1235 - 678$ 」為例，進行個位計算時，因為 5 減 8 不夠減，拿 1 個十換 10 個一之後，有兩種解題的方法，第一種是利用基本加減事實來解題，直接利用 $15 - 8 = 7$ ，算出差的個位數字是 7，第二種是利用拆十來解題，透過 $10 - 8 = 2$ ， $2 + 5 = 7$ ，算出差的個位數字是 7。三年級學生應該已熟記基本加減事實，建議教師幫助學生利用第一種方法來解題。
6. 有兩種使用定位板的時機，第一種是溝通數字的位值及位名，第二種是直式計算溝通不同單位的個數，引入定位板時，教師應說明下面三個限制：

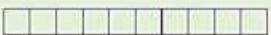

(1) 記錄「幾」個十的時候，只能將「幾」記錄在十位，記錄「幾」個一的時候，只能將「幾」記錄在個位。以「將 3 個十，5 個一記在定位板上」為例，定位板記錄不同單位的個數，因此必須將 3 個十的 3 記在十位，5 個一的 5 記在個位，才能夠溝通不同單位計數的意義。

(2) 一個位置只能記錄 1 個數碼。

十位	個位
	
3	15

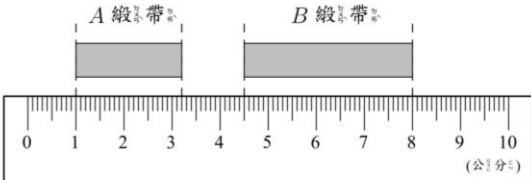
以「將 3 個十，15 個一記在定位板上」為例，將 3 個十的 3 記在十位，將 15 個一的 15 記在個位，如上圖。當定位板存在時，可以清楚的溝通有 3 個十，15 個一，但是脫離定位板記成 315 後，會和三百一十五混淆。因此數學上限制一個位置只能記錄 1 個數碼，必須將 3 個十，15 個一改記成 4 個十，5 個一。

(3) 某位值的個數是 0 時，必須記 0。

十位	個位
	
5	0

以「將 5 個十記在定位板上」為例，將 5 個十的 5 記在十位，如上圖。當定位板存在時，可以清楚的溝通有 5 個十，但是脫離定位板記成 5 後，會和 5 個一混淆，因此數學上限制當個位數字是 0 時，必須在個位上記 0。

7. 學生可能無法掌握基準量未知的比較型減法問題，教師可以利用線段圖來讓學生判斷是要用加法或減法來計算。

題號	試題代碼		答案				
5	114-M3-B2-05		2				
學習重點	N-3-12 長度：「毫米」。實測、量感、估測與計算。單位換算。 備註：基於 N-3-1 的限制，單位換算時，公尺數限個位數。自 3 年級後，量的計算可使用複名數協助加減計算（複名數不做乘除）。						
知識向度	量與實測	認知向度	程序執行				
題目	<p>用下圖中的直尺量量看，A 緞帶和 B 緞帶接起來有多長？</p> <div></div> <p>① 2 公分 2 毫米 ② 5 公分 7 毫米 ③ 8 公分 ④ 11 公分 2 毫米</p>						
選答率	選項	1	2*	3	4	其他	通過率：74%
	全體	0.03	0.74	0.12	0.11	0.00	
	高分組	0.01	0.95	0.02	0.02	0.00	鑑別度：0.52
	低分組	0.08	0.44	0.24	0.24	0.01	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定兩條放在直尺上的緞帶，要求學生算出緞帶的長度和，評量學生以毫米為單位實測及公分、毫米複名數加減計算的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 74%，高分組答對率 95%，低分組答對率 44%，鑑別度 0.52。							
2. 74%的學生選擇正確答案②，3%的學生選擇①，12%的學生選擇③，11%的學生選擇④。							

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.52，正確答案為選項②，通過率為 74%，顯示超過七成的學生已具備以毫米為單位實測的能力，以及公分、毫米複名數加減計算的能力。
2. 有 3%的學生選擇①(低分組有 8%)，這些學生可能已具備以毫米為單位實測的能力，但是不理解題意，僅報讀 A 綬帶長度為答案。
3. 有 12%的學生選擇③(低分組有 24%)，這些學生可能不具備以毫米為單位實測的能力，這些學生可能也不具備公分、毫米複名數加法計算的能力，以 B 綬帶右邊的刻度為答案。
4. 有 11%的學生選擇④(低分組有 24%)，這些學生可能不具備以毫米為單位實測的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-2-11 長度：「公分」、「公尺」。實測、量感、估測與計算。單位換算。 備註：基於 N-2-1 的限制，單位換算時公尺數限個位數。長度的加減問題必須包含和數線加減可以連結之題材 (N-3-11)	N-3-12 長度：「毫米」。實測、量感、估測與計算。單位換算。 備註：基於 N-3-1 的限制，單位換算時，公尺數限個位數。自 3 年級後，量的計算可使用複名數協助加減計算 (複名數不做乘除)。	N-4-9 長度：「公里」。生活實例之應用。含其他長度單位的換算與計算。 備註：量的大單位教學仍應協助學生建立基本量感。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備以毫米為單位實測的能力。
2. 學生可能不具備公分、毫米複名數加減計算的能力。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本學習內容首次引入複名數的加減計算，教師可利用同構二位數加減二位數的問題幫助學生進行複名數的計算活動。
2. 二位數加減二位數的問題，與相鄰二階單位的長度、重量、時間、大數等複名數加減問題，它們的運算方式都相同，滿足同構的關係。

例如二位數加法「 $38 + 25$ 」和複名數加法「2 公尺 78 公分 + 3 公尺 56 公分」、「5 公斤 468 公克 + 3 公斤 875 公克」、「3 小時 48 分鐘 + 2 小時 45 分鐘」、「53 億 7685 萬 + 9 億 6402 萬」，它們的運算方式都相同。

「 $38 + 25$ (見圖一)」運算方式是逢十進一，13 個①聚成 1 個⑩3 個①。

「2 公尺 78 公分 + 3 公尺 56 公分 (見圖二)」運算方式是逢百進一，134 公分聚成 1 公尺 34 公分。

「5 公斤 468 公克 + 3 公斤 875 公克 (見圖三)」運算方式是逢千進一，1343 公克聚成 1 公斤 343 公克。

「3 小時 48 分鐘 + 2 小時 45 分鐘 (見圖四)」運算方式是逢六十進一，93 分鐘聚成 1 小時 33 分鐘。

「53 億 7685 萬 + 9 億 6402 萬 (見圖五)」運算方式是逢萬進一，14087 萬聚成 1 億 4087 萬。

教師可以幫助學生發現它們之間運算的關係相同，將長度、重量 (容量)、時間、大數的複名數加減視為和二位數加減二位數相同的解題方式。

	⑩	①
	3	8
+	2	5
<hr/>		
	6	3

【圖一】

	公	公
	尺	分
	2	78
+	3	56
<hr/>		
	6	34

【圖二】

	公	公
	斤	克
	5	468
+	3	875
<hr/>		
	9	343

【圖三】

	小	分
	時	鐘
	3	48
+	2	45
<hr/>		
	6	33

【圖四】

	億	萬
	53	7685
+	9	6402
<hr/>		
	63	4087

【圖五】

3. 下面以「 $35 + 58$ 」和「3 公尺 5 公分 + 5 公尺 98 公分」為例，說明這兩個運算的方式相同，滿足同構的關係，二位數的加法是逢十進一 (10 個①聚成 1 個⑩)，長度的加法是逢百進一 (100 個 1 公分聚成 1 個 1 公尺)。

	十	個
	⑩	①
	3	5
+	5	8
		13
	8	
	1	3
	8	
	9	3

⇒5 個①加 8 個①是 13 個①

⇒3 個⑩加 5 個⑩是 8 個⑩

⇒13 個①是 1 個⑩是 3 個①

⇒合起來是 9 個⑩和 3 個①

	公	公
	尺	分
	3	5
+	5	98
		103
	8	
	1	3
	8	
	9	3

⇒5 公分加 98 公分是 103 公分

⇒3 公尺加 5 公尺是 8 公尺

⇒103 公分是 1 公尺 3 公分

⇒合起來是 9 公尺 3 公分

4. 教師應多讓學生實際操作直尺，進行各種長度的測量。在教學時，可引導學生先讀出整公分數，再讀出毫米數，以建立對複名數的理解。並可透過多元的實作活動，培養學生的量感與估測能力。

題號	試題代碼				答案		
6	114-M3-A3-06				1		
學習重點	N-3-7 解題：兩步驟應用問題（加減與除、連乘）。連乘、加與除、減與除之應用解題。不含併式。 備註：乘除混合、連除在四年級（N-4-3）。						
知識向度	數與計算		認知向度		解題思考		
題目	一袋巧克 _{カカオ} 克 _{グラム} 力 _{リットル} 有 _ア 10 包 _{ツミ} ，一箱有 _ア 5 袋 _{カネ} ，8 箱共 _ア 有 _ア 多少 _ア 包 _{ツミ} 巧克 _{カカオ} 克 _{グラム} 力 _{リットル} ？ ① 400 包 _{ツミ} ② 130 包 _{ツミ} ③ 80 包 _{ツミ} ④ 50 包 _{ツミ}						
選答率	選項	1*	2	3	4	其他	通過率：79%
	全體	0.79	0.04	0.09	0.08	0.00	
	高分組	0.98	0.00	0.01	0.01	0.00	鑑別度：0.49
	低分組	0.49	0.11	0.20	0.20	0.01	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題是連乘的兩步驟問題，要求學生選出正確的答案，評量學生連乘兩步驟問題解題的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 79%，高分組答對率 98%，低分組答對率 49%，鑑別度 0.49。							
2. 79%的學生選擇正確答案①，4%的學生選擇②，9%的學生選擇③，8%的學生選擇④。							

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.49，正確答案為選項①，通過率為 79%，顯示近八成的學生已具備連乘兩步驟問題解題的能力。
2. 有 4%的學生選擇②（低分組有 11%），這些學生可能不具備連乘兩步驟問題解題的能力，也可能誤解題意，將連乘兩步驟問題解讀為先加後乘的兩步驟問題。
3. 有 9%的學生選擇③（低分組有 20%），這些學生可能不具備連乘兩步驟問題解題的能力，算出 $10 \times 8 = 80$ 後就停止解題，以 80 包為答案。
4. 有 8%的學生選擇④（低分組有 20%），這些學生可能不具備連乘兩步驟問題解題的能力，算出 $10 \times 5 = 50$ 後就停止解題，以 50 包為答案。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-2-8 解題：兩步驟應用問題（加、減、乘）。加減混合、加與乘、減與乘之應用解題。不含併式。不含連乘。	N-3-7 解題：兩步驟應用問題（加減與除、連乘）。連乘、加與除、減與除之應用解題。不含併式。 備註：乘除混合、連除在四年級（N-4-3）。	N-4-3 解題：兩步驟應用問題（乘除、連除）。乘與除、連除之應用解題。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因






1. 學生可能不具備連乘兩步驟問題解題的能力。
2. 學生可能誤解題意，將連乘兩步驟問題解讀為先加後乘的兩步驟問題。
3. 低分組學生解兩步驟問題時，最常遇到的困難是算出第一個步驟的答案後，因為答案沒有在選項中，就不知道如何繼續往下算。建議教師可以透過分段布題的方式，幫助學生解題。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本學習內容 N-3-7 為 N-2-8 之後續學習概念，故學生應該已經能夠在具體情境中，解決加、減兩步驟問題，也應該已經能解決先乘後加（減）與先加（減）後乘兩步驟問題。本學習內容延伸兩步驟問題情境至「先除後加及先除後減問題」和「先加後除及先減後除問題」。
2. 學生在進行兩步驟應用問題解題時，最常遇到的困難是不知道用「 $10 \times 5 = 50$ 」算出「一箱 5 袋有 10 包」後，所得到的「10 包」還要繼續算 8 箱有幾包？如果教師沒有使用分段布題或分段解題，引導學生使用兩個算式記錄解題活動，學生可能產生上述錯誤。
3. 本學習內容教學重點是解決連乘的兩步驟問題，並用二個算式記錄解題活動，不討論利用數學性質簡化計算的問題。例如：面對「 $37 \times 25 \times 4$ 」的文字題情境時，不討論先算「 37×25 」與先算「 25×4 」，何種算法較有效率。四年級引入乘法結合律之後，才開始討論簡化計算的問題。

教師不宜命「丙 = 20，甲是乙的 3 倍，乙是丙的 4 倍，請問甲是丙的多少倍？」的問題，「甲是乙的 3 倍」是基準量與比較量關係的描述。

教師應命「丙 = 20，乙的 3 倍和甲一樣大，丙的 4 倍和乙一樣大，請問丙的多少倍和甲一樣大？」的問題，學生較容易將「乙的 3 倍和甲一樣大」記成「 $乙 \times 3 = 甲$ 」。

題號	試題代碼				答案		
7	114-M3-A3-07				4		
學習重點	N-3-8 解題：四則估算。具體生活情境。較大位數之估算策略。能用估算檢驗計算結果的合理性。 備註：估算解題的布題應貼近生活情境。本年級剛學除法，因此估算問題須簡單。						
知識向度	數與計算		認知向度		解題思考		
題目	<p>張叔叔帶了 5000 元，他可以購買下列哪兩件家電用品？</p> <div><div> A 溫控電水壺 2995 元</div><div> B 循環扇 2199 元</div><div> C 料理鍋 1288 元</div><div> D 電烤箱 2090 元</div><div> E 電鍋 3690 元</div></div> <p>① A 、 B ② A 、 D ③ B 、 E ④ C 、 E</p>						
選答率	選項	1	2	3	4*	其他	通過率：76%
	全體	0.07	0.09	0.07	0.76	0.00	
	高分組	0.02	0.04	0.02	0.93	0.00	鑑別度：0.40
	低分組	0.14	0.17	0.16	0.52	0.01	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定五個物件的售價，要求學生選出用給定金額可以購買的兩個物件，評量學生利用加減估算解題的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 76%，高分組答對率 93%，低分組答對率 52%，鑑別度 0.40。							

2. 76%的學生選擇正確答案④，7%的學生選擇①，9%的學生選擇②，7%的學生選擇③。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.40，正確答案為選項④，通過率為 76%，顯示近八成的學生已具備利用加減估算解題的能力。
2. 有 7%的學生選擇①（低分組有 14%），這些學生可能不具備利用加減估算解題的能力，也可能已具備利用加減估算解題的能力，但是在計算時發生錯誤。
3. 有 9%的學生選擇②（低分組有 17%），這些學生可能不具備利用加減估算解題的能力，也可能已具備利用加減估算解題的能力，但是在計算時發生錯誤。
4. 有 7%的學生選擇③（低分組有 16%），這些學生可能不具備利用加減估算解題的能力，也可能已具備利用加減估算解題的能力，但是在計算時發生錯誤。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-2-4</p> <p>解題：簡單加減估算。具體生活情境。以百位數估算為主。</p> <p>備註：估算解題的布題應貼近生活情境。</p>	<p>N-3-8</p> <p>解題：四則估算。具體生活情境。較大位數之估算策略。能用估算檢驗計算結果的合理性。</p> <p>備註：估算解題的布題應貼近生活情境。本年級剛學除法，因此估算問題須簡單。</p>	<p>N-4-4</p> <p>解題：對大數取概數。具體生活情境。四捨五入法、無條件進入、無條件捨去。含運用概數做估算。近似符號「\approx」的使用。</p> <p>備註：估算解題的布題應貼近生活情境。以概數協助估算須包含四則估算。</p>

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備利用加減估算解題的能力。
2. 學生可能已具備利用加減估算解題的能力，但是在計算時發生錯誤。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 估算與取概數都無法精確地描述個數，因而容忍少量的差異，只做大概的描述，但是它們最後描述的單位並不相同。估算是計算的問題，例如「 $402 + 299$ 」中的 402 很接近 400，299 很接近 300， $400 + 300 = 700$ ，所以「 $402 + 299$ 」估算的答案是 700，估算的答案必須以「1」為單位來描述。概算是先進行單位量轉換後再計算的問題，例如「 $402 + 299$ 」中的 402 很接近 4 個百，299 很接近 3 個百，4 個百加 3 個百是 7 個百，所以「 $402 + 299$ 」概算的答案是 7 個百，概算的答案不是以「1」為單位來描述。
2. 本學習內容為四捨五入法取概數的前置經驗，在此不宜進行取概數的教學。例如：「甲有 699 元，甲最多有幾張 100 元？」是取概數的問題。
3. 教師在評量估算問題時，不宜直接要求估算結果的標準答案，例如不可直接提問「 $398 \div 8$ 的答案大約是多少？」，因為 50 和 49 都是合理的答案。
教師只宜布下列的問題：
例如 $398 \div 8 = ()$ ，答案最接近 60、50、40 中的哪一個數字？
4. 當學生計算發生錯誤時，例如得到「 $599 \times 2 = 1398$ 」的結果，教師可以透過問話「 599×2 很接近 600×2 ， $600 \times 2 = 1200$ ， $599 \times 2 = 1398$ 是否合理？」，幫助學生檢驗答案的合理性。

題號	試題代碼				答案		
8	114-M3-B1-08				4		
學習重點	N-3-16 重量：「公斤」、「公克」。實測、量感、估測與計算。單位換算。 備註：基於 N-3-1 的限制，單位換算公斤數限個位數。可使用複名數協助加減計算（複名數不做乘除）。						
知識向度	量與實測		認知向度		概念理解		
題目	有甲、乙、丙、丁四袋香蕉，甲袋重 1 公斤 50 公克，乙袋重 1120 公克，丙袋比甲袋輕，丁袋比乙袋重。如果「A 比 B 重，B 比 C 重」可以記成「 $A > B > C$ 」。下面關於甲、乙、丙、丁四袋香蕉重量的關係，何者正確？ ① 甲 > 丙 > 丁 > 乙 ② 甲 > 丁 > 乙 > 丙 ③ 丁 > 甲 > 乙 > 丙 ④ 丁 > 乙 > 甲 > 丙						
選答率	選項	1	2	3	4*	其他	通過率：60%
	全體	0.12	0.15	0.13	0.60	0.00	
	高分組	0.05	0.04	0.03	0.88	0.00	鑑別度：0.62
	低分組	0.20	0.28	0.25	0.26	0.01	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定兩物件的重量及和其他兩物件比較輕重的敘述，要求學生判斷四個物件輕重的順序，評量學生公斤、公克單位化聚及比較輕重的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 60%，高分組答對率 88%，低分組答對率 26%，鑑別度 0.62。							
2. 60%的學生選擇正確答案④，12%的學生選擇①，15%的學生選擇②，13%的學生選擇③。							

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.62，正確答案為選項④，通過率為 60%，顯示有六成的學生已具備公斤、公克單位化聚及比較輕重的能力，這些學生也具備利用遞移性（二年級教材）解決問題的能力。
2. 有 12%的學生選擇①（低分組有 20%），這些學生可能不具備公斤、公克單位化聚及比較輕重的能力，也可能不具備利用遞移性（二年級教材）解決問題的能力。
3. 有 15%的學生選擇②（低分組有 28%），這些學生可能不具備公斤、公克單位化聚及比較輕重的能力，也可能不具備利用遞移性（二年級教材）解決問題的能力。
4. 有 13%的學生選擇③（低分組有 25%），這些學生可能不具備公斤、公克單位化聚及比較輕重的能力，也可能不具備利用遞移性（二年級教材）解決問題的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-2-12 容量、重量、面積：以操作活動為主。此階段量的教學應包含初步認識、直接比較、間接比較（含個別單位）。不同的量應分不同的單元學習。 備註：雖然重量部分的教學主要使用天平，但學生仍須實際體驗重量的量感。本條目教學無常用單位（N-3-14、N-3-15、N-3-16）。	N-3-16 重量：「公斤」、「公克」。實測、量感、估測與計算。單位換算。 備註：基於 N-3-1 的限制，單位換算公斤數限個位數。可使用複名數協助加減計算（複名數不做乘除）。	N-5-13 重量：「公噸」。生活實例之應用。含與「公斤」的換算與計算。使用概數。 備註：教師應運用學生熟悉的生活示例，體會各單位的量感。

三、教學建議

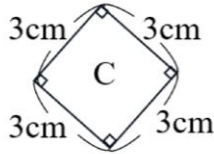
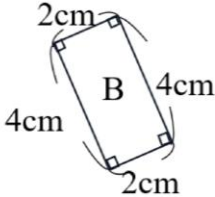
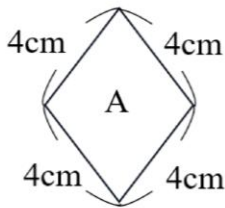
(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能沒有熟記 $1 \text{ 公斤} = 1000 \text{ 公克}$ 。
2. 學生可能不具備公斤、公克單位化聚及比較輕重的能力。
3. 學生可能不具備利用遞移性（二年級教材）解決問題的能力。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本學習內容 N-3-16 為 N-2-12 之後續學習概念，故學生應該已經認識重量，並能進行重量的直接、間接與個別單位比較。本學習內容開始引入重量的常用單位「公克」及「公斤」，幫助學生作相關的實測、估測與計算，也幫助學生作公斤、公克單位間的整數倍化聚。
2. 建議教師先引入「公克」單位，待學生能進行公克單位的實測、估測與加減計算後，再引入「公斤」單位。
3. 因為「公斤、公克」單位間是 1000 倍的關係，建議教師先處理大單位化為小單位的問題，再處理小單位聚成大單位的問題，但兩單位間的化聚限制在整數倍，例如「 $5 \text{ 公斤} = () \text{ 公克}$ 」，「 $3000 \text{ 公克} = () \text{ 公斤}$ 」。
4. 二年級只進行重量的直接、間接及個別單位比較。
三年級引入重量單位「公斤」及「公克」。
兩單位間的化聚關係，只處理整數倍的化聚，而複名數的加減計算，只處理不進退位的問題。
5. 教師應幫助學生進行複名數的命名活動，當學生認識公斤及公克單位後，例如認識 3 公斤和 50 公克的意義後，就可以透過下列問話「我們已經認識 3 公斤，也認識 50 公克，我們如何稱呼 3 公斤和 50 公克合起來的重量？名稱中要看到 3 公斤和 50 公克，還要看到 3 公斤和 50 公克合起來」，幫助學生將 3 公斤和 50 公克合起來的重量稱為 3 公斤 50 公克。再透過下列問話「3 公斤和 50 公克中，是否看到 3 公斤和 50 公克，是否看到 3 公斤和 50 公克合起來」，幫助學生理解 3 公斤 50 公克指的是 3 公斤和 50 公克合起來的重量。

6. 重量不易進行複製，因此較少透過先複製再進行直接比較的方式進行間接比較，國小階段常利用第三物以及天平，透過遞移性來進行間接比較。例如先用天平知道甲物比乙物重，乙物比丙物重後，再利用遞移性得到甲物比丙物重的結果。
7. 比較甲、乙兩物輕重時，有兩種提問的方法：
- 第一種：「甲和乙兩種水果，誰比較重？」
- 第二種：「甲和乙兩種水果，誰比誰重？」
- 第一種問法的答案是「甲比較重」，第二種問法的答案是「甲比乙重」，第二種問法是兩水果重量關係的問法，可以為引入重量的遞移性鋪路。
- 重量的遞移性「若甲物比乙物重、乙物比丙物重，則甲物比丙物重」中的描述，都是關係的描述。

題號	試題代碼				答案		
9	114-M3-C1-09				3		
學習重點	S-3-2 正方形和長方形：以邊與角的特徵來定義正方形和長方形。 備註：知道如何判斷斜擺的長方形或正方形依舊是長方形或正方形。						
知識向度	空間與形狀		認知向度		概念理解		
題目	<p>下面有 A、B、C 三個四邊形。</p> <div></div> <p>甲說：四邊形 A 是正方形。 乙說：四邊形 B 是長方形。 丙說：四邊形 C 是正方形。</p> <p>請問哪些人的說法正確？</p> <p>① 只有甲和乙正確 ② 只有甲和丙正確 ③ 只有乙和丙正確 ④ 甲、乙、丙都正確</p>						
選答率	選項	1	2	3*	4	其他	通過率：51%
	全體	0.03	0.12	0.51	0.33	0.00	
	高分組	0.01	0.04	0.72	0.24	0.00	鑑別度：0.41
	低分組	0.09	0.24	0.31	0.36	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標

本題給定三個標示邊長或直角記號的四邊形，要求學生選出正確的敘述，評量學生以邊與角的特徵來辨識正方形和長方形的能力。

(二) 數據說明

1. 整體通過率 51%，高分組答對率 72%，低分組答對率 31%，鑑別度 0.41。
2. 51%的學生選擇正確答案③，3%的學生選擇①，12%的學生選擇②，33%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.41，正確答案為選項③，通過率為 51%，顯示超過五成的學生已具備以邊及角的特徵來辨識正方形和長方形的能力。
2. 有 3%的學生選擇①(低分組有 9%)，這些學生可能不具備以邊及角的特徵來辨識正方形和長方形的能力，誤以為四個邊等長的四邊形一定是正方形。
3. 有 12%的學生選擇②(低分組有 24%)，這些學生可能不具備以邊及角的特徵來辨識正方形和長方形的能力，誤以為四個邊等長的四邊形一定是正方形。
4. 有 33%的學生選擇④(低分組有 36%)，這些學生可能不具備以邊及角的特徵來辨識正方形和長方形的能力，誤以為四個邊等長的四邊形一定是正方形。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	S-2-4 平面圖形的邊長：以操作活動與直尺實測為主。認識特殊幾何圖形的邊長關係。含周長的計算活動。	S-3-2 正方形和長方形：以邊與角的特徵來定義正方形和長方形。 備註：知道如何判斷斜擺的長方形或正方形依舊是長方形或正方形。	S-4-8 四邊形：以邊與角的特徵(含平行)認識特殊四邊形並能作圖。 如正方形、長方形、平行四邊形、菱形、梯形。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能誤以為只要四個邊等長的四邊形就一定是正方形。
2. 學生可能會認為斜擺的長方形（或正方形）不是長方形（或正方形）。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本學習內容 S-3-2 為 S-2-4 之後續學習概念，故學生應該已經認識給定的正方形、長方形、正三角形、等腰三角形的邊長關係。

本學習內容幫助學生由邊長和角的特性來認識正方形、由邊長和角的特性來認識長方形。

2. 教師常混淆「長方形的定義（如何辨識圖形為長方形）」與「長方形的性質（長方形有哪些特徵）」，誤認為一個四邊形要同時滿足「四個角都是直角，對邊等長、對邊互相平行，對角線互相平分且等長」這些條件，才能辨識這個四邊形是長方形。

數學上利用最少的條件來辨識長方形，一個四邊形，只要四個角都是直角，就能確認該四邊形為長方形。

各版本都定義四個角都是直角的四邊形為長方形，因此只要一個四邊形的四個角都是直角，該四邊形就是長方形。

定義長方形之後，可以探討長方形還有哪些共同特徵，例如長方形對邊等長、長方形對邊互相平行等，都屬於長方形的性質。

3. 各版本的課本都以邊和角的特徵來定義正方形與長方形。

長方形：四個角都是直角的四邊形稱為長方形。

正方形：四個角都是直角且四邊等長的四邊形稱為正方形。



在還沒有定義正方形與長方形之前，教學時討論的都是給定的正方形與長方形，定義正方形與長方形之後，教學時討論的是所有正方形與長方形共同的特徵。

4. 學生可能會認為斜擺的長方形或正方形不是長方形或正方形，教師可協助學生利用直尺和三角板檢查斜擺的長方形或正方形依舊是長方形或正方形。
5. 長方形哪一邊稱為長邊、哪一邊稱為寬邊常引起爭議。數學上並沒有給長邊或寬邊下定義，日常生活中，常見下面三種定義長邊和寬邊的方式。

第一種：因為受到「長」這個關鍵字的影響，稱比較長的那一邊為長邊，比較短的那一邊稱為寬邊。

第二種：由長方形擺放的位置決定長邊和寬邊，將長方形擺正後，稱水平方向的那一邊為長邊，鉛直方向的那一邊為寬邊。這種定義的方式有一個缺點，如果兩個人擺放的方式不相同，他們所稱的長邊和寬邊就不相同。

第三種：因為只要確定長邊和寬邊就能決定一個長方形，因此長邊和寬邊是同等的重要，只要約定其中的一邊為長邊，那麼剩下的另一邊就是寬邊。

題號	試題代碼		答案				
10	114-M3-D1-10		2				
學習重點	R-3-2 數量模式與推理 (I)：以操作活動為主。一維變化模式之觀察與推理，例如數列、一維圖表等。 備註：含學生之簡單推理與說明。本教學活動不可出現公式，此非本條目之學習目標。可結合表格教學 (D-3-1) 。						
知識向度	關係	認知向度	概念理解				
題目	<p>下圖是「高鐵」車廂的座位編號，A 和 E 的位置靠窗，C 和 D 的位置靠走道。</p> <div><div><div>1A</div><div>2A</div><div>3A</div><div>4A</div><div>5A</div><div>6A</div><div>7A</div><div>8A</div><div>9A</div><div>10A</div><div>11A</div><div>12A</div><div>13A</div></div><div><div>1B</div><div>2B</div><div>3B</div><div>4B</div><div>5B</div><div>6B</div><div>7B</div><div>8B</div><div>9B</div><div>10B</div><div>11B</div><div>12B</div><div>13B</div></div><div><div>1C</div><div>2C</div><div>3C</div><div>4C</div><div>5C</div><div>6C</div><div>7C</div><div>8C</div><div>9C</div><div>10C</div><div>11C</div><div>12C</div><div>13C</div></div></div> <div><div><div>2D</div></div><div>3D</div><div>4D</div><div>5D</div><div>6D</div><div>7D</div><div>8D</div><div>9D</div><div>10D</div><div>11D</div><div>12D</div><div>13D</div></div> <div><div><div>2E</div></div><div>3E</div><div>4E</div><div>5E</div><div>6E</div><div>7E</div><div>8E</div><div>9E</div><div>10E</div><div>11E</div><div>12E</div><div>13E</div></div> <p>弟弟說：「我、爸爸、媽媽和哥哥四個人在同一排坐，爸爸坐在靠窗的位置，我坐在爸爸和媽媽的中間，哥哥坐在靠走道的座位。」</p> <p>請問下面敘述何者錯誤？</p> <div><div>①</div><div>爸爸座位的編號是 A</div></div> <div><div>②</div><div>哥哥座位的編號是 E</div></div> <div><div>③</div><div>弟弟座位的編號是 B</div></div> <div><div>④</div><div>媽媽座位的編號是 C</div></div>						
選答率	選項	1	2*	3	4	其他	通過率：74%
	全體	0.08	0.74	0.10	0.07	0.00	
	高分組	0.02	0.94	0.02	0.02	0.00	鑑別度：0.49
	低分組	0.17	0.44	0.22	0.16	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標

本題給定高鐵車廂的座位表及四個人座位相對位置關係的說法，要求學生選出錯誤的敘述，評量學生一維變化模式之觀察與推理的能力。

(二) 數據說明

1. 整體通過率 74%，高分組答對率 94%，低分組答對率 44%，鑑別度 0.49。
2. 74%的學生選擇正確答案②，8%的學生選擇①，10%的學生選擇③，7%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.49，正確答案為選項②，通過率為 74%，顯示超過七成的學生已具備一維數量模式的觀察與推理的能力。
2. 有 8%的學生選擇①（低分組有 17%），這些學生可能尚未具備一維數量模式的觀察與推理的能力。
3. 有 10%的學生選擇③（低分組有 22%），這些學生可能尚未具備一維數量模式的觀察與推理的能力，也可能不理解題意。不知道「我坐在爸爸和媽媽的中間」的我指的是弟弟。
4. 有 7%的學生選擇④（低分組有 16%），這些學生可能尚未具備一維數量模式的觀察與推理的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	D-2-1 分類與呈現：以操作活動為主。能蒐集、分類、記錄、呈現資料、生活物件或幾何形體。討論分類之中還可以再分類的情況。 備註：非正式表格與統計圖表教學（見D-	R-3-2 數量模式與推理(1)：以操作活動為主。一維變化模式之觀察與推理，例如數列、一維圖表等。 備註：含學生之簡單推理與說明。本教學活動不可出現公式，此非本條目之學習目	R-4-2 四則計算規律(1)：兩步驟計算規則。加減混合計算、乘除混合計算。在四則混合計算中運用數的運算性質。 備註：加減部分，不做 $a-(b-c)$ 之去括號。乘除只做「三數相乘，順

	1-1備註)。可配合平面圖形與立體形體教學 (S-2-2)。	標。可結合表格教學 (D-3-1)。	序改變不影響其積」、「先乘後除與先除後乘的結果相同」。必須呈現以下原則的範例：將應用問題轉化成算式後，再利用計算規律調整算式進行計算解題 (其中調整後的算式已無法以原情境來解釋)。
--	--------------------------------	--------------------	--

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能尚未具備一維數量模式的觀察與推理的能力。
2. 學生可能不理解題意，不知道「我坐在爸爸和媽媽的中間」的我指的是弟弟。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 三年級首次引入數量模式與推理，希望學生透過觀察數列、一維圖表等，能說出一維變化模式之規律，找出一維變化模式的下一項，並說明理由。
2. 此題所提供的情境：我、爸爸、媽媽和哥哥四個人坐在同一排，爸爸坐在靠窗的位置，我坐在爸爸和媽媽的中間⇒確定媽媽、弟弟、爸爸的位置，是在三人的座位這邊，爸爸靠窗所以是 A，弟弟 (我) 坐中間所以是 B，剩下靠走道 C 的位置，所以是媽媽坐的位置。
哥哥坐在靠走道的位置⇒確定哥哥的位置是在兩人坐的這邊且靠走道，所以是 D 的位置。

題號	試題代碼				答案	
11	114-M3-A3-11				1	
學習重點	N-3-4 除法：除法的意義與應用。基於 N-2-9 之學習，透過幾個一數的解題方法，理解如何用乘法解決除法問題。熟練十十乘法範圍的除法，做為估商的基礎。 備註：建議先處理整除情境，再處理有餘數的情境。教學中應有乘、除法並陳之單元，讓學生能主動察覺乘法與除法問題的差異。					
知識向度	數與計算		認知向度		解題思考	
題目	老師將 50 顆蘋果平分裝到幾個袋子裡，結果還剩下 2 顆蘋果。請問老師 <u>不可能</u> 平分裝到幾個袋子？ ① 9 個袋子 ② 8 個袋子 ③ 6 個袋子 ④ 4 個袋子					
選答率	選項	1*	2	3	4	其他
	全體	0.60	0.09	0.09	0.21	0.01
	高分組	0.86	0.03	0.02	0.09	0.00
	低分組	0.35	0.18	0.17	0.29	0.01
通過率：60%						
鑑別度：0.51						

一、試題分析

(一) 評量目標

本題給定被除數和餘數，要求學生選出可能的商，評量學生利用除法解決生活中問題的能力。

(二) 數據說明

1. 整體通過率 60%，高分組答對率 86%，低分組答對率 35%，鑑別度 0.51。

2. 60%的學生選擇正確答案①，9%的學生選擇②，9%的學生選擇③，21%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.51，正確答案為選項①，通過率為 60%，顯示六成的學生已具備利用除法解題生活中問題的能力。
2. 有 9%的學生選擇②（低分組有 18%），這些學生可能尚未具備利用除法解題生活中問題的能力，也可能誤解題意，選出可以等分的袋數。
3. 有 9%的學生選擇③（低分組有 17%），這些學生可能尚未具備利用除法解題生活中問題的能力，也可能誤解題意，選出可以等分的袋數。
4. 有 21%的學生選擇④（低分組有 29%），這些學生可能尚未具備利用除法解題生活中問題的能力，也可能誤解題意，選出可以等分的袋數。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-2-9 解題：分裝與平分。以操作活動為主。除法前置經驗。理解分裝與平分之意義與方法。引導學生在解題過程，發現問題和乘法模式的關連。</p> <p>備註：本條目非除法教學，不列除式，不用「除」的名稱(N-3-4)。限相當於整除的問題。數學應在「十十乘法」範圍中進行。可用幾個一數或連減協助，但不可成為答題格式。</p>	<p>N-3-4 除法：除法的意義與應用。基於 N-2-9 之學習，透過幾個一數的解題方法，理解如何用乘法解決除法問題。熟練十十乘法範圍的除法，做為估商的基礎。</p> <p>備註：建議先處理整除情境，再處理有餘數的情境。教學中應有乘、除法並陳之單元，讓學生能主動察覺乘法與除法問題的差異。</p>	<p>N-3-5 除一位數：除數直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被除數為二、三位數。</p> <p>備註：須處理被除數有 0 的題型。</p>

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備利用除法解題生活中問題的能力。
2. 學生可能不理解「被除數減餘數後就能整除」的性質。
3. 本題只給定被除數和餘數，沒有提供除數或商，學生可能沒有將選項的數字當作除數幫助解題的經驗。

(二) 核心概念與本題的教學重點

二年級「分裝活動」和「平分活動」只處理能分盡的情形，不能分盡的情形在三年級才引入。

分裝活動：12個杯子，3個杯子裝一盒，最多可裝滿幾盒？

平分活動：將12個杯子平分成3堆，一堆有幾個杯子？

分裝活動是三年級解包含除問題的先備知識，平分活動是三年級解等分除問題的先備知識。

1. 除法問題包含平分情境的等分除問題，與分裝情境的包含除問題。

等分除問題：將 14 個蘋果平分給 3 個人，每人最多分到幾個蘋果，還剩下多少個蘋果？

包含除問題：14 個蘋果，每 3 個蘋果裝 1 盒，最多可裝滿幾盒，還剩下多少個蘋果？

2. 理解除法算式的意義包含下列部分：

- (1) 知道「被除數」、「除數」、「商」、「餘數」的名稱及意義。
- (2) 理解商及餘數的意義，知道餘數可以為 0，而且一定要小於除數。
- (3) 理解商及餘數的意義，知道被除數減餘數後就能整除。

3. 三年級學生應該已經理解除法的意義，並使用除法算式記錄分裝或平分活動的解題過程。本學習內容幫助學生用除法解決生活中的包含除、等分除問題。

4. 本學習內容幫助學生將除法算式看成解題的工具，學生解除法問題時，建議教師要求學生先用除法算式來列式，再算出答案，為後面引入的除法直式算則鋪路。

5. 學生不易掌握利用無條件進入法或無條件捨去法處理商必須是整數的問題，教師必須透過學生熟悉的情境，利用除法算式說明解題的意義。

以「14 人搭計程車(每輛計程車只能坐 4 位乘客)，至少要幾輛計程車才夠坐？」
為例，透過除法算式「 $14 \div 4 = 3 \dots 2$ 」，說明只有 3 輛計程車時，還有 2 人沒車
坐，必須要 4 輛計程車才夠坐。

題號	試題代碼				答案	
12	114-M3-B1-12				3	
學習重點	N-3-12 長度：「毫米」。實測、量感、估測與計算。單位換算。 備註：基於 N-3-1 的限制，單位換算時，公尺數限個位數。自 3 年級後，量的計算可使用複名數協助加減計算（複名數不做乘除）。					
知識向度	量與實測		認知向度		概念理解	
題目	<p><u>真真</u>、<u>奇奇</u>、<u>妙妙</u>三位好朋友比身高。</p> <p><u>真真</u>的身高是 1250 毫米。</p> <p><u>奇奇</u>的身高是 1 公尺 30 公分。</p> <p><u>妙妙</u>的身高是 128 公分。</p> <p>請問誰最高、誰最矮？</p> <p>① <u>真真</u>最高，<u>奇奇</u>最矮</p> <p>② <u>真真</u>最高，<u>妙妙</u>最矮</p> <p>③ <u>奇奇</u>最高，<u>真真</u>最矮</p> <p>④ <u>奇奇</u>最高，<u>妙妙</u>最矮</p>					
選答率	選項	1	2	3*	4	其他
	全體	0.10	0.42	0.38	0.10	0.00
	高分組	0.04	0.23	0.69	0.04	0.00
	低分組	0.15	0.51	0.18	0.16	0.01
通過率：38%						
鑑別度：0.51						
一、試題分析						
(一) 評量目標						
本題提供用不同單位描述 3 個人身高的情境，要求學生選出正確的敘述，評量學生公尺、公分、毫米單位化聚及比較高矮的能力。						

(二) 數據說明

1. 整體通過率 38%，高分組答對率 69%，低分組答對率 18%，鑑別度 0.51。
2. 38%的學生選擇正確答案③，10%的學生選擇①，42%的學生選擇②，10%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.51，正確答案為選項③，通過率為 38%，顯示近四成的學生已具備以「公尺」、「公分」、「毫米」等單位化聚及比較高矮的能力。
2. 有 10%的學生選擇① (低分組有 15%)，這些學生可能不具備以「公尺」、「公分」、「毫米」等單位化聚及比較高矮的能力，直接比較數字的大小，不管後面的單位。
3. 有 42%的學生選擇② (低分組有 51%)，這些學生可能不具備以「公尺」、「公分」、「毫米」等單位化聚及比較高矮的能力，直接比較單位的大小，不管單位後面的數字。
4. 有 10%的學生選擇④ (低分組有 16%)，這些學生可能不具備以「公尺」、「公分」、「毫米」等單位化聚及比較高矮的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-2-11 長度：「公分」、「公尺」。實測、量感、估測與計算。單位換算。 備註：基於 N-2-1 的限制，單位換算時公尺數限個位數。長度的加減問題必須包含和數線加減可以連結之題材 (N-3-11)	N-3-12 長度：「毫米」。實測、量感、估測與計算。單位換算。 備註：基於 N-3-1 的限制，單位換算時，公尺數限個位數。自 3 年級後，量的計算可使用複名數協助加減計算 (複名數不做乘除)。	N-4-9 長度：「公里」。生活實例之應用。含其他長度單位的換算與計算。 備註：量的大單位教學仍應協助學生建立基本量感。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備比較「公尺」、「公分」、「毫米」等不同單位長度長短的能力，直接比較數字的大小，不管後面的單位。
2. 學生可能不具備比較「公尺」、「公分」、「毫米」等不同單位長度長短的能力，直接比較單位的大小，不管單位前面的數字。
3. 建議教師幫助學生察覺可以類比整數由高位開始比較大小的解題方法，本題先比較公分單位的大小比比較毫米單位的大小更有效率。
4. 建議教師評量「公尺」、「公分」、「毫米」三個單位大小時，提供 $1 \text{ 公尺} = 100 \text{ 公分}$ 、 $1 \text{ 公分} = 10 \text{ 毫米}$ 及 $1 \text{ 公尺} = 1000 \text{ 毫米}$ 的資訊。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 以「 $3 \text{ 公尺} = (\quad) \text{ 公分}$ 」為例，說明如何幫助學生將大單位化成小單位。
 3 公尺 是 3 個 1 公尺 ，也就是 3 個 100 公分 ，可以利用 $100 + 100 + 100 = 300$ 或 $100 \times 3 = 300$ 算出 $3 \text{ 公尺} = 300 \text{ 公分}$ ，建議教師要求利用加法解題的學生，將加法算式改記成乘法算式，為五年級學習分、小數倍化聚鋪路。
2. 以「 $300 \text{ 公分} = (\quad) \text{ 公尺}$ 」為例，說明如何幫助學生將小單位聚成大單位。
類比「 $3 \text{ 公尺} = (\quad) \text{ 公分}$ 」的解題方法， 300 公分 是 300 個 1 公分 ，也就是 300 個 0.01 公尺 ，可以利用 $0.01 \times 300 = 3$ ，算出 $300 \text{ 公分} = 3 \text{ 公尺}$ 。
但是三年級尚未引入二位小數，因此只能改用拿 100 公分 換 1 公尺 的方法來解題，利用 $300 - 100 = 200$ ， $200 - 100 = 100$ ， $100 - 100 = 0$ ，算出 $300 \text{ 公分} = 3 \text{ 公尺}$ ，建議教師要求學生將減法算式改記成除法算式 $300 \div 100 = 3$ ，為五年級學習分、小數倍化聚鋪路。
3. 本題有兩種解題的方法：
方法一：都轉換成毫米單位
真真： 1250 毫米
奇奇： $1 \text{ 公尺 } 30 \text{ 公分} = 130 \text{ 公分} = 1300 \text{ 毫米}$
妙妙： $128 \text{ 公分} = 1280 \text{ 毫米}$
得到奇奇最高，真真最矮的答案。

方法二：都轉換成分公分單位

真真：1250 毫米=125 公分

奇奇：1 公尺 30 公分=130 公分

妙妙：128 公分

因為 1 公分 = 10 毫米，因此只要比較公分單位就可以得到答案。

得到奇奇最高，真真最矮的答案。

教師應幫助利用方法一解題的學生改用方法二來解題。

題號	試題代碼				答案		
13	114-M3-A1-13				4		
學習重點	N-3-1 一萬以內的數：含位值積木操作活動。結合點數、位值表徵、位值表。 位值單位「千」。位值單位換算。 備註：教學可進行到最後的「一萬」，但不進行超過一萬的教學。						
知識向度	數與計算		認知向度		概念理解		
題目	用 0、7、4、1 這 4 張數字卡排出最小的四位数。請問這個四位数的十位数字是什么？ ① 1 ② 0 ③ 7 ④ 4						
選答率	選項	1	2	3	4*	其他	通過率：63%
	全體	0.11	0.19	0.07	0.63	0.00	
	高分組	0.04	0.08	0.03	0.85	0.00	鑑別度：0.51
	低分組	0.19	0.31	0.14	0.35	0.01	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定4張數字卡，要求學生排出最小的四位数後選出其十位數字，評量學生四位数大小比較及位值單位換算的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 63%，高分組答對率 85%，低分組答對率 35%，鑑別度 0.51。							
2. 63%的學生選擇正確答案④，11%的學生選擇①，19%的學生選擇②，7%的學生選擇③。							

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.51，正確答案為選項④，通過率為 63%，顯示超過六成的學生已具備四位數大小比較及位值單位換算的能力。
2. 有 11%的學生選擇①（低分組有 19%），這些學生可能尚未具備比較四位數大小的能力，也可能尚未具備位值單位換算的能力。
3. 有 19%的學生選擇②（低分組有 31%），這些學生可能尚未具備比較四位數大小的能力，也可能尚未具備位值單位換算的能力。
4. 有 7%的學生選擇③（低分組有 14%），這些學生可能尚未具備比較四位數大小的能力，也可能尚未具備位值單位換算的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-2-1 一千以內的數：含位值積木操作活動。結合點數、位值表徵、位值表。位值單位「百」。位值單位換算。	N-3-1 一萬以內的數：含位值積木操作活動。結合點數、位值表徵、位值表。位值單位「千」。位值單位換算。 備註：教學可進行到最後的「一萬」，但不進行超過一萬的教學。	N-4-1 一億以內的數：位值單位「萬」、「十萬」、「百萬」、「千萬」。建立應用大數時之計算習慣，如「30 萬 1200」與「21 萬 300」的加減法。

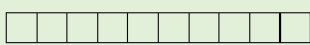

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不認識「十位數字」。
2. 學生可能不具備四位數大小比較的能力，無法排出最小的四位數。
3. 學生可能不具備位值單位換算的能力。

(二) 核心概念與本題的教學重點



1. 二年級已處理過「一」和「十」單位、「一」和「百」的換算以及「十」和「百」單位的換算。建議以此為基礎，先處理「一」和「千」單位的換算，再處理「百」和「千」單位的換算，最後處理「十」和「千」單位的換算。
2. 進行 1000 以內位值單位的換算，指的是：
能將「幾千幾百幾十幾」聚成「幾個千、幾個百、幾個十、幾個一」，例如將「2357」聚成「2 個千、3 個百、5 個十、7 個一」，以及將「幾個千、幾個百、幾個十、幾個一」化成「幾千幾百幾十幾」，例如將「2 個千、3 個百、5 個十、7 個一」化成「2357」的雙向化聚。
3. 有兩種使用定位板的時機，第一種是溝通數字的位值及位名，第二種是直式計算溝通不同單位的個數，引入定位板時，教師應說明下面三個限制：
 - (1) 記錄「幾」個十的時候，只能將「幾」記錄在十位，記錄「幾」個一的時候，只能將「幾」記錄在個位。
以「將 3 個十，5 個一記在定位板上」為例，定位板記錄不同單位的個數，因此必須將 3 個十的 3 記在十位，5 個一的 5 記在個位，才能夠溝通不同單位計數的意義。
 - (2) 一個位置只能記錄 1 個數碼。

十位	個位
	
3	15

以「將 3 個十，15 個一記在定位板上」為例，將 3 個十的 3 記在十位，將 15 個一的 15 記在個位，如上圖。

當定位板存在時，可以清楚的溝通有 3 個十，15 個一，但是脫離定位板記成 315 後，會和三百一十五混淆。因此數學上限制一個位置只能記錄 1 個數碼，必須將 3 個十，15 個一改記成 4 個十，5 個一。

(3) 某位值的個數是 0 時，必須記 0。

十位	個位
	
5	0

以「將 5 個十記在定位板上」為例，將 5 個十的 5 記在十位，如上圖。
當定位板存在時，可以清楚的溝通有 5 個十，但是脫離定位板記成 5 後，
會和 5 個一混淆，因此數學上限制當個位數字是 0 時，必須在個位上記 0。

題號	試題代碼				答案												
14	114-M3-A2-14				1												
學習重點	N-3-7 解題：兩步驟應用問題（加減與除、連乘）。連乘、加與除、減與除之應用解題。不含併式。 備註：乘除混合、連除在四年級（N-4-3）。																
知識向度	數與計算		認知向度		程序執行												
題目	<p>下面是媽媽到蛋糕店買蛋糕的交易明細表。</p> <table><tr><th colspan="3">交易明細</th></tr><tr><td>布丁蛋糕</td><td>4 個</td><td>152 元</td></tr><tr><td>巧克力蛋糕</td><td>1 個</td><td>48 元</td></tr><tr><td colspan="3">商品總數 5，金額 200 元</td></tr></table> <p>請問 1 個布丁蛋糕和 1 個巧克力蛋糕相差多少元？</p> <p>① 10 元</p> <p>② 38 元</p> <p>③ 40 元</p> <p>④ 104 元</p>					交易明細			布丁蛋糕	4 個	152 元	巧克力蛋糕	1 個	48 元	商品總數 5，金額 200 元		
交易明細																	
布丁蛋糕	4 個	152 元															
巧克力蛋糕	1 個	48 元															
商品總數 5，金額 200 元																	
選答率	選項	1*	2	3	4	其他	通過率：61%										
	全體	0.61	0.09	0.05	0.24	0.01											
	高分組	0.88	0.03	0.01	0.08	0.00	鑑別度：0.62										
	低分組	0.26	0.17	0.13	0.43	0.01											
一、試題分析																	
(一) 評量目標																	
本題是先除後減兩步驟文字題，要求學生算出答案，評量學生先除後減兩步驟問題解題及報讀交易明細表的能力。																	
(二) 數據說明																	
1. 整體通過率 61%，高分組答對率 88%，低分組答對率 26%，鑑別度 0.62。																	

2. 61%的學生選擇正確答案①，9%的學生選擇②，5%的學生選擇③，24%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.62，正確答案為選項①，通過率為 61%，顯示超過六成的學生已具備先除後減兩步驟問題解題的能力，也具備報讀交易明細表的能力。
2. 有 9%的學生選擇②（低分組有 17%），這些學生可能不具備先除後減兩步驟問題解題的能力，只算出一個布丁蛋糕的金額就停止解題，選擇一個布丁蛋糕的金額為答案，這些學生可能已具備報讀交易明細表的能力，但不具備先除後減兩步驟問題解題的能力。
3. 有 5%的學生選擇③（低分組有 13%），這些學生可能不具備先除後減兩步驟問題解題的能力，也可能不具備報讀交易明細表的能力，沒有考慮這兩種蛋糕的單價不同，以 $200 \div 5 = 40$ 為答案。
4. 有 24%的學生選擇④（低分組有 43%），這些學生可能不具備先除後減兩步驟問題解題的能力，也可能已具備報讀交易明細表的能力，但是誤解題意，算出兩種蛋糕總金額的差。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-2-8 解題：兩步驟應用問題（加、減、乘）。加減混合、加與乘、減與乘之應用解題。不含併式。不含連乘。	N-3-7 解題：兩步驟應用問題（加減與除、連乘）。連乘、加與除、減與除之應用解題。不含併式。 備註：乘除混合、連除在四年級（N-4-3）。	N-4-3 解題：兩步驟應用問題（乘除、連除）。乘與除、連除之應用解題。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

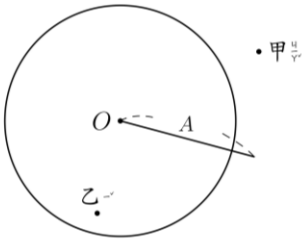
1. 學生可能不具備先除後減兩步驟問題解題的能力。
2. 學生可能不具備報讀交易明細表的能力。

- 3.低分組學生解兩步驟問題時，最常遇到的困難是算出第一個步驟的答案後，因為答案沒有在題目中，就不知道如何繼續往下算。建議教師可以透過分段布題的方式，幫助學生解題。

(二) 核心概念與本題的教學重點

- 1.本學習內容 N-3-7 為 N-2-8 之後續學習概念，故學生應該已經能夠在具體情境中，解決加、減兩步驟問題，也應該已經能解決先乘後加（減）與先加（減）後乘兩步驟問題。本學習內容延伸兩步驟問題情境至「先除後加及先除後減問題」和「先加後除及先減後除問題」。
- 2.先除後加（減）的問題，一定是兩步驟的問題，先加（減）後除的問題，可以是兩步驟的問題，也可以是三步驟的問題。建議教師先引入先除後加（減）的兩步驟問題，再引入先加（減）後除的兩步驟問題。
- 3.以先加後除的兩步驟問題「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人的錢合起來可以買幾枝？」為例，學生可以用兩個算式「 $15 + 25 = 40$ ， $40 \div 5 = 8$ ，答：可以買 8 枝」記錄解題活動，也可以用三個算式「 $15 \div 5 = 3$ ， $25 \div 5 = 5$ ， $3 + 5 = 8$ ，答：可以買 8 枝」記錄解題活動。剛開始，教師應先接受三步驟的算法，接下來，應透過分段布題或分段解題，限制學生改用兩個算式記錄解題活動，為四年級引入兩步驟問題的併式記錄及列式鋪路。
- 4.以「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」為例，教師可透過分段布題的方式幫助學生用兩個算式記錄解題活動。
步驟一：先布問題「甲有 15 元，乙有 25 元，兩人合起來有多少元？」，用算式把做法記下來。幫助學生用算式「 $15 + 25 = 40$ 」把做法記下來。
步驟二：再布問題「兩人合起來有 40 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」，用算式把做法記下來。幫助學生用算式「 $40 \div 5 = 8$ 」記錄解題活動。
步驟三：最後，再布原問題「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」，用兩個算式把先算什麼，再算什麼的算法記下來。幫助學生用兩個算式「 $15 + 25 = 40$ ， $40 \div 5 = 8$ 」把做法記下來。

5. 此題學生要讀懂題目，看清楚交易明細表上各個數字所代表的意思，
老師可以詢問學生 152 元是什麼意思？學生：是 4 個布丁蛋糕的總額，
老師：48 元是什麼意思？學生：是 1 個巧克力蛋糕的金額，
老師：題目問什麼？學生：一個布丁蛋糕和一個巧克力蛋糕相差多少元？
所以要先算出一個布丁蛋糕的錢，再來和一個巧克力蛋糕的錢相減。

題號	試題代碼		答案				
15	114-M3-C1-15		4				
學習重點	S-3-3 圓：「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。能使用圓規畫指定半徑的圓。 備註：知道圓心是認識圓的重要定義元素，但是圓心並不屬於圓。						
知識向度	空間與形狀	認知向度	概念理解				
題目	<p>下圖是一個直徑 10 公分的圓，O 點是圓心。</p>  <p>下面哪個敘述正確？</p> <p>① 圓規打開 10 公分，能畫出跟圖中一樣大的圓</p> <p>② 線段 A 的長度大於 10 公分</p> <p>③ 甲點跟圓心 O 的距離大於 10 公分</p> <p>④ 乙點跟圓心 O 的距離小於 5 公分</p>						
選答率	選項	1	2	3	4*	其他	通過率：60%
	全體	0.10	0.13	0.16	0.60	0.01	
	高分組	0.02	0.05	0.06	0.86	0.00	鑑別度：0.54
	低分組	0.20	0.21	0.25	0.32	0.02	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定有圓心、兩點及一條線段圓的圖像，要求學生選出正確的敘述，評量學生是否認識「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」的意義。							
(二) 數據說明							

1. 整體通過率 60%，高分組答對率 86%，低分組答對率 32%，鑑別度 0.54。
2. 60%的學生選擇正確答案④，10%的學生選擇①，13%的學生選擇②，16%的學生選擇③。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.54，正確答案為選項④，通過率為 60%，顯示六成的學生已認識「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」的意義。
2. 有 10%的學生選擇①（低分組有 20%），這些學生可能不認識「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」的意義，也可能不會使用圓規畫圓、不知道圓規打開時筆尖和針尖的距離是半徑。
3. 有 13%的學生選擇②（低分組有 21%），這些學生可能不認識「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」的意義，也可能無法掌握兩點距離的意義或誤解題意，將題目給定的直徑長解讀為圖像中的半徑長。
4. 有 16%的學生選擇③（低分組有 25%），這些學生可能不認識「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」的意義，也可能無法掌握兩點距離的意義，不知道圓內一點和圓心的距離小於半徑。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	S-2-2 簡單幾何形體：以操作活動為主。包含平面圖形與立體形體。辨認與描述平面圖形與立體形體的幾何特徵並做分類。	S-3-3 圓：「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。能使用圓規畫指定半徑的圓。 備註：知道圓心是認識圓的重要定義元素，但是圓心並不屬於圓。	S-5-3 扇形：扇形的定義。「圓心角」。扇形可視為圓的一部分。將扇形與分數結合（幾分之幾圓）。能畫出指定扇形。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 距離的概念比長度的概念抽象，學生可能不理解兩點距離的意義。
2. 學生可能不知道圓規筆尖和針尖的距離，以及圓心和圓周上一點的距離都是半徑。
3. 學生可能不認識「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」的意義。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本學習內容 S-3-3 為 S-2-2 之後續學習概念，故學生應該已經能辨認簡單平面圖形（圓、三角形、正方形、長方形等）。

本學習內容首次引入周界是曲線的平面圖形，幫助學生認識圓的圓心、圓周、半徑與直徑，以及半徑與直徑長度的關係，並幫助學生使用圓規畫圓。

2. 教師應區分「圓（circle）」和「圓區域（disc）」的意義：

圓：在平面上選定一定點 O ，在平面上與定點 O 的距離是 r ($r > 0$) 的所有點所成的集合稱為圓，該定點 O 稱為圓心， r 稱為半徑。

圓區域：圓和圓內部合起來稱為圓區域。

利用圓規畫圓時，畫出來的圖形是圓，利用摺紙找出圓的直徑時，所摺的圖形是圓區域。教師應區分圓或圓區域使用的時機及其限制。

3. 以下圖為例，有下列幾種描述半徑的方法：

(1) 稱 OA 線段為半徑，此時的半徑是一條線段。

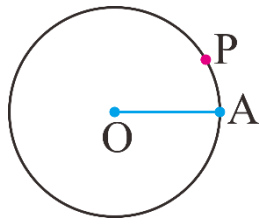
(2) 稱 OP 兩點的距離為半徑，此時的半徑是兩點的距離。

(3) 稱半徑 = 5 公分，此時的 5 公分可能是 OA 線段的長度，也可能是 OP 兩點的距離。

(4) 半徑是集合，學生必須發現圓心 O 和圓上任意點連成的線段都一樣或發現圓心 O 和圓上任意點的距離都相等，才能掌握所有半徑都等長意義。

這四種描述的方法中，第一種是學生最容易接受的方法，但是用圓規畫圓時，學生看不到線段 OA ，只能看到針尖和筆尖兩點的距離，建議在圓規兩腳之間綁上繩子或橡皮筋，讓學生在畫圓時，能看到針尖和筆尖的距離，也能看到連接針尖

和筆尖的線段。



4. 圓規只能畫出與圓心 O 的距離是半徑長的點 P ，無法畫出長度是半徑的線段 OP ，因此國小學生利用圓規畫線段時，常無法掌握筆尖及針尖的距離與半徑長度的意義。

下面提出兩種幫助學生澄清筆尖及針尖的距離與半徑長度意義的方法：

- (1) 在圓規筆尖及針尖之間綁上繩子或橡皮筋，幫助學生在畫圓時，同時看到筆尖及針尖的距離，以及連接筆尖及針尖兩點長度的線段。
- (2) 先畫出一條直線段，與學生溝通如何在直線段上畫出長 a 公分的線段，學生先張開圓規的筆尖及針尖，在直尺上量出筆尖及針尖距離是 a 公分，再以直線段的端點 A 為圓心，畫弧和直線段交於 B 點，最後再要求學生測量 AB 的長度，幫助學生察覺筆尖及針尖的距離為 a 公分時，連接筆尖及針尖的線段長也是 a 公分。

題號	試題代碼				答案		
16	114-M3-C3-16				2		
學習重點	S-3-1 (同 N-3-13) 角與角度：以具體操作為主。初步認識角和角度。角度的直接比較與間接比較。認識直角。 備註：同 N-3-13 備註。						
知識向度	空間與形狀		認知向度		解題思考		
題目	<p>「三點鐘」時，時鐘的分針和時針的夾角是直角。</p> <p>甲說：「三點半」時，時鐘的分針和時針的夾角比直角大。</p> <p>乙說：「九點半」時，時鐘的分針和時針的夾角比直角大。</p> <p>請問哪些人的說法正確？</p> <p>① 只有甲正確</p> <p>② 只有乙正確</p> <p>③ 甲和乙都正確</p> <p>④ 甲和乙都不正確</p>						
選答率	選項	1	2*	3	4	其他	通過率：25%
	全體	0.19	0.25	0.24	0.32	0.01	
	高分組	0.16	0.30	0.18	0.36	0.00	鑑別度：0.09
	低分組	0.22	0.22	0.28	0.26	0.02	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題說明三點鐘面時針和分針的夾角是直角，要求學生判斷三點半和九點半兩個時刻鐘面時針和分針夾角的大小，評量學生角度直接與間接比較的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 25%，高分組答對率 30%，低分組答對率 22%，鑑別度 0.09。							

2. 25%的學生選擇正確答案②，19%的學生選擇①，24%的學生選擇③，32%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.09，正確答案為選項②，通過率為 25%，顯示兩成五的學生已具備角度直接比較與間接比較的能力。
2. 有 19%的學生選擇①（低分組有 22%），這些學生可能不具備角度直接比較與間接比較的能力，也可能無法在心中描繪出三點半時鐘的圖像，誤認為三點半時針和分針的夾角大於直角。
3. 有 24%的學生選擇③（低分組有 28%），這些學生可能不具備角度直接比較與間接比較的能力，也可能無法在心中描繪出三點半及九點半時鐘的圖像，誤認為三點半及九點半時針和分針的夾角都比直角大。
4. 有 32%的學生選擇④（低分組有 26%），這些學生可能不具備角度直接比較與間接比較的能力，也可能無法在心中描繪出三點半及九點半時鐘的圖像，誤認為三點半和九點半時針和分針的夾角都是直角。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>S-2-1</p> <p>物體之幾何特徵：以操作活動為主。進行辨認與描述之活動。藉由實際物體認識簡單幾何形體（包含平面圖形與立體形體），並連結幾何概念（如長、短、大、小等）。備註：本條目之活動以實際物體為主。幾何特徵指非嚴格定義的頂點、角、邊、面、周界、內外。</p>	<p>S-3-1（同 N-3-13）</p> <p>角與角度：以具體操作為主。初步認識角和角度。角度的直接比較與間接比較。認識直角。備註：同 N-3-13 備註。</p>	<p>N-4-10</p> <p>角度：「度」（同 S-4-1）量角器的操作。實測、估測與計算。以角的合成認識 180 度到 360 度之間的角度。「平角」、「周角」。指定角度作圖。備註：量角器教學須包括從量角器左右兩側進行量角之活動。</p>

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備角度直接比較與間接比較的能力。
2. 學生可能無法在心中描繪出三點半及九點半時鐘的圖像。
3. 學生可能沒有依題意畫圖幫助解題的習慣，建議教師在教學時，能提供學生透過畫圖來解題的習慣。
4. 學生可能沒有注意時針旋轉的現象，誤認為三點半的時針指向數字 3、九點半的時針指向數字 9，三點半和九點半時針和分針的夾角都是直角。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 建議教師透過直尺、三角板、正方形或長方形幫助學生認識直角，並能判斷給定的角和直角的大小關係。三年級還沒有引入角度的常用單位「度」，不能說直角的角度是 90 度。
2. 三年級討論的對象是「張開角」，張開角指的是共端點兩重合線段張開的結果，共同的端點稱為頂點，張開後的兩線段稱為邊，因為張開後的形狀像圖形的角，故稱之為張開角。張開角的角度指的是張開的程度，選定單位量後，可以把角張開的程度數量化，討論張開角的角度不宜超過 180 度（不含平角）。
3. 學生可能沒有依題意畫圖的能力：教師可以指導學生先畫整點鐘再畫半點鐘，學生畫整點鐘應該沒問題，接著畫半點鐘時除了移動分針以外，時針會不會也跟著移動，移動到哪裡？若學生還是不清楚就透過具體物操作，實際撥時鐘觀察時針與分針移動的情況，再依題意畫圖出來。

題號	試題代碼				答案		
17	114-M3-A3-17				2		
學習重點	N-3-3 乘以一位數：乘法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被乘數為二、三位數。 備註：須處理被乘數有 0 的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。最後須能以一列算出答案。多位數乘以一位數隱含之分配律來自操作經驗與數感，而非分配律教學。						
知識向度	數與計算		認知向度		解題思考		
題目	<p>將 3、5、2、9 這 4 張數字卡片，分別放入下面</p> <p>的乘法算式中，相乘的積最小是多少？</p> <div><div><div>□ □ □</div><div>×</div><div>□</div></div><div></div></div> <p>① 444 ② 718 ③ 777 ④ 2115</p>						
選答率	選項	1	2*	3	4	其他	通過率：46%
	全體	0.27	0.46	0.11	0.15	0.01	
	高分組	0.11	0.75	0.07	0.07	0.00	鑑別度：0.52
	低分組	0.38	0.23	0.16	0.22	0.01	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定四張數字卡，要求學生排出積最小的乘法直式，評量學生三位數乘以一位數乘法直式計算的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 46%，高分組答對率 75%，低分組答對率 23%，鑑別度 0.52。							
2. 46%的學生選擇正確答案②，27%的學生選擇①，11%的學生選擇③，15%的學生選擇④。							

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.52，正確答案為選項②，通過率為 46%，顯示近五成的學生已具備三位數乘以一位數乘法直式計算的能力。
2. 有 27%的學生選擇①（低分組有 38%），這些學生可能不具備三位數乘以一位數乘法直式計算的能力，也可能不理解題意，選擇選項中最小的數字為答案。
3. 有 11%的學生選擇③（低分組有 16%），這些學生可能不具備三位數乘以一位數乘法直式計算的能力，也可能知道被乘數是三位數、乘數是一位數時，乘數的大小對積的影響可能比較大，但是只算出 $259 \times 3 = 777$ ，沒有算出 $359 \times 2 = 718$ 。
4. 有 15%的學生選擇④（低分組有 22%），這些學生可能不具備三位數乘以一位數乘法直式計算的能力，也可能不知道被乘數是三位數、乘數是一位數時，乘數的大小對積的影響可能比較大，這些學生選擇被乘數最小的組合，以 $235 \times 9 = 2115$ 為答案。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-2-6</p> <p>乘法：乘法的意義與應用。在學習乘法過程，逐步發展「倍」的概念，做為統整乘法應用情境的語言。</p> <p>備註：可在乘法解題脈絡中，自然使用連加算式，不限步驟。最後能以行列模型理解乘法交換律(R-2-3)。</p> <p>N-2-7</p> <p>十十乘法：乘除直式計算的基礎，以熟練為目標。</p> <p>備註：本單元應和乘</p>	<p>N-3-3</p> <p>乘以一位數：乘法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被乘數為二、三位數。</p> <p>備註：須處理被乘數有0的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。最後須能以一列算出答案。多位數乘以一位數隱含之分配律來自操作經驗與數感，而非分配律教學。</p>	<p>N-4-2</p> <p>較大位數之乘除計算：處理乘數與除數為多位數之乘除直式計算。教師用位值的概念說說明直式計算的合理性。</p> <p>備註：直式計算乘數與除數限三位。直式計算須注意0的教學。較大位數除法須進行估商的教學。知道如「1600×200」與「$60000 \div 400$」這類算式，可發展出更簡單的計算方法。</p>

	法概念的學習同時進行，不可要求學生死背乘法表。本條目的學習可協助在除法情境(如N-2-9)中察覺乘與除的關係。		
--	---	--	--

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備三位數乘以一位數乘法直式計算的能力。
2. 學生可能在嘗試錯誤的過程中，無法察覺被乘數是三位數、乘數是一位數時，乘數的大小對積的影響可能比較大。
3. 學生可能缺乏數感，不知道被乘數是三位數、乘數是一位數時，乘數的大小對積的影響可能比較大。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 二位數乘以一位數的乘法直式計算，是被乘數為二位數乘法直式計算的基礎，也是除數為二位數除法直式計算的基礎。
以 34×678 為例，直式進行 3 次 34 乘以一位數 6、7、8 的計算。
以 $4613 \div 72$ 為例，學生估商時進行 2 次 72 乘以一位數的計算。
三位數乘以一位數的乘法直式計算，是被乘數為三位數乘法直式計算的基礎，也是除數為三位數除法直式計算的基礎。
以 345×678 為例，直式進行了 3 次 345 乘以一位數 6、7、8 的計算。
以 $4613 \div 172$ 為例，學生估商時進行了 2 次 172 乘以一位數的計算。
2. 有兩種分解 147 的方法，第一種是將 147 分解成 100、40 和 7，第二種是將 147 分解成 1 個百 4 個十和 7 個一。乘法直式計算採用第二種分解方式，使得每一個單位的個數都不超過 10，藉以簡化計算。
下面的圖一是第一種分解方法的乘法直式計算，圖二是第二種分解方法的乘法直式計算。
不易將第一種分解方法的乘法直式計算結果記成一行，學生必須先將

7×6 、 40×6 、 200×6 的計算結果記在心裡，再心算出這三個數的和，才能將圖一的計算結果改記成一行，國小三年級的學生不易做到。

千	百	十	個
1000	100	⑩	①
	2	4	7
×			6
		4	2
	2	4	0
+1	2	0	0
1	4	8	2

(圖一)

千	百	十	個
1000	100	⑩	①
	2	4	7
×			6
		4	2
	2	4	
+1	2		
1	4	8	2

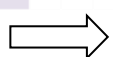
(圖二)

3. 以「 147×6 」為例，說明如何幫助學生將乘法直式計算的積摘要的記成一行。

千	百	十	個
1000	100	⑩	①
	1	4	7
×			6
		4	2
	2	4	
+	6		
	8	8	2



千	百	十	個
1000	100	⑩	①
	1	4	7
×			6
	8	8	2



因為「4」和「4」都是「十」單位，只要心算出「 $4 + 4$ 」，就可以省略記成一行。
 因為「2」和「6」都是「百」單位，只要心算出「 $2 + 6$ 」，就可以省略記成一行。
 因此可以省略記成一行。

4. 一位數乘以二位數的直式計算比二位數乘以一位數的直式計算困難，一位數乘以三位數的直式計算比三位數乘以一位數的直式計算困難，而且不是大數字乘法直式計算的先備知識，教師只要幫助學生理解直式計算解題的意義即可，不必要求熟練。

當學生認識乘法交換律後，教師可以幫助學生利用乘法交換律，將一位數乘以二位數的計算問題，例如 7×34 ，改用二位數乘以一位數的直式，例如 34×7 算出

答案。將一位數乘以三位數的計算問題，例如 7×348 ，改用三位數乘以一位數的直式，例如 348×7 算出答案。

題號	試題代碼				答案		
18	114-M3-A1-18				3		
學習重點	N-3-4 除法：除法的意義與應用。基於 N-2-9 之學習，透過幾個一數的解題方法，理解如何用乘法解決除法問題。熟練十十乘法範圍的除法，做為估商的基礎。 備註：建議先處理整除情境，再處理有餘數的情境。教學中應有乘、除法並陳之單元，讓學生能主動察覺乘法與除法問題的差異。						
知識向度	數與計算		認知向度		概念理解		
題目	<p>老師將一些糖果平分給 9 位學生，每位學生分到 6 顆糖果，還剩下 4 顆糖果。請問老師再拿出幾顆糖果，每位學生就能分到 7 顆糖果？</p> <p>① 1 顆</p> <p>② 2 顆</p> <p>③ 5 顆</p> <p>④ 9 顆</p>						
選答率	選項	1	2	3*	4	其他	通過率：53%
	全體	0.07	0.18	0.53	0.21	0.01	
	高分組	0.01	0.10	0.79	0.10	0.00	鑑別度：0.49
	低分組	0.15	0.25	0.30	0.28	0.02	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定等分除問題的除數、商及餘數，要求學生算出餘數最少加上多少就剛好能整除，評量學生利用餘數和除數關係解題的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 53%，高分組答對率 79%，低分組答對率 30%，鑑別度 0.49。							
2. 53%的學生選擇正確答案③，7%的學生選擇①，18%的學生選擇②，21%的學生選擇④。							

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.49，正確答案為選項③，通過率為 53%，顯示超過五成的學生已具備利用餘數和除數關係解題的能力。
2. 有 7%的學生選擇①（低分組有 15%），這些學生可能不具備利用餘數和除數關係解題的能力，誤認為原來每位學生分到 6 顆，再加上 1 顆就能分到 7 顆。
3. 有 18%的學生選擇②（低分組有 25%），這些學生可能不具備利用餘數和除數關係解題的能力，誤認為分給 9 位學生，就需要 9 顆，現在分到 7 顆，所以只要再拿出 2 顆。
4. 有 21%的學生選擇④（低分組有 28%），這些學生可能不具備利用餘數和除數關係解題的能力，誤認為分到的數量由 6 顆增加為 7 顆就是每人增加 1 顆，分給 9 位學生就增加 9 顆。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-2-9</p> <p>解題：分裝與平分。以操作活動為主。除法前置經驗。理解分裝與平分之意義與方法。引導學生在解題過程，發現問題和乘法模式的關連。</p> <p>備註：本條目非除法教學，不列除式，不用「除」的名稱（N-3-4）。限相當於整除的問題。教學應在「十十乘法」範圍中進行。可用幾個一數或連減協助，但不可成為答題格式。</p>	<p>N-3-4</p> <p>除法：除法的意義與應用。基於 N-2-9 之學習，透過幾個一數的解題方法，理解如何用乘法解決除法問題。熟練十十乘法範圍的除法，做為估商的基礎。</p> <p>備註：建議先處理整除情境，再處理有餘數的情境。教學中應有乘、除法並陳之單元，讓學生能主動察覺乘法與除法問題的差異。</p>	<p>N-3-5</p> <p>除一位數：除法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被除數為二、三位數。</p> <p>備註：除法直式計算。教師用位值的概念說直式計算的合理性。被除數為二、三位數。</p> <p>N-3-6</p> <p>解題：乘除應用問題。乘數、被乘數、除數、被除數未知之應用解題。連結乘與除的關係（R-3-1）。</p> <p>備註：可使用解題策略協助學生理解與轉</p>

			<p>化問題(例如「倍」的語言、空格算式、乘除互逆等)。本條目不須另立單元教學。</p> <p>R-3-1</p> <p>乘法與除法的關係：乘除互逆。應用於驗算與解題。</p> <p>備註：理解例如「3 的幾倍是 15」、「什麼數的 4 倍是 12」要用除法列式解題。</p>	
--	--	--	---	--

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備利用餘數和除數關係解題的能力。
2. 學生可能不理解除法算式「餘數可以為 0，而且一定要小於除數」的約定。
3. 學生可能不理解除法算式「被除數減餘數後就能整除」。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 理解除法算式的意義包含下列部分：
 - (1) 知道「被除數」、「除數」、「商」、「餘數」的名稱及意義。
 - (2) 理解商及餘數的意義，知道餘數可以為 0，而且一定要小於除數。
 - (3) 理解商及餘數的意義，知道被除數減餘數後就能整除。
2. 三年級學生應該已經理解除法的意義，並使用除法算式記錄分裝或平分活動的解題過程。本學習內容幫助學生用除法解決生活中的包含除、等分除問題。
3. 本學習內容幫助學生將除法算式看成解題的工具，學生解除法問題時，建議教師要求學生先用除法算式來列式，再算出答案，為後面引入的除法直式算則鋪路。
4. 學生不易掌握利用無條件進入法或無條件捨去法處理商必須是整數的問題，教師必須透過學生熟悉的情境，利用除法算式說明解題的意義。

以「14 人搭計程車(每輛計程車只能坐 4 位乘客)，至少要幾輛計程車才夠坐？」為例，透過除法算式「 $14 \div 4 = 3 \dots 2$ 」，說明只有 3 輛計程車時，還有 2 人沒車

坐，必須要 4 輛計程車才夠坐。

本學習內容不進行無條件進入法或無條件捨去法的教學。

5.請學生依題意列出除法算式： $(\quad) \div 9 = 6 \dots 4$ 說說這些數字所代表的意思：





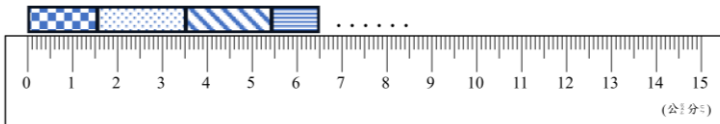
被除數是有一些糖果用 (\quad) 表示，除數是平分給 9 位學生，商是每人平分到 6 顆糖果，餘數是還剩下 4 顆。

解法一： $9 - 4 = 5$ 分到的數量由 6 顆增加為 7 顆就是每人增加 1 顆，分給 9 位學生就增加 9 顆，已剩下 4 顆所以還要補 5 顆。 $9 - 4 = 5$ 。

解法二： $(\quad) \div 9 = 6 \dots 4$

$$6 \times 9 = 54, 54 + 4 = 58$$

$$7 \times 9 = 63, 63 - 58 = 5。$$

題號	試題代碼				答案		
19	114-M3-D1-19				2		
學習重點	R-3-2 數量模式與推理 (I)：以操作活動為主。一維變化模式之觀察與推理， 例如數列、一維圖表等。 備註：含學生之簡單推理與說明。本教學活動不可出現公式，此非本條目之學 習目標。可結合表格教學 (D-3-1)。						
知識向度	關係		認知向度		概念理解		
題目	<p>妹、妹想用下面四種不一樣的綵帶，拼接成一條很長的綵帶。</p> <p>甲綵帶：</p> <p>乙綵帶：</p> <p>丙綵帶：</p> <p>丁綵帶：</p> <p>她按照甲、乙、丙、丁、甲、乙、丙、丁、……的順序來拼接。已經知道甲綵帶在直尺刻度 1 的上方，乙綵帶在直尺刻度 2 的上方，也在直尺刻度 3 的上方。</p>  <p>請問在直尺刻度 15 的上方，會是哪種綵帶？</p> <p>① 甲綵帶</p> <p>② 乙綵帶</p> <p>③ 丙綵帶</p> <p>④ 丁綵帶</p>						
選答率	選項	1	2*	3	4	其他	通過率：47%
	全體	0.25	0.47	0.15	0.13	0.01	
	高分組	0.17	0.69	0.07	0.06	0.00	鑑別度：0.38
	低分組	0.26	0.31	0.22	0.19	0.02	

一、試題分析

(一) 評量目標

本題給定四種緞帶依序排列在直尺上的圖像，要求學生選出直尺指定刻度的上方是哪種緞帶，評量學生一維變化模式推理的能力。

(二) 數據說明

1. 整體通過率 47%，高分組答對率 69%，低分組答對率 31%，鑑別度 0.38。
2. 47%的學生選擇正確答案②，25%的學生選擇①，15%的學生選擇③，13%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.38，正確答案為選項②，通過率為 47%，顯示近五成的學生已具備一維變化模式推理的能力。
2. 有 25%的學生選擇①（低分組有 26%），這些學生可能尚未具備一維數量模式的觀察與推理的能力，也可能不理解題意，僅選擇下一個出現的甲緞帶。
3. 有 15%的學生選擇③（低分組有 22%），這些學生可能尚未具備一維數量模式的觀察與推理的能力。
4. 有 13%的學生選擇④（低分組有 19%），這些學生可能尚未具備一維數量模式的觀察與推理的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	D-2-1 分類與呈現：以操作活動為主。能蒐集、分類、記錄、呈現資料、生活物件或幾何形體。討論分類之中還可以再分類的情況。 備註：非正式表格與統計圖表教學（見D-1-1備註）。可配合平	R-3-2 數量模式與推理(1)：以操作活動為主。一維變化模式之觀察與推理，例如數列、一維圖表等。 備註：含學生之簡單推理與說明。本教學活動不可出現公式，此非本條目之學習目	R-4-2 四則計算規律(1)：兩步驟計算規則。加減混合計算、乘除混合計算。在四則混合計算中運用數的運算性質。

	面圖形與立體形體教學 (S-2-2)。	標。可結合表格教學 (D-3-1)。	
--	---------------------	--------------------	--

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不理解題意。
2. 學生可能不具備一維變化模式推理的能力。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 三年級首次引入數量模式與推理，希望學生透過觀察數列、一維圖表等，能說出一維變化模式之規律，找出一維變化模式的下一項，並說明理由。
2. 以問題「想想看，第 4 個圖形有幾個圈？○○○、○○○○、○○○○○」為例，本學習內容只要求學生找出下一個圖形有 6 個圈，並說明理由即可，不必要求學生找出其它項，例如不必找出第 18 個圖形是什麼。
3. 教師提供數列讓學生討論時，並沒有定義數列的一般項，因此當我們只給定數列前幾項時，可以有很多定義數列的方法。
以「2、3、5、□、□」為例，下面都是合理的答案。
(1) 2、3、5、8、12 (3 比 2 多 1、5 比 3 多 2、8 比 5 多 3、12 比 8 多 4)
(2) 2、3、5、8、13 ($2+3=5$ 、 $3+5=8$ 、 $5+8=13$)
(3) 2、3、5、10、20 ($2+3=5$ 、 $2+3+5=10$ 、 $2+3+5+10=20$)
(4) 2、3、5、7、11 (將質數由小至大依序排列)
教師提供數列讓學生討論時，應接受不同的合理答案，但學生只要能說出一種合理的答案即可。

題號	試題代碼				答案		
20	114-M3-A1-20				2		
學習重點	N-3-5 除以一一位數：除法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被除數為二、三位數。 備註：須處理被除數有 0 的題型。						
知識向度	數與計算		認知向度		概念理解		
題目	<p>下面是老師計算「$659 \div 4$」的除法直式紀錄。</p> <p>算式中，有 4 個數字分別被 ●、■、▲ 和 ◆ 遮住。</p> <div><div><div>16▲</div><div>4</div><div>659</div><div>●</div><div>2■</div><div>24</div><div>19</div><div>16</div><div>◆</div></div></div> <p>請問下列敘述何者正確？</p> <div><div>① 被 ● 遮住的數字是 4，表示 4 個一</div><div>② 被 ■ 遮住的數字是 5，表示 5 個十</div><div>③ 被 ▲ 遮住的數字是 5，表示 5 個一的 4 倍，最接近 19 個一，但是不會超過 19 個一</div><div>④ 被 ◆ 遮住的數字是 5，表示剩下 5 個一</div></div>						
選答率	選項	1	2*	3	4	其他	通過率：47%
	全體	0.33	0.47	0.13	0.07	0.01	
	高分組	0.21	0.73	0.05	0.02	0.00	鑑別度：0.49
	低分組	0.38	0.24	0.21	0.15	0.02	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定部分數字被遮蓋的除法直式，要求學生找出被遮蓋的數字，評量學生三位數除以一一位數直式計算的能力。							

(二) 數據說明

1. 整體通過率 47%，高分組答對率 73%，低分組答對率 24%，鑑別度 0.49。
2. 47%的學生選擇正確答案②，33%的學生選擇①，13%的學生選擇③，7%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.49，正確答案為選項②，通過率為 47%，顯示近五成的學生已具備三位數除以一位數直式計算的能力。
2. 有 33%的學生選擇① (低分組有 38%)，這些學生可能不具備三位數除以一位數直式計算的能力，這些學生可能可以程序性的計算出答案，但是不理解計算過程解題的意義，誤將 4 個「百」解讀為 4 個「一」。
3. 有 13%的學生選擇③ (低分組有 21%)，這些學生可能不具備三位數除以一位數直式計算的能力，這些學生可能可以程序性的計算出答案，但是不理解計算過程解題的意義。
4. 有 7%的學生選擇④ (低分組有 15%)，這些學生可能不具備三位數除以一位數直式計算的能力，這些學生可能可以程序性的計算出答案，但是不理解計算過程解題的意義。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-3-4</p> <p>除法：除法的意義與應用。基於 N-2-9 之學習，透過幾個一數的解題方法，理解如何用乘法解決除法問題。熟練十乘法的範圍的除法，做為估商的基礎。</p> <p>備註：建議先處理整除情境，再處理有餘數的情境。教學中應</p>	<p>N-3-5</p> <p>除以一一位數：除法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被除數為二、三位數。</p> <p>備註：須處理被除數有 0 的題型。</p>	<p>N-4-2</p> <p>較大位數之乘除計算：處理乘數與除數為多位數之乘除直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。</p> <p>備註：直式計算乘數與除數限三位。直式計算須注意 0 的教學。較大位數除法須進行估商的教學。知道如</p>

	有乘、除法並陳之單元，讓學生能主動察覺乘法與除法問題的差異。		「 1600×200 」與「 $60000 \div 400$ 」這類算式，可發展出更簡單的計算方法。
--	--------------------------------	--	--

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

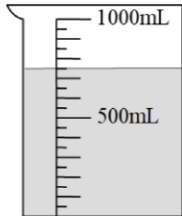
1. 學生可能尚未具備三位數除以一位數直式計算的能力。
2. 學生可能可以程序性的計算出答案，但是不理解計算過程解題的意義，例如誤將 4 個「百」解讀為 4 個「一」。
3. 建議教師進行三位數除以一位數直式計算教學時，必須回到原來的問題情境，說明每一個步驟解題的意義。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 除法問題包含平分情境的等分除問題，與分裝情境的包含除問題。
 等分除問題：將 14 個蘋果平分給 3 個人，每人最多分到幾個蘋果，還剩下多少個蘋果？
 包含除問題：14 個蘋果，每 3 個蘋果裝 1 盒，最多可裝滿幾盒，還剩下多少個蘋果？
2. 理解除法算式的意義包含下列部分：
 - (1) 知道「被除數」、「除數」、「商」、「餘數」的名稱及意義。
 - (2) 理解商及餘數的意義，知道餘數可以為 0，而且一定要小於除數。
 - (3) 理解商及餘數的意義，知道被除數減餘數後就能整除。
3. 基本乘法事實是二位數除以一位數及三位數除以一位數直式計算的基礎。
 以 $78 \div 5$ 為例，直式進行了 2 次一位數乘以 5 的計算，以 $678 \div 5$ 為例，直式進行了 3 次一位數乘以 5 的計算。
 教師應要求學生熟練二位及三位數乘以一位數的乘法直式計算，並將計算的結果記成一行，為除數是二、三位數的除法直式計算鋪路。
4. 以「659 元平分給 4 個人，每個人最多分到幾元，還剩下多少元？」為例，說明如何幫助學生學習除法直式計算。

- (1) 有兩種分解 659 的方法，第一種是將 659 分解成 $600 + 50 + 9$ ，第二種是將 659 分解成 6 個百、5 個十和 9 個一。第二種方法會讓計算的數字變小，本基本學習內容透過第二種分解方式引入除法直式計算。
- (2) 將 659 元分解成 6 張百元鈔票、5 枚十元硬幣和 9 個一元硬幣。先將 6 張百元鈔票平分給 4 個人，每人分到 1 張百元鈔票，還剩下 2 張百元鈔票不夠分，將 2 張百元鈔票換成 20 枚的十元硬幣，再加上原有的 5 枚十元硬幣，合起來有 25 枚十元硬幣，25 枚十元硬幣平分給 4 個人，每人分到 6 枚十元硬幣，還剩下 1 枚十元硬幣不夠分，將 1 枚十元硬幣換成 10 個一元硬幣，加上原有的 9 個一元硬幣，合起來有 19 個一元硬幣，19 個一元硬幣平分給 4 人，每人分到 4 個一元硬幣，還剩下 3 個一元硬幣。
- 合起來每個人分到 1 張百元鈔票、6 枚十元硬幣和 4 個 1 元硬幣，還剩下 3 個一元硬幣，也就是每人分到 164 元，剩下 3 元。
- (3) 用直式將解題過程記錄下來，並說明每個步驟的意義，如果學生混淆不同單位平分的意義，教師可以在直式上方畫出①、⑩、100來說明。

	百	十	個	
	100	⑩	①	
	1	6	4	⇒ 分到 1 張百元、6 枚十元和 4 個一元，也就是 164 元
4	6	5	9	⇒ 6 張百元鈔票、5 枚十元硬幣和 9 個一元硬幣
	4			⇒ 先分 6 張百元鈔票，每人分到 1 張，還剩下 2 張
	2	5		⇒ 換成 20 枚十元，加上原有的 5 枚，有 25 枚十元
	2	4		⇒ 再分 25 枚十元，每人分到 6 枚，剩下 1 枚十元
		1	9	⇒ 換成 10 個一元，加上原有的 9 個，有 19 個一元
		1	6	⇒ 再分 19 個一元，每人分到 4 個一元
			3	⇒ 剩下 3 個一元

題號	試題代碼				答案		
21	114-M3-B2-21				3		
學習重點	N-3-15 容量：「公升」、「毫升」。實測、量感、估測與計算。單位換算。 備註：基於 N-3-1 的限制，單位換算公升數限個位數。可使用複名數協助加減計算（複名數不做乘除）。						
知識向度	量與實測		認知向度		程序執行		
題目	<p>一瓶礦泉水的容量是 1 公升 800 毫升。媽媽將剛買的 1 瓶礦泉水倒一些進入量杯中（如下圖），請問這瓶礦泉水還剩下多少？</p> <div></div> <p>① 250 毫升 ② 750 毫升 ③ 1 公升 50 毫升 ④ 2 公升 550 毫升</p>						
選答率	選項	1	2	3*	4	其他	通過率：36%
	全體	0.09	0.49	0.36	0.05	0.01	
	高分組	0.04	0.33	0.62	0.01	0.00	鑑別度：0.47
	低分組	0.15	0.57	0.16	0.11	0.02	
一、試題分析 (一) 評量目標 本題是容量情境的文字題，要求學生算出答案，評量學生容量單位複名數加減計算及報讀量杯液量的能力。 (二) 數據說明 1. 整體通過率 36%，高分組答對率 62%，低分組答對率 16%，鑑別度 0.47。							

2. 36%的學生選擇正確答案③，9%的學生選擇①，49%的學生選擇②，5%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.47，正確答案為選項③，通過率為 36%，顯示超過三成的學生已掌握容量單位複名數加減計算的能力，也具備報讀量杯液量的能力。
2. 有 9%的學生選擇①（低分組有 15%），這些學生可能不具備容量單位複名數加減計算的能力，這些學生可能已具備報讀量杯液量的能力，知道量杯的液量為 750 毫升，也具備以毫升為單位加法計算的能力，但是誤解題意，算出量杯中還能倒入多少液量才能裝滿，這些學生算出 $1000 - 750 = 250$ ，以 250 毫升為答案。
3. 有 49%的學生選擇②（低分組有 57%），這些學生已具備報讀量杯液量的能力，但是誤解題意，以目前量杯中有多少液量作為答案。
4. 有 5%的學生選擇④（低分組有 11%），這些學生可能已具備容量單位複名數加減計算的能力、也具備報讀量杯液量的能力，但是誤解題意，將目前量杯中液量和題目的 1 公升 800 毫升相加作為答案。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-2-12 容量、重量、面積：以操作活動為主。此階段量的教學應包含初步認識、直接比較、間接比較（含個別單位）。不同的量應分不同的單元學習。	N-3-15 容量：「公升」、「毫升」。實測、量感、估測與計算。單位換算。備註：基於 N-3-1 的限制，單位換算公升數限個位數。可使用複名數協助加減計算（複名數不做乘除）。	N-5-15 解題：容積。容量、容積和體積間的關係。知道液體體積的意義。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備報讀量杯液量的能力。
2. 學生可能不具備容量單位複名數加減計算的能力。
3. 學生可能不具備解多步驟容量問題的能力。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 建議教師先引入「毫升」單位，待學生能進行毫升單位的實測、估測與加減計算後，再引入「公升」單位。
2. 學生必須先學會描述容器中有多少液量，才能夠描述容器中最多裝了多少液體，因此學生先學習如何描述液量後，才能夠溝通容器的容量是多少。例如將容器中的水倒入量杯中，測量出水有 5 毫升，我們稱容器中水的液量是 5 毫升，將容器中裝滿水再倒入量杯中，測量出水有 8 毫升，我們稱容器的容量是 8 毫升。
3. 因為「公升、毫公升」單位間是 1000 倍的關係，建議教師先處理大單位化為小單位的問題，再處理小單位聚成大單位的問題，但兩單位間的化聚限制在整數倍，例如「5 公升 = () 毫公升」，「3000 毫公升 = () 公升」。
4. 進行相鄰二階單位的時間、長度、重量、容量等的複名數加減問題，直式算式只是把兩個相鄰的單位並置進行計算(如圖一)，所以「3 公升 54 毫公升」不宜在直式紀錄中補上「0」。如在直式紀錄中補上「0」，改記成「3 公升 054 毫公升」(如圖二)會將「3 公升 54 毫公升 + 5 公升 283 毫公升」複名數加減問題轉換成「3054 毫公升 + 5283 毫公升」(如圖三)毫公升單位的計算問題。如下所示：

		毫
	公	公
	升	升
	/	ml
	3	54
+	5	283

圖一

		毫
	公	公
	升	升
	/	ml
	3	054
+	5	283

圖二

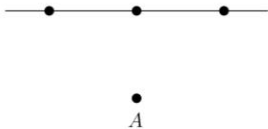
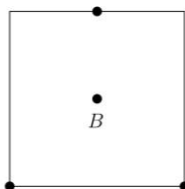
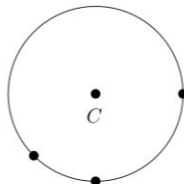
		毫
	公	公
	升	升
	/	ml
		3054
+		5283

圖三

5. 日常生活中我們不會將複名數 3 公升 54 毫公升稱為 3 公升 054 毫公升，但是將複名數 3 公升 54 毫公升改記成單名數時，會稱 3 公升 54 毫公升為 3054 毫公升。
以複名數加法「3 公升 54 毫公升 + 5 公升 283 毫公升 = () 公升 () 毫公升」為例，透過圖一中的直式算式，說明將 3 公升 54 毫公升改記成 3 公升 054 毫公升後，教學的重點不再是複名數的加法，而是單名數的加法。

圖一中的直式算式，將 3 公升和 5 公升看成同一個單位，54 毫公升和 283 毫公升看成一個單位，教學重點是複名數的加法。

圖二中的直式算式，將 3 公升 54 毫公升改記成 3 公升 054 毫公升，目的是將「3 公升 54 毫公升 + 5 公升 283 毫公升」的複名數加法問題，轉換成「3054 毫公升 + 5283 毫公升」的單名數加法問題。

題號	試題代碼				答案		
22	114-M3-C1-22				3		
學習重點	S-3-3 圓：「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。能使用圓規畫指定半徑的圓。 備註：知道圓心是認識圓的重要定義元素，但是圓心並不屬於圓。						
知識向度	空間與形狀		認知向度		概念理解		
題目	<p>如圖，圖一中的 3 個點在一直線上，A 點是直線外的一個點。圖二中的 3 個點在正方形的周界上，B 點在正方形內部。圖三中的 3 個點都在圓周上，C 點是圓心。</p> <div><div><p>圖一</p></div><div><p>圖二</p></div><div><p>圖三</p></div></div> <p>甲說：圖一中的 3 個點和 A 點的距離都相等。</p> <p>乙說：圖二中的 3 個點和 B 點的距離都相等。</p> <p>丙說：圖三中的 3 個點和 C 點的距離都相等。</p> <p>請問哪些人的說法正確？</p> <p>① 只有甲正確</p> <p>② 只有乙正確</p> <p>③ 只有丙正確</p> <p>④ 甲、乙和丙都不正確</p>						
選答率	選項	1	2	3*	4	其他	通過率：41%
	全體	0.25	0.15	0.41	0.18	0.02	
	高分組	0.17	0.07	0.65	0.10	0.00	鑑別度：0.41
	低分組	0.27	0.22	0.24	0.24	0.03	

一、試題分析

(一) 評量目標

本題給定直線、正方形、圓形及各圖形上面三點，要求學生判定這三個點分別與指定點的距離是否相等，評量學生判斷兩點距離長短及認識同圓半徑都等長的能力。

(二) 數據說明

1. 整體通過率 41%，高分組答對率 65%，低分組答對率 24%，鑑別度 0.41。
2. 41%的學生選擇正確答案③，25%的學生選擇①，15%的學生選擇②，18%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.41，正確答案為選項③，通過率為 41%，顯示超過四成的學生已具備判斷兩點距離長短的能力，也認識同圓半徑都等長的性質。
2. 有 25%的學生選擇①（低分組有 27%），這些學生可能不具備判斷兩點距離長短的能力，可能也不認識同圓半徑都等長的性質，可能無法連結長度和距離的關係，沒有距離長短的量感。
3. 有 15%的學生選擇②（低分組有 22%），這些學生可能不具備判斷兩點距離長短的能力，可能也不認識同圓半徑都等長的性質，可能無法連結長度和距離的關係，沒有距離長短的量感。
4. 有 18%的學生選擇④（低分組有 24%），這些學生可能不具備判斷兩點距離長短的能力，可能也不認識同圓半徑都等長的性質，可能無法連結長度和距離的關係，沒有距離長短的量感。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	S-2-3 直尺操作：測量長度。 報讀公分數。指定長度之線段作圖。 備註：由此開始建立學習與使用測量工具的良好習慣。測量都	S-3-3 圓：「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。 能使用圓規畫指定半徑的圓。 備註：知道圓心是認識圓的重要定義元	S-5-3 扇形：扇形的定義。「圓心角」。扇形可視為圓的一部分。將扇形與分數結合（幾分之幾圓）。能畫出指定扇形。

	會有誤差，教師教學和評量時應注意區分誤差和錯誤的差別。	素，但是圓心並不屬於圓。	備註：扇形含圓心角大於 180 度的情況。理解如「圓心角 90 度的扇形是 $\frac{1}{4}$ 圓」等的結論。畫出指定扇形包括「給定一圓，能畫出 $\frac{1}{3}$ 圓、 $\frac{1}{6}$ 圓等扇形」、「畫出指定半徑與圓心角的扇形」。	
--	-----------------------------	--------------	--	--

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備判斷兩點距離長短的能力。
2. 學生可能無法連結長度和距離的關係，沒有距離長短的量感。
3. 學生可能不認識同圓半徑都等長的性質。

(二) 核心概念與本題的教學重點

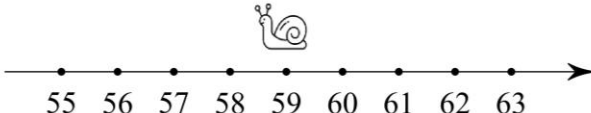
1. 教師不宜只要求學生用直尺測量物長，用直尺測量物長時，學生會將注意力放在被測量物兩邊端點在直尺上的刻度，不易建立長度的量感。
教師應多提供學生以「1 公分」及「1 公尺」為單位的實測活動，例如以「1 公分」為單位來測量，知道鉛筆大約和 8 個「1 公分」接起來一樣長，所以鉛筆的長度是 8 公分，以「1 公尺」為單位來測量，教室外走廊的長大約和 12 個「1 公尺」接起來一樣長，所以教室外走廊的長是 12 公尺。
2. 長度和距離是兩種不同的概念，以 A、B 兩相異點為例，長度討論的是線段 AB 有多長，距離討論的是 A、B 兩點離多遠，因此對低年級學生而言，長度的概念比較具體，而距離的概念比較抽象。
教師可以透過畫出連接兩點的線段，並測量線段的長度，幫助學生認識兩點的距離就是畫出線段的長度。為了方便學生描述距離是幾公分，教師布題時，應儘量讓兩點的距離為整數公分。

3. 建議教師透過下列步驟幫助學生建立直尺為測量長度的工具。

步驟一：透過點數有幾個 1 公分，得到緞帶的長度和 7 個 1 公分接起來一樣長，所以緞帶長 7 公分。

步驟二：幫助學生認識緞帶的一端對齊刻度 0，緞帶的另一端對齊刻度 7，因此只要報讀刻度 0 到刻度 7，就知道緞帶長 7 公分。

步驟三：多提供一些實測的經驗，幫助學生察覺緞帶和 a 個 1 公分接起來一樣長時，緞帶的一端對齊刻度 0，緞帶的另一端對齊刻度 a ，因此只要報讀刻度 0 到刻度 a ，就知道緞帶長 a 公分。

題號	試題代碼		答案				
23	114-M3-A2-23		4				
學習重點	N-3-11 整數數線：認識數線，含報讀與標示。連結數序、長度、尺的經驗，理解在數線上做比較、加、減的意義。 備註：數線須從 0 開始。運用長度加減法（N-2-11），理解在數線上做加、減的意義。						
知識向度	數與計算	認知向度	程序執行				
題目	<p>下圖是一條數線，蝸牛依照指示要往右移動 17 格，結果它搞錯方向，往左移動 17 格後，停在數字 59 上。如果蝸牛依照指示正確的移動，會移動到數線的哪個數字上？</p> <div></div> <p>① 25 ② 42 ③ 76 ④ 93</p>						
選答率	選項	1	2	3	4*	其他	通過率：24%
	全體	0.08	0.28	0.38	0.24	0.02	
	高分組	0.05	0.17	0.27	0.50	0.01	鑑別度：0.40
	低分組	0.13	0.35	0.39	0.10	0.03	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定整數數線上一點錯誤移動後的坐標，要求學生選出該點正確移動的坐標，評量學生利用在數線上做加、減計算解題的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 24%，高分組答對率 50%，低分組答對率 10%，鑑別度 0.40。							

2. 24%的學生選擇正確答案④，8%的學生選擇①，28%的學生選擇②，38%的學生選擇③。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.40，正確答案為選項④，通過率為 24%，顯示超過兩成的學生已認識整數數線，並具備利用在數線上做加、減計算解題的能力。
2. 有 8%的學生選擇①（低分組有 13%），這些學生可能不認識整數數線或不具備利用在數線上做加、減計算解題的能力，也可能不理解題意，以 $59 - 17 - 17 = 25$ 為答案。
3. 有 28%的學生選擇②（低分組有 35%），這些學生可能不認識整數數線或不具備利用在數線上做加、減計算解題的能力，也可能不理解題意，以 $59 - 17 = 42$ 為答案。
4. 有 38%的學生選擇③（低分組有 39%），這些學生可能不認識整數數線或不具備利用在數線上做加、減計算解題的能力，也可能不理解題意，以 $59 + 17 = 76$ 為答案。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-2-11 長度：「公分」、「公尺」。實測、量感、估測與計算。單位換算。</p> <p>S-2-3 直尺操作：測量長度。報讀公分數。指定長度之線段作圖。</p>	<p>N-3-11 整數數線：認識數線，含報讀與標示。連結數序、長度、尺的經驗，理解在數線上做比較、加、減的意義。</p> <p>備註：數線須從 0 開始。運用長度加減法（N-2-11），理解在數線上做加、減的意義。</p>	<p>N-4-8 數線與分數、小數：連結分小數長度量的經驗。以標記和簡單的比較與計算，建立整數、分數、小數一體的認識。</p>

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不認識整數數線。
2. 學生可能不具備利用在數線上做加、減計算解題的能力。
3. 學生可能不理解題意，無法解決倒推的問題。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 可以利用直尺測量物長的經驗來認識數線，例如透過直尺測量物長是 5 公分，指的是刻度 5 和刻度 0 的距離是 5 公分，幫助學生認識數線上的刻度 5 有下列兩種意義：

(1) 在數線上的位置（或坐標）是 5。

(2) 和原點 0 的距離是 5。

2. 教師也可以將數線上奇數刻度擦掉，只留下刻度 0、2、4、6、8 等，為後面引入省略部分刻度的數線鋪路。

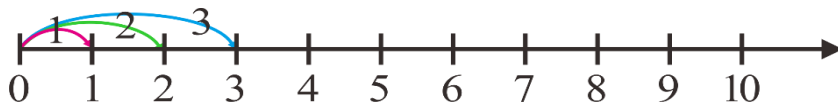
建議教師先討論留下刻度是 0、2、4、6、8 等的數線，再討論留下刻度是 5、10、15 等或其它數字的數線。

3. 教師可以透過下列方法繪製數線，幫助學生理解整數數線的意義。

步驟一：先利用直尺上的公分刻度繪製有刻度的數線，並標示相鄰兩刻度間的距離都是 1（單位）。



步驟二：再幫助學生將最左邊的刻度上標示 0，在和 0 距離 1 的刻度上標示 1，在和 0 距離 2 的刻度上標示 2，在和 0 距離 3 的刻度上標示 3，以此類推。



步驟三：說明相鄰兩刻度的距離都是 1（單位），刻度 5 和 0 的距離是 5（單位）。



題號	試題代碼				答案		
24	114-M3-A1-24				1		
學習重點	N-3-9 簡單同分母分數：結合操作活動與整數經驗。簡單同分母分數比較、加、減的意義。牽涉之分數與運算結果皆不超過 2。以單位分數之點數為基礎，連結整數之比較、加、減。知道「和等於 1」的意義。 備註：本年級分數教學只用「分數」一詞，不出現「真分數」與「假分數」的名詞，也不含帶分數的教學 (N-4-5)。應區分真分數與假分數之教學 (例如分開於上、下學期)。初步認識分數的應用時，情境應以連續量為主。若要處理離散量情境，必須與連續模型表徵強烈結合，而且其計數單位須為以整體數量為分母的單位分數 (如 1 盒餅乾有 6 塊，則只處理分母 6 之分數，不處理 2 或 3 的情況)。						
知識向度	數與計算		認知向度	概念理解			
題目	<p>媽_マ媽_マ將_レ 1 個_コ蔥油餅_ニ平_ニ分_ニ切_ニ成_ニ 8 塊_ニ，哥_コ哥_コ吃_ニ掉_ニ了_ニ 3 塊_ニ，妹_イ妹_イ吃_ニ掉_ニ了_ニ 2 塊_ニ。請_レ問_ニ下_ニ列_ニ敘_ニ述_ニ何_ニ者_ニ正_ニ確_ニ？</p> <p>① 剩_ニ下_ニ $\frac{3}{8}$ 個_コ蔥油餅_ニ</p> <p>② 哥_コ哥_コ和_ニ妹_イ妹_イ總_ニ共_ニ吃_ニ掉_ニ 5 個_コ蔥油餅_ニ</p> <p>③ 哥_コ哥_コ比_ニ妹_イ妹_イ多_ニ吃_ニ $\frac{1}{8}$ 塊_コ蔥油餅_ニ</p> <p>④ 哥_コ哥_コ和_ニ妹_イ妹_イ總_ニ共_ニ吃_ニ了_ニ $\frac{5}{8}$ 塊_コ蔥油餅_ニ</p>						
選答率	選項	1*	2	3	4	其他	通過率：55%
	全體	0.55	0.11	0.11	0.21	0.02	
	高分組	0.81	0.05	0.05	0.09	0.01	鑑別度：0.49
	低分組	0.31	0.18	0.18	0.30	0.03	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定被分割量及兩個分量，要求學生選出正確的敘述，評量學生連續量情境真分數的命名及簡單同分母分數比較及加減計算的能力。							

(二) 數據說明

1. 整體通過率 55%，高分組答對率 81%，低分組答對率 31%，鑑別度 0.49。
2. 55%的學生選擇正確答案①，11%的學生選擇②，11%的學生選擇③，21%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.49，正確答案為選項①，通過率為 55%，顯示五成五的學生已具備連續量情境真分數的命名及簡單同分母分數比較及加減計算的能力。
2. 有 11%的學生選擇②（低分組有 18%），這些學生可能不具備連續量情境真分數的命名及簡單同分母分數比較及加減計算的能力，這些學生可能無法區分被分割量及分量的單位，誤將兩人共吃掉 5 塊蔥油餅看成吃掉 5 個蔥油餅。
3. 有 11%的學生選擇③（低分組有 18%），這些學生可能不具備連續量情境真分數的命名及簡單同分母分數比較及加減計算的能力，這些學生可能無法區分被分割量及分量的單位，誤將哥哥比妹妹多吃了 $\frac{1}{8}$ 個蔥油餅看成多吃了 $\frac{1}{8}$ 塊蔥油餅。
4. 有 21%的學生選擇④（低分組有 30%），這些學生可能不具備連續量情境真分數的命名及簡單同分母分數比較及加減計算的能力，這些學生可能無法區分被分割量及分量的單位，誤將哥哥和妹妹共吃了 $\frac{5}{8}$ 個蔥油餅看成多吃了 $\frac{5}{8}$ 塊蔥油餅。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-2-10 單位分數的認識：從等分配的活動（如摺紙）認識單部分為全部的「幾分之一」。知道日常語言「的一半」、「的二分之一」、「的四分之一」的溝通意義。在已等分割之格圖中，能說明一	N-3-9 簡單同分母分數：結合操作活動與整數經驗。簡單同分母分數比較、加、減的意義。牽涉之分數與運算結果皆不超過 2。以單位分數之點數為基礎，連結整數之比較、加、	N-4-5 同分母分數：一般同分母分數教學（包括「真分數」、「假分數」、「帶分數」名詞引入）。假分數和帶分數之變換。同分母分數的比較、加、減與整數倍。

		<p>格為全部的「幾分之一」。</p> <p>減。知道「和等於 1」的意義。</p> <p>備註：本年級分數教學只用「分數」一詞，不出現「真分數」與「假分數」的名詞，也不含帶分數的教學 (N-4-5)。應區分真分數與假分數之教學 (例如分開於上、下學期)。初步認識分數的應用時，情境應以連續量為主。若要處理離散量情境，必須與連續模型表徵強烈結合，而且其計數單位須為以整體數量為分母的單位分數(如 1 盒餅乾有 6 塊，則只處理分母 6 之分數，不處理 2 或 3 的情況)。</p>	
--	--	---	--

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備連續量情境真分數的命名及簡單同分母分數比較及加減計算的能力。
2. 學生可能無法區分被分割量及分量的單位，誤將哥哥比妹妹多吃了 $\frac{1}{8}$ 個蔥油餅看成多吃了 $\frac{1}{8}$ 塊蔥油餅。

3 學生可能無法區分被分割量及分量的單位，誤將哥哥和妹妹共吃了 $\frac{5}{8}$ 個蔥油餅看

成多吃了 $\frac{5}{8}$ 塊蔥油餅。

4. 建議教師分數教學時，一定要強調單位，並幫助學生區分不同單位的意義。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 只要題目中有兩個或兩個以上的單位，教師教學或評量時應強調處理或運算的是什麼單位，養成學生注意單位的習慣。

2. 分數問題主要包含連續量情境和離散量情境兩部分：

連續量情境：被分割的單位量是連續完整的物件，例如繩子、披薩、果汁、蛋糕等。

離散量情境：被分割的單位量是離散的個物，例如一盒蘋果（6 個）、一袋水餃（10 個）等。

連續量情境真分數命名活動：將 1 條繩子平分剪成 5 段，其中的 2 段是 $\frac{2}{5}$ 條。

離散量情境真分數命名活動：一袋糖果有 10 顆，將 1 袋糖果平分成 10 份，其

中的 3 份是 $\frac{3}{10}$ 袋。

在上面的情境中，連續量情境中只有「條」和「段」2 個單位，而離散量情境中有「顆」、「份」和「袋」3 個單位，建議教師先處理連續量情境分數問題，再處理離散量情境分數問題。

3. 分數的做數，也包含連續量和離散量兩部分：

連續量情境：給定一條繩子或一塊披薩，要求畫出 $\frac{3}{4}$ 條繩子或 $\frac{3}{4}$ 塊披薩。

離散量情境：一盒蘋果有 4 顆，要求拿出 $\frac{3}{4}$ 盒蘋果。

4. 以一盒蘋果有 8 顆為例：

將 1 盒蘋果平分成 8 份，其中的 1 份是 1 顆，其中的 1 份是 $\frac{1}{8}$ 盒。

1 份是 1 顆，我們稱單位分數 $\frac{1}{8}$ 盒的內容物 1 顆為單一個物。

將 1 盒蘋果平分成 4 份，其中的 1 份是 2 顆，其中的 1 份是 $\frac{1}{4}$ 盒。

1 份是 2 顆，我們稱單位分數 $\frac{1}{4}$ 盒的內容物 2 顆為多個個物。

5. 三年級學生可能無法掌握三個單位計數的意義，單位分數內容物為單一個物時，1 份剛好是 1 顆，學生混淆 1 顆和 1 份兩個單位也能成功的解題。但單位分數內容物為多個個物時，學生常誤認為 1 份為 1 顆。

本基本學習內容首次引離散量情境分數問題，故僅處理單位分數內容物單一個物的問題。

6. 數學上稱分子為 1 的分數為單位分數。以「將 1 條繩子平分剪成 7 段，

其中的 1 段是 $\frac{1}{7}$ 條，其中的 5 段是 $\frac{5}{7}$ 條」

在同分母分數情境中，透過單位分數的概念，可以和整數的計算完全連結起來，

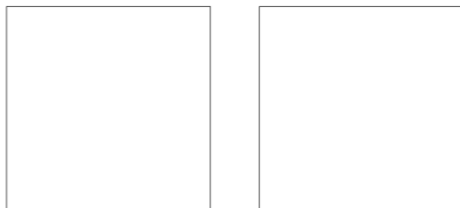
例如將 $\frac{2}{7}$ 視為 2 個 $\frac{1}{7}$ ， $\frac{3}{7}$ 視為 3 個 $\frac{1}{7}$ ，「 $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ 」可以看成「2 + 3」，也就是

2 個 $\frac{1}{7}$ 加 3 個 $\frac{1}{7}$ 合起來是 $\frac{5}{7}$ 條」。

以分數加法問題「 $\frac{2}{7}$ 張色紙和 $\frac{3}{7}$ 張色紙合起來是多少張色紙？」為例，

教師應要求學生用一個算式把問題和答案都記下來，幫助學生將解題過程記成

「 $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$ ，答： $\frac{5}{7}$ 張」，上述記法中的算式和答案都以 1 張為單位。

題號	試題代碼		答案				
25	114-M3-A1-25		2				
學習重點	N-3-9 簡單同分母分數：結合操作活動與整數經驗。簡單同分母分數比較、加、減的意義。牽涉之分數與運算結果皆不超過 2。以單位分數之點數為基礎，連結整數之比較、加、減。知道「和等於 1」的意義。 備註：本年級分數教學只用「分數」一詞，不出現「真分數」與「假分數」的名詞，也不含帶分數的教學（N-4-5）。應區分真分數與假分數之教學（例如分開於上、下學期）。初步認識分數的應用時，情境應以連續量為主。若要處理離散量情境，必須與連續模型表徵強烈結合，而且其計數單位須為以整體數量為分母的單位分數（如 1 盒餅乾有 6 塊，則只處理分母 6 之分數，不處理 2 或 3 的情況）。						
知識向度	數與計算	認知向度	概念理解				
題目	<p>有 2 張一樣大的白色色紙。</p> <div></div> <p>大毛先將 1 張色紙平均分成 6 片，將 $\frac{4}{6}$ 張塗上紅色，接著將另 1 張色紙也平均分成 6 片，將 4 片塗上綠色。請問還有多少張白色色紙沒有塗色？</p> <p>① $\frac{2}{6}$ 張 ② $\frac{4}{6}$ 張 ③ 2 張 ④ 4 張</p>						
選答率	選項	1	2*	3	4	其他	通過率：61%
	全體	0.18	0.61	0.07	0.11	0.03	
	高分組	0.08	0.85	0.02	0.05	0.01	鑑別度：0.50
	低分組	0.29	0.35	0.16	0.17	0.04	

一、試題分析

(一) 評量目標

本題給定 2 個被分割量及 2 個分量，要求學生算出剩下的分量，評量學生連續量情境真分數的命名及簡單同分母分數加減計算的能力。

(二) 數據說明

1. 整體通過率 61%，高分組答對率 85%，低分組答對率 35%，鑑別度 0.50。
2. 61% 的學生選擇正確答案②，18% 的學生選擇①，7% 的學生選擇③，11% 的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.50，正確答案為選項②，通過率為 61%，顯示超過六成的學生已具備連續量情境真分數的命名及簡單同分母分數加減計算的能力。
2. 有 18% 的學生選擇①（低分組有 29%），這些學生可能不具備連續量情境真分數的命名及簡單同分母分數加減計算的能力，也可能誤解題意，只算出 1 張色紙塗色後剩下 $\frac{1}{3}$ 張色紙。
3. 有 7% 的學生選擇③（低分組有 16%），這些學生可能不具備連續量情境真分數的命名及簡單同分母分數加減計算的能力，也可能誤解題意，只算出 1 張色紙塗色後剩下的色紙，這些學生還混淆被分割量及分量的單位，回答剩下 2 張色紙。
4. 有 11% 的學生選擇④（低分組有 17%），這些學生可能不具備連續量情境真分數的命名及簡單同分母分數加減計算的能力，也可能混淆被分割量及分量的單位，回答剩下 4 張色紙。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-2-10 單位分數的認識：從等分配的活動（如摺紙）認識單部分為全部的「幾分之一」。知道日常語言「的一半」、「的二分之一」、	N-3-9 簡單同分母分數：結合操作活動與整數經驗。簡單同分母分數比較、加、減的意義。牽涉之分數與運算結果皆不超過 2。以單位	N-4-5 同分母分數：一般同分母分數教學（包括「真分數」、「假分數」、「帶分數」名詞引入）。假分數和帶分數之變換。同分母分

	<p>「的四分之一」的溝通意義。在已等分割之格圖中，能說明一格為全部的「幾分之一」。</p> <p>備註：學生應知道等分配活動之目的。二年級之分數活動與教學限連續量，不處理離散量，避免和 N-2-9 混淆。摺紙限「摺半」操作：例如用長方形摺出分母 2、4、8 的單位分數；用圓摺出分母 2 或 4 之單位分數。已等分割之格圖，應呼應等分割活動，以長方形或圓形為主。「的幾分之一」的用語僅限於活動與溝通，不是分數乘法問題。</p>	<p>分數之點數為基礎，連結整數之比較、加、減。知道「和等於 1」的意義。</p> <p>備註：本年級分數教學只用「分數」一詞，不出現「真分數」與「假分數」的名詞，也不含帶分數的教學 (N-4-5)。應區分真分數與假分數之教學 (例如分開於上、下學期)。初步認識分數的應用時，情境應以連續量為主。若要處理離散量情境，必須與連續模型表徵強烈結合，而且其計數單位須為以整體數量為分母的單位分數(如 1 盒餅乾有 6 塊，則只處理分母 6 之分數，不處理 2 或 3 的情況)。</p>	<p>數的比較、加、減與整數倍。</p> <p>備註：本條目教學，分子和分母的數字都不用太大，以能流暢學習同分母分數計算為目標。帶分數整數倍教學不宜強迫學生化成假分數進行，其中隱含之分配律思維來自操作經驗與數感，此非分配律教學。</p>
--	--	--	--

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備連續量情境真分數的命名及簡單同分母分數加減計算的能力。
2. 學生可能混淆被分割量單位「張」及分量「片」的單位，將剩下 $\frac{4}{6}$ 張色紙回答為剩下 4 張色紙。
3. 學生可能無法掌握「1 張」、「1 片」及「 $\frac{1}{4}$ 張」單位的意義。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 只要題目中有兩個或兩個以上的單位，教師教學或評量時應強調處理或運算的是什麼單位，養成學生注意單位的習慣。

2. 分數問題主要包含連續量情境和離散量情境兩部分：

連續量情境：被分割的單位量是連續完整的物件，例如繩子、披薩、果汁、蛋糕等。

離散量情境：被分割的單位量是離散的個物，例如一盒蘋果（6 個）、一袋水餃（10 個）等。

連續量情境真分數命名活動：將 1 條繩子平分剪成 5 段，其中的 2 段是 $\frac{2}{5}$ 條。

離散量情境真分數命名活動：一袋糖果有 10 顆，將 1 袋糖果平分成 10 份，其中的 3 份是 $\frac{3}{10}$ 袋。

在上面的情境中，連續量情境中只有「條」和「段」2 個單位，而離散量情境中有「顆」、「份」和「袋」3 個單位，建議教師先處理連續量情境分數問題，再處理離散量情境分數問題。

3. 分數的做數，也包含連續量和離散量兩部分：

連續量情境：給定一條繩子或一塊披薩，要求畫出 $\frac{3}{4}$ 條繩子或 $\frac{3}{4}$ 塊披薩。

離散量情境：一盒蘋果有 4 顆，要求拿出 $\frac{3}{4}$ 盒蘋果。

4. 以一盒蘋果有 8 顆為例：

將 1 盒蘋果平分成 8 份，其中的 1 份是 1 顆，其中的 1 份是 $\frac{1}{8}$ 盒。

1 份是 1 顆，我們稱單位分數 $\frac{1}{8}$ 盒的內容物 1 顆為單一個物。

將 1 盒蘋果平分成 4 份，其中的 1 份是 2 顆，其中的 1 份是 $\frac{1}{4}$ 盒。

1 份是 2 顆，我們稱單位分數 $\frac{1}{4}$ 盒的內容物 2 顆為多個個物。

5. 三年級學生可能無法掌握三個單位計數的意義，單位分數內容物為單一個物時，1 份剛好是 1 顆，學生混淆 1 顆和 1 份兩個單位也能成功的解題。但單位分數內容物為多個個物時，學生常誤認為 1 份為 1 顆。

本基本學習內容首次引離散量情境分數問題，故僅處理單位分數內容物單一個物的問題。

6. 數學上稱分子為 1 的分數為單位分數。以「將 1 條繩子平分剪成 7 段，

其中的 1 段是 $\frac{1}{7}$ 條，其中的 5 段是 $\frac{5}{7}$ 條」。

在同分母分數情境中，透過單位分數的概念，可以和整數的計算完全連結起來，

例如將 $\frac{2}{7}$ 視為 2 個 $\frac{1}{7}$ ， $\frac{3}{7}$ 視為 3 個 $\frac{1}{7}$ ，「 $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ 」可以看成「2 + 3」，也就是

2 個 $\frac{1}{7}$ 加 3 個 $\frac{1}{7}$ 合起來是 $\frac{5}{7}$ 條」。

以分數加法問題「 $\frac{2}{7}$ 張色紙和 $\frac{3}{7}$ 張色紙合起來是多少張色紙？」為例，

教師應要求學生用一個算式把問題和答案都記下來，幫助學生將解題過程記成

「 $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$ ，答： $\frac{5}{7}$ 張」，上述記法中的算式和答案都以 1 張為單位。

伍、整體學力表現分析

一、不同背景變項學生整體學力表現分析

本計畫同時採用古典測驗理論(classical test theory, CTT)與試題反應理論(item response theory, IRT) 三參數模式作為試題分析理論基礎，並以三參數模式進行學生能力估計。三參數模式有 a、b、c 三種參數，分別代表鑑別度、難度以及猜測度。學生能力估計值則參考 PISA 與 TIMSS 等國際大型測驗的作法，將估計出來的能力轉換至平均分數 500，標準差 100 的量尺上，再以轉換所得量尺分數進行不同背景變項學生表現分析。本年度數學三年級整體學生學力表現分布狀況，如圖 5-1 所示。

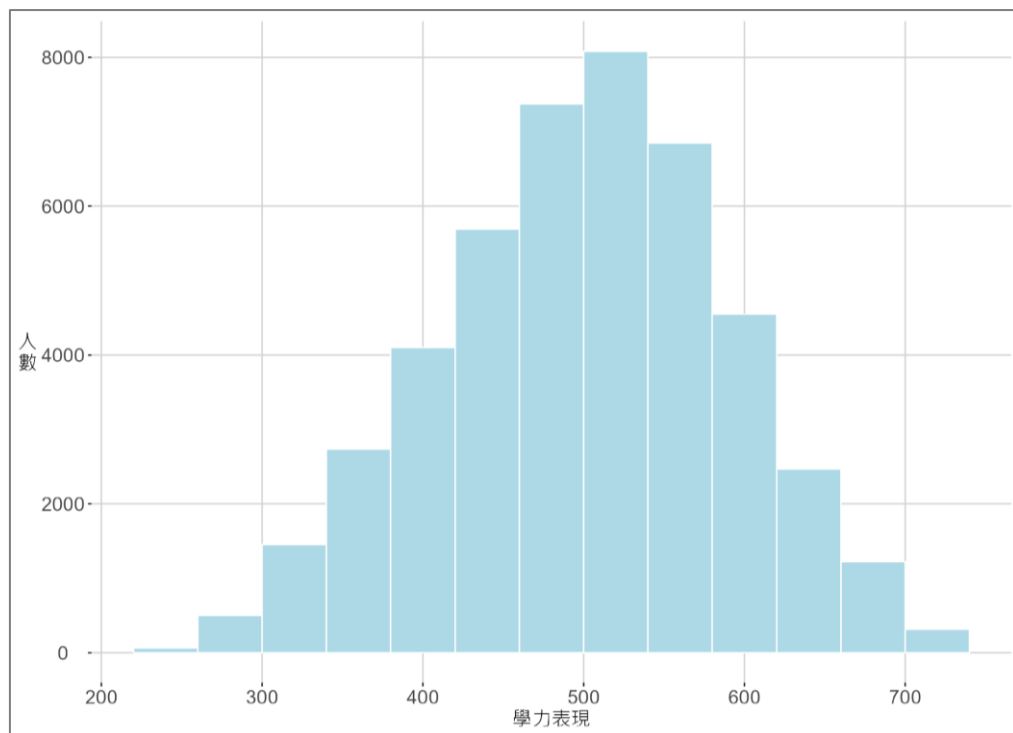


圖 5-1 數學三年級整體學生學力表現分布圖

二、國民小學三年級學生於不同學習重點之答對率表現

藉由將「國民小學數學三年級學生學習能力檢測」題號，對應之十二年國教課程綱要學習重點和答對率進行交叉對照，可更明確檢視學生表現較優異和有待加強之處，相關整理如表 5-1 所示。

表 5-1-1 數與計算學習重點及其答對率之交叉對照表

答對率%	題號	學習重點
91~100	1	N-3-2 加減直式計算：含加、減法多次進、退位。 備註：須處理數字中有 0 的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。
81~90	3	N-3-3 乘以一位數：乘法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被乘數為二、三位數。 備註：須處理被乘數有 0 的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。最後須能以一列算出答案。多位數乘以一位數隱含之分配律來自操作經驗與數感，而非分配律教學。
71~80	4	N-3-2 加減直式計算：含加、減法多次進、退位。 備註：須處理數字中有 0 的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。
	6	N-3-7 解題：兩步驟應用問題（加減與除、連乘）。連乘、加與除、減與除之應用解題。不含併式。 備註：乘除混合、連除在四年級（N-4-3）。
	7	N-3-8 解題：四則估算。具體生活情境。較大位數之估算策略。能用估算檢驗計算結果的合理性。 備註：估算解題的布題應貼近生活情境。本年級剛學除法，因此估算問題須簡單。

61~70	13	N-3-1	一萬以內的數：含位值積木操作活動。結合點數、位值表徵、位值表。位值單位「千」。位值單位換算。
			備註：教學可進行到最後的「一萬」，但不進行超過一萬的教學。
			解題：兩步驟應用問題（加減與除、連乘）。連乘、加與除、減
			與除之應用解題。不含併式。
51~60	14	N-3-7	備註：乘除混合、連除在四年級（N-4-3）。
			簡單同分母分數：結合操作活動與整數經驗。簡單同分母分數比較、加、減的意義。牽涉之分數與運算結果皆不超過 2。以單位分數之點數為基礎，連結整數之比較、加、減。知道「和等於 1」的意義。
			備註：本年級分數教學只用「分數」一詞，不出現「真分數」與「假分數」的名詞，也不含帶分數的教學（N-4-5）。應區分真分數與假分數之教學（例如分開於上、下學期）。初步認識分數的應用時，情境應以連續量為主。若要處理離散量情境，必須與連續模型表徵強烈結合，而且其計數單位須為以整體數量為分母的單位分數（如 1 盒餅乾有 6 塊，則只處理分母 6 之分數，不處理 2 或 3 的情況）。
			25 N-3-9
51~60	11	N-3-4	除法：除法的意義與應用。基於 N-2-9 之學習，透過幾個一數的解題方法，理解如何用乘法解決除法問題。熟練十乘乘法範圍的除法，做為估商的基礎。
			備註：建議先處理整除情境，再處理有餘數的情境。教學中應有乘、除法並陳之單元，讓學生能主動察覺乘法與除法問題的差異。
			除法：除法的意義與應用。基於 N-2-9 之學習，透過幾個一數的解題方法，理解如何用乘法解決除法問題。熟練十乘乘法範圍的除法，做為估商的基礎。
			備註：建議先處理整除情境，再處理有餘數的情境。教學中應有乘、除法並陳之單元，讓學生能主動察覺乘法與除法問題的差異。
51~60	18	N-3-4	簡單同分母分數：結合操作活動與整數經驗。簡單同分母分數比較、加、減的意義。牽涉之分數與運算結果皆不超過 2。以單位
			24 N-3-9

			分數之點數為基礎，連結整數之比較、加、減。知道「和等於 1」的意義。
			備註：本年級分數教學只用「分數」一詞，不出現「真分數」與「假分數」的名詞，也不含帶分數的教學 (N-4-5)。應區分真分數與假分數之教學 (例如分開於上、下學期)。初步認識分數的應用時，情境應以連續量為主。若要處理離散量情境，必須與連續模型表徵強烈結合，而且其計數單位須為以整體數量為分母的單位分數 (如 1 盒餅乾有 6 塊，則只處理分母 6 之分數，不處理 2 或 3 的情況)。
41~50			乘以一位數：乘法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被乘數為二、三位數。
	17	N-3-3	備註：須處理被乘數有 0 的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。最後須能以一列算出答案。多位數乘以一位數隱含之分配律來自操作經驗與數感，而非分配律教學。
	20	N-3-5	除以一位數：除法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被除數為二、三位數。 備註：須處理被除數有 0 的題型。
31~40			
21~30	23	N-3-11	整數數線：認識數線，含報讀與標示。連結數序、長度、尺的經驗，理解在數線上做比較、加、減的意義。 備註：數線須從 0 開始。運用長度加減法 (N-2-11)，理解在數線上做加、減的意義。
11~20			
0~10			

表 5-1-2 量與實測學習重點及其答對率之交叉對照表

答對率%	題號	學習重點
91~100		
81~90		
71~80	5	N-3-12 長度：「毫米」。實測、量感、估測與計算。單位換算。 備註：基於 N-3-1 的限制，單位換算時，公尺數限個位數。自 3 年級後，量的計算可使用複名數協助加減計算(複名數不做乘除)。
61~70		
51~60	8	N-3-16 重量：「公斤」、「公克」。實測、量感、估測與計算。單位換算。 備註：基於 N-3-1 的限制，單位換算公斤數限個位數。可使用複名數協助加減計算(複名數不做乘除)。
41~50		
31~40	12	S-3-12 長度：「毫米」。實測、量感、估測與計算。單位換算。 備註：基於 N-3-1 的限制，單位換算時，公尺數限個位數。自 3 年級後，量的計算可使用複名數協助加減計算(複名數不做乘除)。
	21	N-3-15 容量：「公升」、「毫升」。實測、量感、估測與計算。單位換算。 備註：基於 N-3-1 的限制，單位換算公升數限個位數。可使用複名數協助加減計算(複名數不做乘除)。
21~30		
11~20		
0~10		

表 5-1-3 空間與形狀學習重點及其答對率之交叉對照表

答對率%	題號	學習重點
91~100		
81~90		
71~80	2	S-3-1 角與角度：以具體操作為主。初步認識角和角度。角度的直接比較與間接比較。認識直角。 (同 N-3-13) 備註：同 N-3-13 備註。
61~70		
51~60	9	S-3-2 正方形和長方形：以邊與角的特徵來定義正方形和長方形。 備註：知道如何判斷斜擺的長方形或正方形依舊是長方形或正方形。
	15	S-3-3 圓：「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。能使用圓規畫指定半徑的圓。 註：知道圓心是認識圓的重要定義元素，但是圓心並不屬於圓。
41~50	22	S-3-3 圓：「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。能使用圓規畫指定半徑的圓。 備註：知道圓心是認識圓的重要定義元素，但是圓心並不屬於圓。
31~40		
21~30	16	S-3-1 角與角度：以具體操作為主。初步認識角和角度。角度的直接比較與間接比較。認識直角。 (同 N-3-13) 備註：同 N-3-13 備註。
11~20		
0~10		

表 5-1-4 關係學習重點及其答對率之交叉對照表

答對率%	題號	學習重點
91~100		
81~90		
71~80	10	R-3-2 數量模式與推理(I)：以操作活動為主。一維變化模式之觀察與推理，例如數列、一維圖表等。 備註：含學生之簡單推理與說明。本教學活動不可出現公式，此非本條目之學習目標。可結合表格教學(D-3-1)。
61~70		
51~60		
41~50	19	R-3-2 數量模式與推理(I)：以操作活動為主。一維變化模式之觀察與推理，例如數列、一維圖表等。 備註：含學生之簡單推理與說明。本教學活動不可出現公式，此非本條目之學習目標。可結合表格教學(D-3-1)。
31~40		
21~30		
11~20		
0~10		

陸、整體教學建議

一、學生整體表現

由表 6-1 觀之，本次測驗全體學生的平均通過率是 58%。從學生在各評量指標-知識向度與認知向度的解題表現來看，其中，在知識向度方面，學生在數與計算向度的平均通過率最高 (62%)，其次是關係向度 (60%)、量與實測 (52%)，而在空間與形狀向度的平均通過率最低 (50%)，在認知向度方面，學生在解題思考向度的平均通過率最高 (65%)，在程序執行向度平均通過率最低 (53%)。進一步分析資料，學生在數與計算*解題思考向度的平均通過率最佳 (全：71%，高分組：90%，低分組：50%)，學生在量與實測*概念理解向度 (全：49%，高分組：79%，低分組：22%) 及空間與形狀*解題思考向度 (全：49%，高分組：62%，低分組：35%) 的平均通過率最低。

此結果顯示針對三年級學生的數學課室教學，教師應針對空間與形狀的知識內容積極強化學生的概念及解題思考能力，量與實測部分除了重視學生的程序執行知識外亦應重視概念的建立，數與計算部分則應重視基本概念之講解說明與程序運算的練習，以提升學生更高階段的學習成效。

表 6-1 整體學生及高分組、低分組學生於各評量向度之通過率

三	概念理解			程序執行			解題思考			整體		
	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率	題數	分組	通過率
數與計算	03、13、18、20、24、25	高	0.82	04、14、23	高	0.76	01、06、07、11、17	高	0.90	共 14 題	高	0.84
		全	0.59		全	0.52		全	0.71		全	0.62
		低	0.33		低	0.28		低	0.50		低	0.38
量與實測	08、12	高	0.79	05、21	高	0.79				共 4 題	高	0.79
		全	0.49		全	0.55					全	0.52
		低	0.22		低	0.30					低	0.26

三	概念理解			程序執行			解題思考			整體		
	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率	題數	分組	通過率
空間 與形 狀	09、 15、22	高	0.74				02、16	高	0.62	共 5 題	高	0.69
		全	0.51					全	0.49		全	0.50
		低	0.29					低	0.35		低	0.32
關係	10、19	高	0.82							共 2 題	高	0.82
		全	0.60								全	0.60
		低	0.38								低	0.38
整體	共 13 題	高	0.80	共 5 題	高	0.77	共 7 題	高	0.82	共 25 題	高	0.80
		全	0.55		全	0.53		全	0.65		全	0.58
		低	0.31		低	0.28		低	0.45		低	0.35

二、對學習待加強學生的觀察

本次測驗對象是國小三年級的學生，測驗的內容是以十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校-數學領域中所羅列之三年級學生應學習的學習內容為命題依據。因高、低分組學生在這些題目的答對率上應相距不遠，但是，由上表 6-1 呈現的數據發現，有些題目高分組學生與低分組學生的通過率落差很大。因此，我們特別針對鑑別度較高的試題（第 14、8、15、17、5 題）再做進一步的分析與討論，提供老師作為教學上的參考。

(一) 先除後減兩步驟問題

1. 評量目標

第 14 題（試題如下）對應的學習內容是「N-3-7 解題：兩步驟應用問題（加減與除、連乘）。連乘、加與除、減與除之應用解題。不含併式。備註：乘除混合、連除在四年級（N-4-3）。」

下面是媽媽到蛋糕店買蛋糕的交易明細表。

交易明細		
布丁蛋糕	4 個	152 元
巧克力蛋糕	1 個	48 元
商品總數 5，金額 200 元		

請問 1 個布丁蛋糕和 1 個巧克力蛋糕相差多少元？

① 10 元
② 38 元
③ 40 元
④ 104 元

本題是先除後減兩步驟文字題，要求學生算出答案，評量學生先除後減兩步驟問題解題及報讀交易明細表的能力。

二年級開始引入「加，減」兩步驟問題和「加、減，乘」兩步驟問題，三年級引入「加、減，除」兩步驟問題和「連乘」兩步驟問題，要求學生用兩個算式來記錄解題活動。

由這五年學力檢測的數據，可以知道「加、減、乘」兩步驟問題的通過率比「連乘」兩步驟問題的通過率高，理由可能與單位有關，「加、減、除」兩步驟問題中只有兩個單位，而「連乘」兩步驟問題中有三個單位，三年級學生可能不易掌握三個單位所代表的意義。建議教師教學時，只要討論的教材有兩個單位時，一定要強調單位，幫助學生區分不同單位所代表的意義，在評量時，也一定要養成最後問單位的習慣。

下面提供 111 年及 112 年學力檢測的題目給老師們參考，111 年的試題是先減後除的兩步驟問題，全體通過率是 36%，高分組通過率是 65%，低分組通過率是 18%，112 年的試題也是先減後除的兩步驟問題，全體通過率是 74%，高分組通過率是 95%，低分組通過率是 41%。請老師們閱讀下面的試題後，想想看，這兩題都是先減後除的兩步驟問題，為什麼的通過率的差異這麼大？

111 年學力檢測三年級：用一條長 304 公分的繩子繞正方形周界一圈，繩子還多出 28 公分，正方形的邊長是幾公分？①48 公分②69 公分③76 公分④83 公分

112 年學力檢測三年級：「一根長 72 公分的鐵絲，剪去 56 公分後，把剩下的鐵絲摺成一個正方形，這個正方形邊長是多少公分？」下列哪個算式和答案都正確？

① $72 - 56 = 16$ ，答：16 公分

② $72 - 56 = 16$ ， $16 \div 4 = 4$ ，答：4 公分

③ $72 \div 4 = 18$ ， $56 - 18 = 38$ ，答：38 公分

④ $56 \div 4 = 14$ ， $72 - 14 = 58$ ，答：58 公分

學生解兩步驟問題時，為了幫助學生理解題意，教師可能要求學生先將關鍵字圈起來，多數學生可能圈完關鍵字後就直接作答。111 年關鍵字「繩子還多出 28 公分」是加法的語意，但是解題過程是先減後除，關鍵字和解題活動不一致，112 年關鍵字「剪去 56 公分後」是減法的語意，解題過程是先減後除，關鍵字和解題活動一致。關鍵字和解題活動一致時，學生的通過率是 74% (高分組 95%，低分組 41%)，關鍵字和解題活動不一致時，學生的通過率是 36% (高分組 65%，低分組 18%)，顯示學生可能圈完關鍵字後就直接作答，沒有將題目再閱讀一遍。建議教師教學時要注意，圈關鍵字只是提醒學生注意解題的重要的資訊，而不是透過關鍵字確定要

如何解題。學生圈完關鍵字後，一定還要要求學生將題目再讀一次後，才能開始解題。

2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為0.62，正確答案為選項①，通過率為61%，顯示超過六成的學生已具備先除後減兩步驟問題解題的能力，也具備報讀交易明細表的能力。
- (2) 有9%的學生選擇②（低分組有17%），這些學生可能不具備先除後減兩步驟問題解題的能力，只算出一個布丁蛋糕的金額就停止解題，選擇一個布丁蛋糕的金額38元為答案，這些學生可能已具備報讀交易明細表的能力，但不具備先除後減兩步驟問題解題的能力。
- (3) 有5%的學生選擇③（低分組有13%），這些學生可能不具備先除後減兩步驟問題解題的能力，也可能不具備報讀交易明細表的能力，沒有考慮這兩種蛋糕的單價不同，直接透過總金額去除以總件數， $200 \div 5 = 40$ ，以40元為答案。
- (4) 有24%的學生選擇④（低分組有43%），這些學生可能不具備先除後減兩步驟問題解題的能力，也可能已具備報讀交易明細表的能力，但是誤解題意，算出兩種蛋糕總金額的差， $152 - 48 = 104$ ，以104元為答案。

3. 教學建議

- (1) 本學習內容 N-3-7為 N-2-8之後續學習概念，故學生應該已經能夠在具體情境中，解決加、減兩步驟問題，也應該已經能解決先乘後加（減）與先加（減）後乘兩步驟問題。本學習內容延伸兩步驟問題情境至「先除後加及先除後減問題」和「先加後除及先減後除問題」。
- (2) 先除後加（減）的問題，一定是兩步驟的問題，先加（減）後除的問題，可以是兩步驟的問題，也可以是三步驟的問題。建議教師先引入先除後加（減）的兩步驟問題，再引入先加（減）後除的兩步驟問題。
- (3) 以先加後除的兩步驟問題「甲有15元，乙有25元，1枝鉛筆賣5元，兩人的錢合起來可以買幾枝？」為例，學生可以用兩個算式「 $15 + 25 = 40$ ， $40 \div 5 = 8$ ，答：可以買8枝」記錄解題活動，也可以用三個算式「 $15 \div 5 = 3$ ， $25 \div 5 = 5$ ， $3 + 5 = 8$ ，答：可以買8枝」記錄解題活動。剛開始，教師應先接受三步驟的算法，接下

來，應透過分段布題或分段解題，限制學生改用兩個算式記錄解題活動，為四年級引入兩步驟問題的併式記錄及列式鋪路。

- (4) 以「甲有15元，乙有25元，1枝鉛筆賣5元，兩人合起來可以買幾枝？」為例，教師可透過分段布題的方式幫助學生用兩個算式記錄解題活動。

步驟一：先布問題「甲有 15 元，乙有 25 元，兩人合起來有多少元？」，用算式把做法記下來。幫助學生用算式「 $15 + 25 = 40$ 」把做法記下來。

步驟二：再布問題「兩人合起來有 40 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」，用算式把做法記下來。幫助學生用算式「 $40 \div 5 = 8$ 」記錄解題活動。

步驟三：最後，再布原問題「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」，用兩個算式把先算什麼，再算什麼的算法記下來。幫助學生用兩個算式「 $15 + 25 = 40$ ， $40 \div 5 = 8$ 」把做法記下來。

- (5) 下面說明如何幫助學生解題：

老師先詢問學生「152元是什麼意思」，幫助學生回答「4個布丁蛋糕的總額」，老師再詢問學生「48元是什麼意思」，幫助學生回答「1個巧克力蛋糕的金額」，教師最後問學生「題目要求的答案是什麼」，幫助學生回答「一個布丁蛋糕和一個巧克力蛋糕相差多少元」。

最後幫助學生先算出一個布丁蛋糕的錢後，再透過減法算出一個布丁蛋糕和一個巧克力蛋糕相差多少元。

(二)重量的輕重比較

1. 評量目標

第 8 題 (試題如下) 對應的學習內容是「N-3-16 重量：「公斤」、「公克」。實測、量感、估測與計算。單位換算。備註：基於 N-3-1 的限制，單位換算公斤數限個位數。可使用複名數協助加減計算 (複名數不做乘除)。」

有甲、乙、丙、丁四袋香蕉，甲袋重 1 公斤 50 公克，乙袋重 1120 公克，丙袋比甲袋輕，丁袋比乙袋重。如果「A 比 B 重，B 比 C 重」可以記成「 $A > B > C$ 」。下面關於甲、乙、丙、丁四袋香蕉重量的關係，何者正確？

- ① 甲 > 丙 > 丁 > 乙
- ② 甲 > 丁 > 乙 > 丙
- ③ 丁 > 甲 > 乙 > 丙
- ④ 丁 > 乙 > 甲 > 丙

本題給定甲和乙兩物件的重量以及和丙、丁兩物件比較輕重的敘述，要求學生判斷四個物件輕重的順序，評量學生公斤、公克單位化聚及比較輕重的能力。

長度、面積、角度等可以透過視覺看到單位量的累積，例如透過直尺的刻度，觀察 5 個 1 公分接起來和 5 公分一樣長的關係，也可以透過點數知道 5 個 1 平方公分合起來是 5 平方公分的意義。但重量無法透過視覺看到單位量的累積，例如無法理解為什麼 5 個 1 公克合起來和 5 公克一樣重的意義，教師可以透過天平或秤，建立普遍單位的意義。例如先利用天平，幫助學童發現 5 個 1 公克的砝碼合起來和 1 個 5 公克的砝碼一樣重，所以 5 個 1 公克合起來的重量就是 5 公克，或利用秤，幫助學童發現 5 公克的砝碼重 5 公克，5 個 1 公克砝碼的重量也是 5 公克，所以 5 個 1 公克合起來的重量是 5 公克。

2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為 0.62，正確答案為選項④，通過率為 60%，顯示有六成的學生已具備公斤、公克單位化聚以及比較輕重的能力，這些學生也具備利用重量的遞移性（二年級教材）解決問題的能力。
- (2) 有 12% 的學生選擇①（低分組有 20%），這些學生可能不具備公斤、公克單位化聚及比較輕重的能力，也可能不具備利用遞移性（二年級教材）解決問題的能力。

- (3) 有15%的學生選擇②(低分組有28%)，這些學生可能不具備公斤、公克單位化聚及比較輕重的能力，也可能不具備利用遞移性(二年級教材)解決問題的能力。
- (4) 有13%的學生選擇③(低分組有25%)，這些學生可能不具備公斤、公克單位化聚及比較輕重的能力，也可能不具備利用遞移性(二年級教材)解決問題的能力。

3. 教學建議

- (1) 本學習內容 N-3-16為 N-2-12之後續學習概念，故學生應該已經認識重量，並能進行重量的直接、間接與個別單位比較。本學習內容開始引入重量的常用單位「公克」及「公斤」，幫助學生作相關的實測、估測與計算，也幫助學生作公斤、公克單位間的整數倍化聚。
- (2) 建議教師先引入「公克」單位，待學生能進行公克單位的實測、估測與加減計算後，再引入「公斤」單位。
- (3) 因為「公斤、公克」單位間是1000倍的關係，建議教師先處理大單位化為小單位的問題，再處理小單位聚成大單位的問題，但兩單位間的化聚限制在整數倍，例如「5公斤=()公克」，「3000公克=()公斤」。
- (4) 二年級只進行重量的直接、間接及個別單位比較。
三年級引入重量單位「公斤」及「公克」。
兩單位間的化聚關係，只處理整數倍的化聚，而複名數的加減計算，只處理不進退位的問題。
- (5) 教師應幫助學生進行複名數的命名活動，當學生認識公斤及公克單位後，例如認識3公斤和50公克的意義後，就可以透過下列問話「我們已經認識3公斤，也認識50公克，我們如何稱呼3公斤和50公克合起來的重量？名稱中要看到3公斤和50公克，還要看到3公斤和50公克合起來」，幫助學生將3公斤和50公克合起來的重量稱為3公斤50公克。再透過下列問話「3公斤和50公克中，是否看到3公斤和50公克，是否看到3公斤和50公克合起來」，幫助學生理解3公斤50公克指的是3公斤和50公克合起來的重量。

(6) 重量不易進行複製，因此較少透過先複製再進行直接比較的方式進行間接比較，國小階段常利用第三物以及天平，透過遞移性來進行間接比較。例如先用天平知道甲物比乙物重，乙物比丙物重後，再利用遞移性得到甲物比丙物重的結果。

(7) 比較甲、乙兩物輕重時，有兩種提問的方法：

第一種：「甲和乙兩種水果，誰比較重？」

第二種：「甲和乙兩種水果，誰比誰重？」

第一種問法的答案是「甲比較重」，第二種問法的答案是「甲比乙重」，

第二種問法是兩水果重量關係的問法，可以為引入重量的遞移性鋪路。

重量的遞移性「若甲物比乙物重、乙物比丙物重，則甲物比丙物重」中的描述，都是關係的描述。

(8) 下面說明如何幫助學生解本問題：

步驟一：先解決甲袋和乙袋誰比誰重的問題

方法一：都轉換成公克來比較

甲袋重 1 公斤 50 公克，1 公斤 = 1000 公克，

1 公斤 50 公克是 1 公斤和 50 公克合起來，

也就是 1000 公克和 50 公克合起來， $1000 + 50 = 1050$ ，

所以甲袋重 1050 公克。

乙袋重 1120 公克，甲袋重 1050 公克， $1120 > 1050$ ，

得到乙袋比甲袋重

方法二：都轉換成幾公斤幾公克的複名數來比較

乙袋重 1120 公克，1 公斤 = 1000 公克，

1120 公克是 1000 公克和 120 公克合起來，

也就是 1 公斤和 120 公克合起來，1 公斤和 120 公克合起來是

1 公斤 120 公克

甲袋重 1 公斤 50 公克，乙袋重 1 公斤 120 公克， $120 > 50$ ，

得到乙袋比甲袋重

步驟二：列出已知比較的結果

由步驟一知道乙袋比甲袋重，由題目的條件知道丙袋比甲袋輕，丁袋比乙袋重。

步驟三：將比較的結果轉換成都是誰比誰重的敘述

因為選項的敘述都和大於有關，因此都轉換成誰比誰重的敘述

乙袋比甲袋重，丙袋比甲袋輕，
可以得到甲袋比丙袋重，丁袋比乙袋重

步驟四：排序後透過遞移性比較輕重

丁袋比乙袋重，乙袋比甲袋重，甲袋比丙袋重

可以記成丁 > 乙，乙 > 甲，甲 > 丙

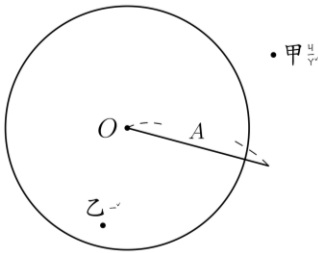
透過遞移性可知丁 > 乙 > 甲 > 丙

(三)圓

1. 評量目標

第 15 題 (試題如下) 對應的學習內容是「S-3-3 圓：『圓心』、『圓周』、『半徑』與『直徑』。能使用圓規畫指定半徑的圓。備註：知道圓心是認識圓的重要定義元素，但是圓心並不屬於圓。」

下圖是一個直徑 10 公分的圓，O 點是圓心。



下面哪個敘述正確？

- ① 圓規打開 10 公分，能畫出跟圖中一樣大的圓
- ② 線段 A 的長度大於 10 公分
- ③ 甲點跟圓心 O 的距離大於 10 公分
- ④ 乙點跟圓心 O 的距離小於 5 公分

本題給定有圓心、兩點及一條線段圓的圖像，要求學生選出正確的敘述，評量學生是否認識「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」的意義。

由近幾年學力檢測的數據，評量與圓規畫圓問直徑和半徑長問題的平均通過率偏低，可能的原因是圓規只能畫出與圓心 O 的距離是半徑長的點 P，無法畫出長度

是半徑的線段 OP ，因此國小學生利用圓規畫線段時，常無法掌握筆尖及針尖的距離與半徑長度的意義。

下面提出兩種幫助學生澄清筆尖及針尖的距離與半徑長度意義的方法：

- (1) 在圓規筆尖及針尖之間綁上繩子或橡皮筋，幫助學生在畫圓時，同時看到筆尖及針尖的距離，以及連接筆尖及針尖兩點長度的線段。
- (2) 先畫出一條直線段，與學生溝通如何在直線段上畫出長 a 公分的線段，學生先張開圓規的筆尖及針尖，在直尺上量出筆尖及針尖距離是 a 公分，再以直線段的端點 A 為圓心，畫弧和直線段交於 B 點，最後再要求學生測量 AB 的長度，幫助學生察覺筆尖及針尖的距離為 a 公分時，連接筆尖及針尖的線段長也是 a 公分。

2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為0.54，正確答案為選項④，通過率為60%，顯示六成的學生已認識「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」的意義。
- (2) 有10%的學生選擇①(低分組有20%)，這些學生可能不認識「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」的意義，這些學生也可能不理解使用圓規畫圓的意義，誤以為圓規打開畫圓時筆尖和針尖的距離是直徑。
- (3) 有13%的學生選擇②(低分組有21%)，這些學生可能不認識「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」的意義，也可能無法掌握兩點距離的意義或誤解題意，將題目給定的直徑長解讀為圖像中的半徑長，也可能不具備直接比較兩線段長短的能力，誤以為 A 的長度比10公分長。
- (4) 有16%的學生選擇③(低分組有25%)，這些學生可能不認識「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」的意義，也可能無法掌握兩點距離的意義，不知道圓內一點和圓心的距離小於半徑。

3. 教學建議

- (1) 本學習內容 S-3-3為 S-2-2之後續學習概念，故學生應該已經能辨認簡單平面圖形(圓、三角形、正方形、長方形等)。

本學習內容首次引入周界是曲線的平面圖形，幫助學生認識圓的圓心、圓周、半徑與直徑，以及半徑與直徑長度的關係，並幫助學生使用圓規畫圓。

(2) 教師應區分「圓 (circle) 」和「圓區域 (disc) 」的意義：

圓：在平面上選定一定點 O ，在平面上與定點 O 的距離是 r ($r > 0$) 的所有點所成的集合稱為圓，該定點 O 稱為圓心， r 稱為半徑。

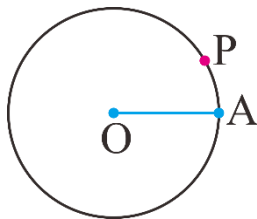
圓區域：圓和圓內部合起來稱為圓區域。

利用圓規畫圓時，畫出來的圖形是圓，利用摺紙找出圓的直徑時，所摺的圖形是圓區域。教師應區分圓或圓區域使用的時機及其限制。

(3) 以下圖為例，有下列幾種描述半徑的方法：

- 稱 OA 線段為半徑，此時的半徑是一條線段。
- 稱 OP 兩點的距離為半徑，此時的半徑是兩點的距離。
- 稱半徑 = 5公分，此時的5公分可能是 OA 線段的長度，也可能是 OP 兩點的距離。
- 半徑是集合，學生必須發現圓心 O 和圓上任意點連成的線段都一樣或發現圓心 O 和圓上任意點的距離都相等，才能掌握所有半徑都等長意義。

這四種描述的方法中，第一種是學生最容易接受的方法，但是用圓規畫圓時，學生看不到線段 OA ，只能看到針尖和筆尖兩點的距離，建議在圓規兩腳之間綁上繩子或橡皮筋，讓學生在畫圓時，能看到針尖和筆尖的距離，也能看到連接針尖和筆尖的線段。



(4) 下面說明如何幫助學生解本問題：

本題屬於評量四個是非題形式的選擇題，對學生而言有一點困難，下面分別說明如何判斷四個選項正確或錯誤的方法。

選項①：圓規打開10公分，能畫出跟圖中一樣大的圓。

題目給定圓的直徑是10公分，而圓規打開10公分所畫圓的半徑是10公分，半徑10公分的圓比圖中的圓大，選項①的敘述不正確。

選項②：線段 A 的長度大於10公分

題目給定圓的直徑是10公分，因為題目並沒有標示出直徑，學生可能

無法產生直徑的心像來和線段 A 比較長短，建議教師應要求學生畫出一條該圓的直徑，學生畫出直徑和應該可以直觀的察覺線段 A 比直徑短，也就是線段 A 比10公分短，選項②的敘述不正確。

選項③：甲點跟圓心 O 的距離大於10公分

因為距離比較抽象，學生可能無法比較線段和距離或兩距離的長短，建議教師要求學生畫出一條直徑，再把甲點和圓心 O 連起來，學生應該可以直觀的察覺連起來的線段比10公分短，也就是甲點跟圓心 O 的距離比10公分短，選項③的敘述不正確。

選項④：乙點跟圓心 O 的距離小於5公分

因為距離比較抽象，學生可能無法比較線段和距離或兩距離的長短，建議教師要求學生畫出一條半徑，再把乙點和圓心 O 連起來，學生應該可以直觀的察覺連起來的線段比5公分短，也就是乙點跟圓心 O 的距離比5公分短，選項④的敘述正確。

(四)三位數乘以一位數的直式計算

1. 評量目標

第 17 題 (試題如下) 對應的學習內容是「N-3-3 乘以一位數：乘法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被乘數為二、三位數。備註：須處理被乘數有 0 的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。最後須能以一列算出答案。多位數乘以一位數隱含之分配律來自操作經驗與數感，而非分配律教學。」

將 $\boxed{3}$ 、 $\boxed{5}$ 、 $\boxed{2}$ 、 $\boxed{9}$ 這 4 張數字卡片，分別放入下面的乘法算式中，相乘的積最小是多少？

$$\begin{array}{r} \square \square \square \\ \times \quad \square \\ \hline \end{array}$$

① 444

② 718

③ 777

④ 2115

本題給定四張數字卡，要求學生排出積最小的乘法直式，評量學生三位數乘以一位數乘法直式計算的能力。

二位數乘以一位數的乘法直式計算，是被乘數為二位數乘法直式計算的基礎，也是除數為二位數除法直式計算的基礎。以 34×678 為例，直式進行 3 次 34 乘以一位數 6、7、8 的計算。以 $4613 \div 72$ 為例，學生估商時進行 2 次 72 乘以一位數的計算。

三位數乘以一位數的乘法直式計算，是被乘數為三位數乘法直式計算的基礎，也是除數為三位數除法直式計算的基礎。以 345×678 為例，直式進行了 3 次 345 乘以一位數 6、7、8 的計算。以 $4613 \div 172$ 為例，學生估商時進行了 2 次 172 乘以一位數的計算。

建議教師應要求學生熟練兩位乘以一位及三位乘以一位的乘法直式計算，並將乘積記成一行，因為多位乘以一位的乘法直式計算，是大數乘法和大數除法計算的先備經驗，熟練兩位乘以一位及三位乘以一位的乘法直式計算，才能為以後學習大數乘法和大數除法計算鋪路。

2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為0.52，正確答案為選項②，通過率為46%，顯示近五成的學生已具備三位數乘以一位數乘法直式計算的能力。
- (2) 有27%的學生選擇①(低分組有38%)，這些學生可能不具備三位數乘以一位數乘法直式計算的能力，也可能不理解題意，選擇選項中最小的數字為答案。
- (3) 有11%的學生選擇③(低分組有16%)，這些學生可能不具備三位數乘以一位數乘法直式計算的能力，也可能知道被乘數是三位數、乘數是一位數時，乘數的大小對積的影響可能比較大，但是在嘗試錯誤時只算出乘數是3的積， $259 \times 3 = 777$ ，沒有算出乘數是2的積， $359 \times 2 = 718$ 。
- (4) 有15%的學生選擇④(低分組有22%)，這些學生可能不具備三位數乘以一位數乘法直式計算的能力，也可能不知道被乘數是三位數、乘數是一位數時，乘數的大小對積的影響可能比較大，這些學生選擇被乘數最小的組合，以 $235 \times 9 = 2115$ 為答案。

3. 教學建議

- (1) 有兩種分解147的方法，第一種是將147分解成100、40和7，第二種是將147分解成1個百4個十和7個一。乘法直式計算採用第二種分解方式，使得每一個單位的個數都不超過10，藉以簡化計算。

下面的圖一是第一種分解方法的乘法直式計算，圖二是第二種分解方法的乘法直式計算。

不易將第一種分解方法的乘法直式計算結果記成一行，學生必須先將 7×6 、 40×6 、 200×6 的計算結果記在心裡，再心算出這三個數的和，才能將圖一的計算結果改記成一行，國小三年級的學生不易做到。

千	百	十	個
1000	100	⑩	①
	2	4	7
×			6
		4	2
	2	4	0
+1	2	0	0
1	4	8	2

(圖一)

千	百	十	個
1000	100	⑩	①
	2	4	7
×			6
		4	2
	2	4	
+1	2		
1	4	8	2

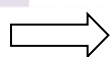
(圖二)

- (2) 以「 147×6 」為例，說明如何幫助學生將乘法直式計算的積摘要的記成一行。

千	百	十	個
1000	100	⑩	①
	1	4	7
×			6
	2	4	2
+	6	4	
	8	8	2



千	百	十	個
1000	100	⑩	①
	1	4	7
×			6
	8	8	2



因為「4」和「4」都是「十」單位，只要心算出「 $4 + 4$ 」，就可以省略記成一行。
因為「2」和「6」都是「百」單位，只要心算出「 $2 + 6$ 」，就可以省略記成一行。
因此可以省略記成一行。

(3) 一位數乘以二位數的直式計算比二位數乘以一位數的直式計算困難，一位數乘以三位數的直式計算比三位數乘以一位數的直式計算困難，而且不是大數字乘法直式計算的先備知識，教師只要幫助學生理解直式計算解題的意義即可，不必要求熟練。

當學生認識乘法交換律後，教師可以幫助學生利用乘法交換律，將一位數乘以二位數的計算問題，例如 7×34 ，改用二位數乘以一位數的直式，例如 34×7 算出答案。將一位數乘以三位數的計算問題，例如 7×348 ，改用三位數乘以一位數的直式，例如 348×7 算出答案。

(4) 下面說明如何幫助學生解本問題：

步驟一：嘗試錯誤

因為要找出乘積最小的算式，建議教師提醒學生有兩種嘗試錯誤的方向，一種是讓被乘數儘量的小，另一種是讓乘數儘量的小。

讓學生自由解題，多嘗試一些算法。

步驟二：幫助學生察覺乘數比較小的乘積，會比被乘數比較小的乘積大。

$$235 \times 9 = 2115$$

$$239 \times 5 = 1195$$

$$259 \times 3 = 777$$

$$359 \times 2 = 718$$

得到 $359 \times 2 = 718$ 的積最小

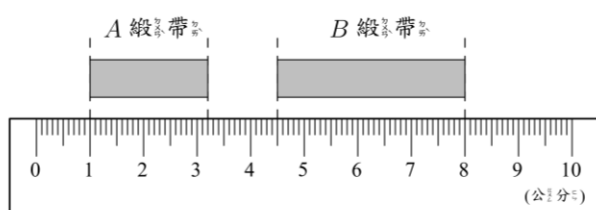
步驟三：要求學生找出乘積最大的組合。

(五) 毫米為單位的實測及公分、毫米複名數加減計算

1. 評量目標

第 5 題 (試題如下) 對應的學習內容是「N-3-12 長度：『毫米』。實測、量感、估測與計算。單位換算。備註：基於 N-3-1 的限制，單位換算時，公尺數限個位數。自 3 年級後，量的計算可使用複名數協助加減計算 (複名數不做乘除)。」

用下圖中的直尺量量看，A 緞帶和 B 緞帶接起來有多長？



- ① 2 公分 2 毫米
- ② 5 公分 7 毫米
- ③ 8 公分
- ④ 11 公分 2 毫米

本題給定兩條放在直尺上的緞帶，要求學生算出緞帶的長度和，評量學生以毫米為單位實測及公分、毫米複名數加減計算的能力。

學生在二年級已引入以公分為單位的實測活動，學會用直尺測量給定物件的長度。因此三年級的學生應該有足夠測量物件長度的解題經驗，並掌握 1 公分的量感。

教師在引入以毫米為單位實測活動之前，先檢查學生是否有 1 公分的量感，例如詢問學生老師手中的鉛筆長幾公分，學生課桌的桌面寬幾公分，如果學生無法回答或隨意亂猜，建議教師依下面的做法幫助學生建立直尺為測量長度的工具，等待學生掌握利用直尺測量長度(不是距離)的意義後，再進行毫米為單位的實測活動。

建議教師透過下列步驟幫助學生建立直尺為測量長度的工具。

步驟一：認識兩相鄰刻度的距離都是 1 公分

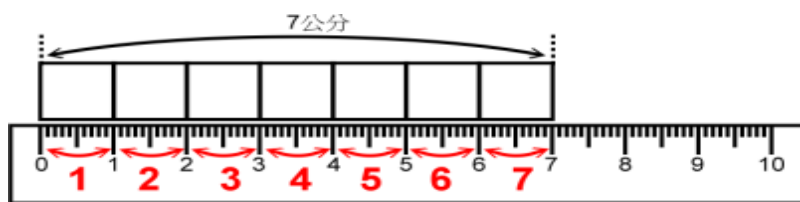
白色積木每一邊的長度都是 1 公分。將一個白色積木一邊的端點對齊刻度 0，另一邊的端點就會對齊刻度 1，因此連接刻度 0 和刻度 1 的線段長 1 公分，刻度 0 和刻度 1 的距離也是 1 公分。

再將白色積木一邊的端點對齊刻度 5，另一邊的端點就會對齊刻度 6，因此連接刻度 5 和刻度 6 的線段長 1 公分，刻度 5 和刻度 6 的距離也是 1 公分。

教師可以多舉幾個例子，幫助學生認識連接兩相鄰刻度的線段長都是 1 公分，相鄰兩刻度間的距離也都是 1 公分。

步驟二：緞帶和 7 個 1 公分接起來一樣長，所以緞帶長 7 公分。

透過點數有幾個 1 公分，得到緞帶的長度和 7 個 1 公分接起來一樣長，
所以緞帶長 7 公分。



步驟三：幫助學生認識緞帶的一端對齊刻度 0，緞帶的另一端對齊刻度 7，因此只要報讀刻度 0 到刻度 7，就知道緞帶長 7 公分。

步驟四：多提供一些實測的經驗，幫助學生察覺緞帶和 a 個 1 公分接起來一樣長時，
緞帶的一端對齊刻度 0，緞帶的另一端對齊刻度 a ，因此只要報讀刻度 0 到
刻度 a ，就知道緞帶長 a 公分。

2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為 0.52，正確答案為選項②，通過率為 74%，顯示超過七成的學生已具備以毫米為單位實測的能力，也具備公分、毫米複名數加減計算的能力。
- (2) 有 3% 的學生選擇①（低分組有 8%），這些學生可能已具備以毫米為單位實測的能力，但是不理解題意，僅報讀 A 緞帶長度 2 公分 2 毫米為答案。
- (3) 有 12% 的學生選擇③（低分組有 24%），這些學生可能不具備以毫米為單位實測的能力，這些學生可能也不具備公分、毫米複名數加法計算的能力，以 B 緞帶右邊的刻度 8 公分為答案。
- (4) 有 11% 的學生選擇④（低分組有 24%），這些學生可能不具備以毫米為單位實測的能力。

3. 教學建議

- (1) 本學習內容首次引入複名數的加減計算，教師可利用同構二位數加減二位數的問題幫助學生進行複名數的計算活動。
- (2) 二位數加減二位數的問題，與相鄰二階單位的長度、重量、時間、大數等複名數加減問題，它們的運算方式都相同，滿足同構的關係。
例如二位數加法「 $38 + 25$ 」和複名數加法「2 公尺 78 公分 + 3 公尺 56 公分」、「5 公斤 468 公克 + 3 公斤 875 公克」、「3 小時 48 分鐘 + 2 小時 45 分鐘」、「53 億 7685

萬 + 9億6402萬」，它們的運算方式都相同。

「 $38 + 25$ (見圖一)」運算方式是逢十進一，13個①聚成1個⑩3個①。

「2公尺78公分 + 3公尺56公分 (見圖二)」運算方式是逢百進一，134公分聚成1公尺34公分。

「5公斤468公克 + 3公斤875公克 (見圖三)」運算方式是逢千進一，1343公克聚成1公斤343公克。

「3小時48分鐘 + 2小時45分鐘 (見圖四)」運算方式是逢六十進一，93分鐘聚成1小時33分鐘。

「53億7685萬 + 9億6402萬 (見圖五)」運算方式是逢萬進一，14087萬聚成1億4087萬。

教師可以幫助學生發現它們之間運算的關係相同，將長度、重量(容量)、時間、大數的複名數加減視為和二位數加減二位數相同的解題方式。

【圖一】			【圖二】			【圖三】			【圖四】			【圖五】		
	⑩	①		公	公		公	公		小	分		億	萬
	3	8		尺	分		斤	克		時	鐘		53	7685
+	2	5	+	3	56	+	3	875	+	2	45	+	9	6402
	6	3		6	34		9	343		6	33		63	4087

- (3) 下面以「 $35 + 58$ 」和「3公尺5公分 + 5公尺98公分」為例，說明這兩個運算的方式相同，滿足同構的關係，二位數的加法是逢十進一（10個①聚成1個⑩），長度的加法是逢百進一（100個1公分聚成1個1公尺）。

	十	個	
	⑩	①	
	3	5	
+	5	8	
		13	⇒ 5個①加8個①是13個①
	8		⇒ 3個⑩加5個⑩是8個⑩
	1	3	⇒ 13個①是1個⑩是3個①
	8		
	9	3	⇒ 合起來是9個⑩和3個①

	公	公	
	尺	分	
	3	5	
+	5	98	
		103	⇒5 公分加 98 公分是 103 公分
	8		⇒3 公尺加 5 公尺是 8 公尺
	1	3	⇒103 公分是 1 公尺 3 公分
	8		
	9	3	⇒合起來是 9 公尺 3 公分

- (4) 教師應多讓學生實際操作直尺，進行各種長度的測量。在教學時，可引導學生先讀出整公分數，再讀出毫米數，以建立對複名數的理解。並可透過多元的實作活動，培養學生的量感與估測能力。

114 年學力檢測測驗題本 數學三年級

作答注意事項：

各位同學：

你們好。

這是一份數學的試題，總共 25 題。

測驗時間為 40 分鐘。

每一題請選出一個最合適的答案，並用 2B 鉛筆在答案卡畫記，不可超出格線外，如果需修改答案，請使用橡皮擦擦拭乾淨，再重新畫記。

畫記說明：

當你選(4)時，請在「答案卡」該題號後方把(4)的圓圈塗黑，如：① ② ③ ●

其他事項：

★ 每一題都要回答。

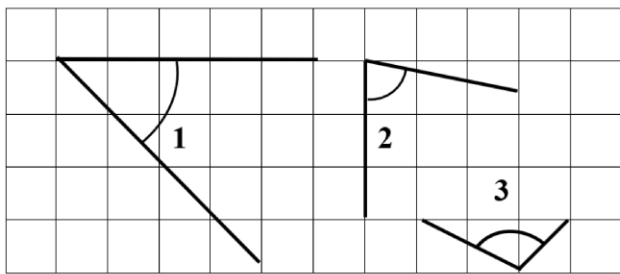
★ 試題如有錯誤，請立即告知老師。

學 校	
班 級	
座 號	
姓 名	

1. 大賣場昨天賣出 2876 個麵包，今天賣出 3426 個麵包，請問兩天合起來賣出多少個麵包？

- ① 6302 個
- ② 5392 個
- ③ 5302 個
- ④ 5292 個

2. 下圖中有 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 和 $\angle 3$ 三個角。



下面關於角大小的敘述，哪個正確？

- ① $\angle 1$ 最大
- ② $\angle 2$ 最小
- ③ $\angle 3$ 最大
- ④ $\angle 3$ 最小

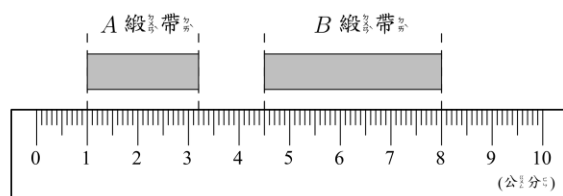
3. 先算算看，□ 內要填入什麼數字？
再說說看，填入的數字表示什麼？

$$\begin{array}{r} 724 \\ \times \quad 3 \\ \hline 21\square2 \end{array}$$

- ① □ 內要填入 7，表示合起來有 7 個十
② □ 內要填入 7，表示合起來有 7 個一
③ □ 內要填入 6，表示合起來有 6 個十
④ □ 內要填入 6，表示合起來有 6 個一
4. 奇奇的存款有 4635 元，奇奇的存款比妙妙多了
1847 元，請問妙妙的存款有多少元？

- ① 6482 元
② 3888 元
③ 3212 元
④ 2788 元

5. 用下圖中的直尺量量看，A 綵帶和 B 綵帶接起來有多長？



- ① 2 公分 2 毫米
 ② 5 公分 7 毫米
 ③ 8 公分
 ④ 11 公分 2 毫米
6. 一袋巧克力的有 10 包，一箱有 5 袋，8 箱共有多少包巧克力？

- ① 400 包
 ② 130 包
 ③ 80 包
 ④ 50 包

7. 張叔叔帶了 5000 元，他可以購買下列哪兩件家電用品？



A 溫控電水壺

2995 元



B 循環扇

2199 元



C 料理鍋

1288 元



D 電烤箱

2090 元



E 電鍋

3690 元

① A 、 B

② A 、 D

③ B 、 E

④ C 、 E

8. 有甲、乙、丙、丁四袋香蕉，甲袋重 1 公斤 50 公克，乙袋重 1120 公克，丙袋比甲袋輕，丁袋比乙袋重。如果「A 比 B 重，B 比 C 重」可以記成「 $A > B > C$ 」。下面關於甲、乙、丙、丁四袋香蕉重量關係，何者正確？

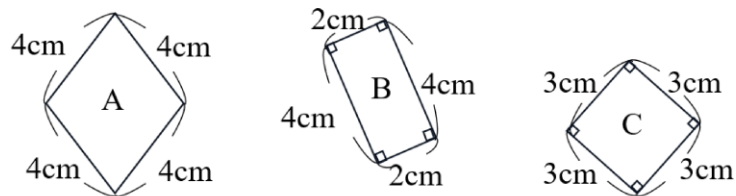
① 甲 $>$ 丙 $>$ 丁 $>$ 乙

② 甲 $>$ 丁 $>$ 乙 $>$ 丙

③ 丁 $>$ 甲 $>$ 乙 $>$ 丙

④ 丁 $>$ 乙 $>$ 甲 $>$ 丙

9. 下面有 A、B、C 三個四邊形。



甲說：四邊形 A 是正方形。

乙說：四邊形 B 是長方形。

丙說：四邊形 C 是正方形。

請問哪些人的說法正確？

- ① 只有甲和乙正確
- ② 只有甲和丙正確
- ③ 只有乙和丙正確
- ④ 甲、乙、丙都正確

10. 下圖是^T高^レ鐵^レ車^レ廂^レ的^T座^レ位^レ編^レ號^レ，^レA 和^レE 的^レ位^レ置^レ靠^レ窗^レ，^レC 和^レD 的^レ位^レ置^レ靠^レ走^レ道^レ。

1A	2A	3A	4A	5A	6A	7A	8A	9A	10A	11A	12A	13A
1B	2B	3B	4B	5B	6B	7B	8B	9B	10B	11B	12B	13B
1C	2C	3C	4C	5C	6C	7C	8C	9C	10C	11C	12C	13C
	2D	3D	4D	5D	6D	7D	8D	9D	10D	11D	12D	13D
	2E	3E	4E	5E	6E	7E	8E	9E	10E	11E	12E	13E

弟^レ弟^レ說^レ：「我^レ、爸^レ爸^レ、媽^レ媽^レ和^レ哥^レ哥^レ四^レ個^レ人^レ坐^レ在^レ同^レ一^レ排^レ，^レ爸^レ爸^レ坐^レ在^レ靠^レ窗^レ的^レ位^レ置^レ，^レ我^レ坐^レ在^レ爸^レ爸^レ和^レ媽^レ媽^レ的^レ中^レ間^レ，^レ哥^レ哥^レ坐^レ在^レ靠^レ走^レ道^レ的^レ位^レ置^レ。」

請^レ問^レ下^レ面^レ敘^レ述^レ何^レ者^レ錯^レ誤^レ？

- ① 爸^レ爸^レ座^レ位^レ的^レ編^レ號^レ是^レ A
 - ② 哥^レ哥^レ座^レ位^レ的^レ編^レ號^レ是^レ E
 - ③ 弟^レ弟^レ座^レ位^レ的^レ編^レ號^レ是^レ B
 - ④ 媽^レ媽^レ座^レ位^レ的^レ編^レ號^レ是^レ C
11. 老^レ師^レ將^レ 50 顆^レ蘋^レ果^レ平^レ分^レ裝^レ到^レ幾^レ個^レ袋^レ子^レ裡^レ，^レ結^レ果^レ還^レ剩^レ下^レ 2 顆^レ蘋^レ果^レ。請^レ問^レ老^レ師^レ不^レ可^レ能^レ平^レ分^レ裝^レ到^レ幾^レ個^レ袋^レ子^レ？

- ① 9 個^レ袋^レ子^レ
- ② 8 個^レ袋^レ子^レ
- ③ 6 個^レ袋^レ子^レ
- ④ 4 個^レ袋^レ子^レ

12. 真真、奇奇、妙妙三位好朋友比身高。

真真的身高是 1250 毫米。

奇奇的身高是 1 公尺 30 公分。

妙妙的身高是 128 公分。

請問誰最高、誰最矮？

① 真真最高，奇奇最矮

② 真真最高，妙妙最矮

③ 奇奇最高，真真最矮

④ 奇奇最高，妙妙最矮

13. 用 **0**、**7**、**4**、**1** 這 4 張數字卡排出最小的四位数。請問這個四位数的十位数字是什么？

① 1

② 0

③ 7

④ 4

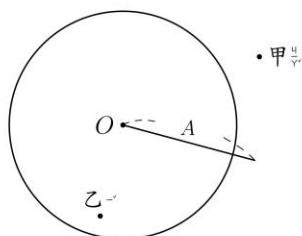
14. 下面圖是媽媽到蛋糕店買蛋糕的交易明細表。

交易明細		
布丁蛋糕	4 個	152 元
巧克力蛋糕	1 個	48 元
商品總數 5，金額 200 元		

請問 1 個布丁蛋糕和 1 個巧克力蛋糕相差多少元？

- ① 10 元
- ② 38 元
- ③ 40 元
- ④ 104 元

15. 下面圖是一個直徑 10 公分的圓，O 點是圓心。



下面哪個敘述正確？

- ① 圓規打開 10 公分，能畫出跟圖中一樣大的圓
- ② 線段 A 的長度大於 10 公分
- ③ 甲點跟圓心 O 的距離大於 10 公分
- ④ 乙點跟圓心 O 的距離小於 5 公分

16. 「三點半」時，時鐘的分針和時針的夾角是直角。

甲說：「三點半」時，時鐘的分針和時針的夾角比直角大。

乙說：「九點半」時，時鐘的分針和時針的夾角比直角大。

請問哪些人的說法正確？

- ① 只有甲正確
- ② 只有乙正確
- ③ 甲和乙都正確
- ④ 甲和乙都不正確

17. 將 3、5、2、9 這 4 張數字卡，分別放入下面的乘法算式中，相乘的積最小是多少？

$$\begin{array}{r} \square \quad \square \quad \square \\ \times \quad \quad \square \\ \hline \end{array}$$

- ① 444
- ② 718
- ③ 777
- ④ 2115

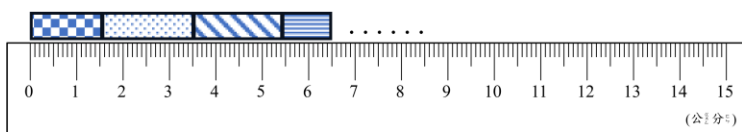
18. 老師將一些糖果平分給 9 位學生，每位學生分到 6 顆糖果，還剩下 4 顆糖果。請問老師再拿出幾顆糖果，每位學生就能分到 7 顆糖果？

- ① 1 顆
- ② 2 顆
- ③ 5 顆
- ④ 9 顆

19. 妹妹想用下面四種不一樣的緞帶拼接成一條很長的緞帶。

- 甲緞帶：
- 乙緞帶：
- 丙緞帶：
- 丁緞帶：

她按照甲、乙、丙、丁、甲、乙、丙、丁、……的順序來拼接。已經知道甲緞帶在直尺刻度 1 的上方，乙緞帶在直尺刻度 2 的上方、也在直尺刻度 3 的上方。



請問在直尺刻度 15 的上方，會是哪種緞帶？

- ① 甲緞帶
- ② 乙緞帶
- ③ 丙緞帶
- ④ 丁緞帶

20. 下面是一位老師計算「 $659 \div 4$ 」的除法直式紀錄。

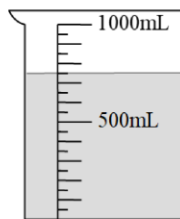
算式中還有 4 個數字分別被 \bullet 、 \blacksquare 、 \blacktriangle 和 \blacklozenge 遮住。

$$\begin{array}{r}
 16\blacktriangle \\
 4 \overline{) 659} \\
 \underline{\bullet} \\
 2\blacksquare \\
 \underline{24} \\
 19 \\
 \underline{16} \\
 \blacklozenge
 \end{array}$$

請問下列敘述何者正確？

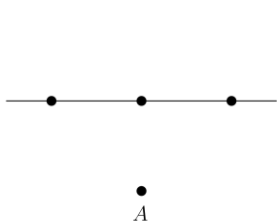
- ① 被 \bullet 遮住的數字是 4，表示 4 個一。
- ② 被 \blacksquare 遮住的數字是 5，表示 5 個十。
- ③ 被 \blacktriangle 遮住的數字是 5，表示 5 個一的 4 倍最接近 19 個一，但是不會超過 19 個一。
- ④ 被 \blacklozenge 遮住的數字是 5，表示剩下 5 個一。

21. 一瓶礦泉水的容量是 1 公升 800 毫升。媽媽將剛買的 1 瓶礦泉水倒一些進量杯中（如下圖），請問這瓶礦泉水還剩下多少？

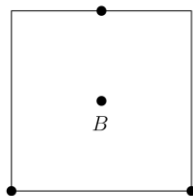


- ① 250 毫升
- ② 750 毫升
- ③ 1 公升 50 毫升
- ④ 2 公升 550 毫升

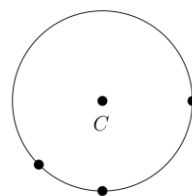
22. 如圖，圖一中的 3 個點在一直線上， A 點是直線外的一個點。圖二中的 3 個點在正方形的周界上， B 點在正方形內部。圖三中的 3 個點都在圓周上， C 點是圓心。



圖一



圖二



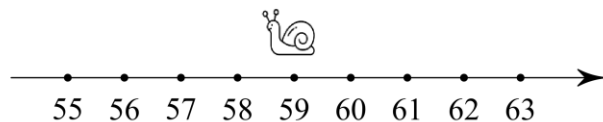
圖三

- 甲說：圖一中的 3 個點和 A 點的距離都相等。
 乙說：圖二中的 3 個點和 B 點的距離都相等。
 丙說：圖三中的 3 個點和 C 點的距離都相等。

請問哪些人的說法正確？

- ① 只有甲正確
- ② 只有乙正確
- ③ 只有丙正確
- ④ 甲、乙和丙都不正確

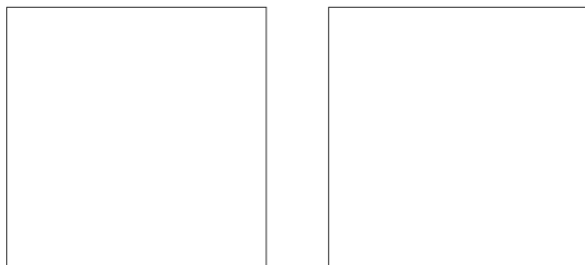
23. 下圖是一條數線，蝸牛依照指示要往右移動 17 格，結果它搞錯方向，往左移動 17 格後，停在數字 59 上。如果蝸牛依照指示正確移動，會移動到數線的哪個數字上？



- ① 25
 - ② 42
 - ③ 76
 - ④ 93
24. 媽媽將 1 個蔥油餅平分切成 8 塊，哥哥吃掉 3 塊，妹妹吃掉了 2 塊。請問下列敘述何者正確？

- ① 剩下 $\frac{3}{8}$ 個蔥油餅
- ② 哥哥和妹妹總共吃掉 5 個蔥油餅
- ③ 哥哥比妹妹多吃 $\frac{1}{8}$ 塊蔥油餅
- ④ 哥哥和妹妹總共吃了 $\frac{5}{8}$ 塊蔥油餅

25. 有 2 張一樣大的白色紙。



大毛先將 1 張色紙平分成 6 片，將 $\frac{4}{6}$ 張塗上紅色，
接著將另 1 張色紙也平分成 6 片，將 4 片塗上
綠色。請問還有多少張白色紙沒有塗色？

- ① $\frac{2}{6}$ 張
- ② $\frac{4}{6}$ 張
- ③ 2 張
- ④ 4 張