

114 年度縣市學生學習能力檢測

數學四年級施測結果報告

國立臺中教育大學

National Taichung University of Education

測驗統計與適性學習研究中心

中華民國 114 年 12 月

目 錄

壹、背景與目的	1
一、背景.....	1
二、目的.....	1
貳、參與縣市與檢測規模	2
參、檢測對象與檢測工具	3
一、檢測對象.....	3
二、檢測工具.....	3
肆、試題分析與教學建議	5
伍、整體學力表現分析	106
一、不同背景變項學生整體學力表現分析.....	106
二、國民小學四年級學生於不同學習重點之答對率表現.....	107
陸、整體教學建議	115
柒、附錄	133

壹、背景與目的

一、背景

測驗與評量是教育歷程中十分重要的一環，透過學力檢測可協助師生瞭解學生之學習成效與升學進路，及早發現待加強學生並啟動積極性教學介入，教育當局亦能評估施行的相關政策，透過調節教育資源來強化發展教學成效。

107 年開始，桃園市等五縣市以委託形式，由國立臺中教育大學測驗統計與適性學習研究中心協助辦理縣市學生學習能力檢測試題研發暨資料分析工作，108 年起，改以中心自辦學力檢測研發，各縣市依需求參與形式運作，114 年度有基隆市、新北市、桃園市、新竹縣、新竹市、苗栗縣、臺中市、南投縣、雲林縣、嘉義縣、嘉義市、臺南市、高雄市、屏東縣、花蓮縣、澎湖縣以及金門縣等十七縣市共同參與，檢測對象為國民中小學三年級至八年級學生，檢測科目包含國語文、數學和英語文。

此份報告係根據檢測分析結果撰寫，現場教師可據以瞭解學生於各評量向度之表現情形，進而對學生進行適性適才之教學；教育決策者亦可更精準的將相關資源挹注於需求性相對較高的教育現場，讓教育和教學有效的朝「把每一個孩子帶上來」的方向前進。

二、目的

- (一) 測驗專責單位統一研發試題，降低各縣市命題壓力和研發成本。
- (二) 國民小學及國民中學學生學習能力檢測分析結果，協助教師瞭解學生學習概況以及科目內有待加強之內容向度。
- (三) 不同背景變項國民小學及國民中學學生學習能力表現之差異分析，可做為學校輔導或教育政策研擬之參考。

貳、參與縣市與檢測規模

本年度縣市學生學習能力檢測於 114 年 5 月 29 日進行，數學四年級施測人數為 42,257 人。各縣市在數學四年級之詳細參與情形如下表 2-1 所示。

表 2-1 114 年度國民小學學生學習能力檢測數學四年級縣市參與人數摘要表

參與縣市	報考學生人數	到考人數	缺考人數
新竹市	5,427	5,219	208
苗栗縣	5,088	4,964	124
雲林縣	5,009	4,851	158
嘉義縣	2,914	2,833	81
臺南市	15,936	15,394	542
屏東縣	6,035	5,814	221
花蓮縣	2,563	2,502	61
金門縣	683	680	3
總計	43,655	42,257	1,398

參、檢測對象與檢測工具

一、檢測對象

114 年參與國立臺中教育大學所承辦「國民小學數學四年級學生學習能力檢測」者為新竹市、苗栗縣、雲林縣、嘉義縣、臺南市、屏東縣、花蓮縣及金門縣等八縣市之國民小學四年級學生（未排除資源班及特殊生），應考名冊羅列 43,655 人、實際施測人數 42,257 人，其中男生 22,441 人、女生 21,007 人、未填寫性別 207 人，整體缺考率約為 3.2%。

二、檢測工具

「國民小學數學四年級學生學習能力檢測」（以下簡稱學力檢測）由國立臺中教育大學測驗統計與適性學習研究中心邀集數學領域專家教授及現職國民小學教師組成命審題團隊。本次學力檢測試題包括「評量指標 - 知識向度」與「評量指標 - 認知向度」等兩個向度。其中，評量指標 - 知識向度包含數與計算、量與實測、空間與形狀、資料與不確定性以及關係等五個指標；評量指標 - 認知向度包含概念理解、程序執行與解題思考等三個指標。學力檢測施測之正式題本總題數為 25 題，試題評量架構與試題各面向之題數分布如表 3-1 所示。

表 3-1 數學領域四年級正式題本評量指標架構與試題之題數分布

知識向度	認知向度	概念理解	程序執行	解題思考
數與計算		3	3	5
量與實測		1	2	-
空間與形狀		4	2	1
資料與不確定性		1	-	1
關係		-	1	1

命題團隊為顧及試題分布之均衡性，依概念理解、程序執行與解題思考等三個評量指標 - 認知向度；數與計算、量與實測、空間與形狀、資料與不確定性以及關係等

五個評量指標 - 知識向度，二個面向進行測驗試題之設計。「數與計算」：乘法與除法的關係；一億以內的數（含位名及位值單位換算）；乘、除直式計算；兩步驟應用問題（乘除、連除）；對大數取概數；同分母分數（不含等值分數）；一位小數及二位小數；數線與分數、小數。「量與實測」：面積（平方公分、平方公尺）；長度（公里）；時間（日、時、分、秒）；日常生活時間的加減問題（不含進退位）；角度。「空間與形狀」：旋轉角；正方形與長方形的面積與周長；垂直與平行；平面圖形的全等；三角形；四邊形。「關係」兩步驟問題併式，四則混合計算的約定。「資料與不確定性」：一維表格與二維表格，含列連表；報讀長條圖與折線圖，及製作長條圖。詳細試題內容於各評量指標之分布題數如表 3-2 所示。

表 3-2 數學領域四年級施測正式題本於評量指標之題數分析

向度	學習重點	題數	題號
數與計算	概念理解 N-4-8、N-4-4、N-4-2	3	16、23、25
	程序執行 N-4-1、N-4-5、N-4-7	3	05、06、15
	解題思考 N-3-6、N-4-2、N-4-3、N-4-7、 N-4-5	5	01、02、03、22、 24
量與實測	概念理解 N-3-14	1	18
	程序執行 N-3-17、N-4-9	2	17、19
空間與 形狀	概念理解 S-4-6、S-4-5、S-4-8、S-4-7	4	04、09、10、21
	程序執行 S-4-2、S-4-2	2	12、20
	解題思考 S-4-3	1	14
資料與	概念理解 D-4-1	1	07
不確定性	解題思考 D-3-1	1	13
關係	程序執行 R-4-1	1	11
	解題思考 R-4-1	1	08

肆、試題分析與教學建議

本報告先分析「114 年國民小學數學四年級學生學習能力檢測」結果，再針對各試題提供相關建議，本試卷信度 Cronbach's alpha 值為 0.81，具一致性、穩定性及可靠性。

整份試卷未作答、連續五題或五題以上未作答或答對率低於 0.25，且作答反應中有疑似亂答為無效樣本者予以刪除，資料整理後納入分析之有效樣本數為 42,206 人，其中各科試題分析結果呈現時所涉及的名詞分別定義如表 4-1：

表 4-1 試題分析名詞解釋

試題分析名詞	解釋
高分組	參與測驗有效樣本總分排名前 27% 之學生。
低分組	參與測驗有效樣本總分排名後 27% 之學生。
選答率	參與測驗有效樣本於此試題選答各選項之比率。
通過率	參與測驗有效樣本之試題答對率。
鑑別度	高分組試題答對率與低分組試題答對率之差。

試題代碼：本次學力檢測試題分析報告中，每道數學題幹均配有一組試題代碼「114-Mn₁-□n₂-n₃」。其中，M 表示「數學科」；n₁ 表示「n₁ 年級」；□表示「知識向度」(A：數與計算；B：量與實測；C：空間與形狀；D：資料與不確定性；E：關係)；n₂ 表示「認知向度」(1：概念理解；2：程序執行；3：解題思考)；n₃ 表示「題號」(01 表示第 1 題)。

題號	試題代碼	答案																								
1	114-M4-A3-01	2																								
學習重點	N-3-6 解題：乘除應用問題。乘數、被乘數、除數、被除數未知之應用解題。 連結乘與除的關係 (R-3-1)。 備註：可使用解題策略協助學生理解與轉化問題（例如「倍」的語言、空格算式、乘除互逆等）。本條目不須另立單元教學。																									
知識向度	數與計算	認知向度 解題思考																								
題目	「 $83 \div \square = 11 \cdots 6$ 」，請問 \square 內要填入哪個數？ ① 5 ② 7 ③ 8 ④ 9																									
選答率	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>選項</th> <th>1</th> <th>2*</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>其他</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>全體</td> <td>0.05</td> <td>0.87</td> <td>0.05</td> <td>0.03</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>高分組</td> <td>0.01</td> <td>0.98</td> <td>0.01</td> <td>0.00</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>低分組</td> <td>0.11</td> <td>0.71</td> <td>0.11</td> <td>0.07</td> <td>0.00</td> </tr> </tbody> </table>		選項	1	2*	3	4	其他	全體	0.05	0.87	0.05	0.03	0.00	高分組	0.01	0.98	0.01	0.00	0.00	低分組	0.11	0.71	0.11	0.07	0.00
選項	1	2*	3	4	其他																					
全體	0.05	0.87	0.05	0.03	0.00																					
高分組	0.01	0.98	0.01	0.00	0.00																					
低分組	0.11	0.71	0.11	0.07	0.00																					
	通過率：87%																									
	鑑別度：0.27																									

一、試題分析

(一) 評量目標

本題給定除數未知的除法算式，要求學生算出除數，評量學生利用乘除互逆關係解題的能力。

(二) 數據說明

- 整體通過率 87%，高分組答對率 98%，低分組答對率 71%，鑑別度 0.27。
- 87%的學生選擇正確答案②；5%的學生選擇①；5%的學生選擇③；3%的學生選擇④。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.27，正確答案為選項②，通過率為 87%，顯示近九成的學生已具備利用乘除互逆關係解計算問題的能力。
2. 有 5% 的學生選擇①（低分組有 11%），這些學生可能尚未具備利用乘除互逆關係解計算問題的能力；這些學生也可能不知道餘數必須小於除數。
3. 有 5% 的學生選擇③（低分組有 11%），這些學生可能尚未具備利用乘除互逆關係解計算問題的能力；這些學生可能也沒有養成驗算的習慣。
4. 有 3% 的學生選擇④（低分組有 7%），這些學生可能尚未具備利用乘除互逆關係解計算問題的能力；這些學生可能也沒有養成驗算的習慣。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	R-2-4 加法與減法的關係： 加減互逆。應用於驗算與解題。 備註：應用加減互逆到驗算時只用加法驗算減法答案，但不用減法驗算加法答案。	N-3-6 解題：乘除應用問題。 乘數、被乘數、除數、被除數未知之應用解題。連結乘與除的關係 (R-3-1)。 備註：可使用解題策略協助學生理解與轉化問題（例如「倍」的語言、空格算式、乘除互逆等）。本條目不須另立單元教學。	N-4-2 較大位數之乘除計算：處理乘數與除數為多位數之乘除直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。 備註：直式計算乘數與除數限三位。直式計算須注意 0 的教學。 較大位數除法須進行估商的教學。知道如「 1600×200 」與「 $60000 \div 400$ 」這類算式，可發展出更簡單的計算方法。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能尚未具備利用乘除互逆概念解計算問題的能力。

2. 學生可能不認識餘數必須小於除數。

3. 學生可能沒有養成驗算的習慣。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 教師可以布置「桌上有 4 堆桃子，一堆桃子有 3 個，全部有 12 個桃子」的情境，幫助學生理解該情境同時可以解讀成「1 堆桃子有 3 個，4 堆桃子有 12 個，可以記成 $3 \times 4 = 12$ 」，「12 個桃子平分成 4 堆，一堆有 3 個桃子，可以記成 $12 \div 4 = 3$ 」，「12 個桃子，每 3 個桃子分一堆，能分成 4 堆，可以記成 $12 \div 3 = 4$ 」，幫助學生認識乘除互逆。

教師也可以將上述情境，改用下面的線段圖來表徵。在線段圖中也可以同時看到「 $3 \times 4 = 12$ 」、「 $12 \div 4 = 3$ 」及「 $12 \div 3 = 4$ 」。



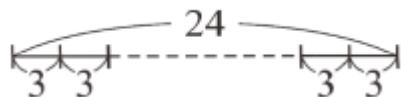
2. 下面以「1 堆桃子有 3 個，幾堆桃子合起來有 24 個？」為例，說明如何幫助學生利用乘除互逆的關係來解題。

下面提供兩種幫助學生利用加減互逆關係解題的方法：

第一種：透過文字題的情境

「1 堆桃子有 3 個，幾堆桃子合起來有 24 個」和「24 個桃子，每 3 個桃子分成一堆，可以分成幾堆」的意思相同，因此學生可以透過 $24 \div 3 = 8$ ，算出有 8 堆桃子。

第二種：透過線段圖



線段圖中可以知道 $3 \times \square = 24$ 和 $24 \div 3 = \square$ 的意思相同，可以利用 $24 \div 3 = 8$ 算出有 8 堆桃子。

3. 教師也可以引入算式填充題樣式的計算題，幫助學生利用乘除互逆的想法來解題，並進行驗算。例如布置 $3 \times (\quad) = 12$ ，學生可以透過乘除互逆的想法，利用 $12 \div 3 = 4$ 算出()內要填入 4 的答案，再利用乘法 $3 \times 4 = 12$ 來驗算。

4. 當學生利用除法 $12 \div 3 = 4$ 算出 $3 \times (\quad) = 12$ 、 $(\quad) \times 3 = 12$ 或 $12 \div (\quad) = 3$ 問題的答案，以及利用乘法 $3 \times 4 = 12$ 算出 $(\quad) \div 3 = 4$ 問題的答案後，驗算指的是將算出的答案代入原問題中，檢查算出的答案是否正確。

題號	試題代碼	答案					
2	114-M4-A3-02	3					
學習重點		N-4-2 較大位數之乘除計算：處理乘數與除數為多位數之乘除直式計算。 教師用位值的概念說明直式計算的合理性。 備註：直式計算乘數與除數限三位。直式計算須注意 0 的教學。較大位數除法須進行估商的教學。知道如「 1600×200 」與「 $60000 \div 400$ 」這類算式，可發展出更簡單的計算方法。					
知識向度	數與計算	認知向度	解題思考				
題目		<p>百貨公司舉辦滿額集點送贈品活動，只要消費滿 1600 元，就可以累積 1 點，集滿 200 點，就可以兌換一臺微波爐。如果想要透過滿額集點兌換到一臺微波爐，最少需要在百貨公司消費多少元？</p> <p>① 3200 ② 32000 ③ 320000 ④ 3200000</p>					
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：85%
	全 體	0.04	0.07	0.85	0.04	0.00	
	高分組	0.01	0.02	0.96	0.01	0.00	鑑別度：0.28
	低分組	0.10	0.14	0.68	0.08	0.00	
<p>一、試題分析</p> <p>(一) 評量目標</p> <p>本題是被乘數和乘數都有多個 0 的文字題，要求學生算出答案，評量學生大數乘法直式計算的能力。</p> <p>(二) 數據說明</p> <p>1. 整體通過率 85%，高分組答對率 96%，低分組答對率 68%，鑑別度 0.28。</p> <p>2. 85%的學生選擇正確答案③；4%的學生選擇①；7%的學生選擇②；4%的學生選擇④。</p>							

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.28，正確答案為選項③，通過率為 85%，顯示八成五的學生已具備被乘數和乘數都有多個 0 大數乘法直式計算的能力。
2. 有 4% 的學生選擇① (低分組有 10%)，這些學生可能不具備被乘數和乘數都有多個 0 大數乘法直式計算的能力。
3. 有 7% 的學生選擇② (低分組有 14%)，這些學生可能不具備被乘數和乘數都有多個 0 大數乘法直式計算的能力。
4. 有 4% 的學生選擇④ (低分組有 8%)，這些學生可能不具備被乘數和乘數都有多個 0 大數乘法直式計算的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-3-3 乘以一位數：乘法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被乘數為二、三位數。 備註：須處理被乘數有 0 的題型。教學可先在有位值的表格中學習計算。最後須能以一列算出答案。多位數乘以一位數隱含之分配律來自操作經驗與數感，而非分配律教學。</p>	<p>N-4-2 較大位數之乘除計算：處理乘數與除數為多位數之乘除直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。 備註：直式計算乘數與除數限三位。直式計算須注意 0 的教學。較大位數除法須進行估商的教學。知道如「1600×200」與「$60000 \div 400$」這類算式，可發展出更簡單的計算方法。</p>	<p>N-5-1 十進位的位值系統：「兆位」至「千分位」。整合整數與小數。理解基於位值系統可延伸表示更大的數和更小的數。 備註：熟練十進位系統「乘以十」、「除以十」所延伸的計算如「300×1200」、「$600000 \div 4000$」之處理。</p>

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備被乘數和乘數都有多個 0 大數乘法直式計算的能力。

2. 學生可能沒有數感，不知道四位數乘以三位數的積是七位數或八位數。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 多位數乘以一位數的乘法直式計算，是被乘數為多位數乘法直式計算的基礎，也是除數為多位數除法直式計算的基礎。

以 345×678 為例，直式進行了 3 次 345 乘以一位數 $6, 7, 8$ 的計算；

再以 $4613 \div 172$ 為例，學生估商時進行了 2 次 172 乘以一位數的計算。

教師應要求學生在三年級熟練二位及三位數乘以一位數的乘法直式計算，並將計算的結果記成一行。

2. 以「 $24000 \times 300 = ()$ 」為例，說明如何幫助學生解題。

步驟一：透過列出乘數都是 3 的算式 $24 \times 3 = 72$ 和 $24000 \times 3 = 72000$ ，幫助學生認識「被乘數 24000 比被乘數 24 後面多 3 個 0」、「 24000×3 的積比 24×3 的積後面也多 3 個 0」。

步驟二：透過列出被乘數都是 24 的算式 $24 \times 3 = 72$ 和 $24 \times 300 = 7200$ ，幫助學生認識「乘數 300 比乘數 3 後面多 2 個 0」、「 24×300 的積比 24×3 的積後面也多 2 個 0」。

步驟三：透過列出 $24 \times 3 = 72$ 和 $24000 \times 300 = 7200000$ ，幫助學生認識「被乘數 24000 比被乘數 24 後面多 3 個 0、乘數 300 比乘數 3 後面多 2 個 0」，「 24000×300 的積比 24×3 的積後面多 $(3 + 2)$ 個 0，也就是多 5 個 0」。

3. 四年級已學過乘法交換律和乘法結合律，教師也可以先要求學生利用乘法直式算出或利用計算機按出 $24000 \times 300 = 7200000$ ，再透過代數運算「 $24000 \times 300 = 24 \times 1000 \times 3 \times 100 = 24 \times 3 \times 1000 \times 100 = 24 \times 3 \times 100000$ 」，

幫助學生認識 24000×300 比 24×3 後面多 5 個 0，也就是多 $(3 + 2)$ 個 0。

四年級學生不易掌握這種解題方法的意義，教師不必強求學生理解。

4. 教師可引導學生利用被乘數和乘數後面有多個 0 的乘法來檢驗大數字乘法計算的合理性。以檢驗「 $1278 \times 31821 = 41945$ 」答案的合理性為例，因為 1278×31821 大約等於 1200×30000 ， 1200×30000 的積是 36000000 ，所以「 $1278 \times 31821 = 41945$ 」的答案不合理。

題號	試題代碼	答案																								
3	114-M4-A3-03	4																								
學習重點	N-4-3 解題：兩步驟應用問題（乘除，連除）。乘與除、連除之應用解題。 備註：由於除法有等分除和包含除兩種類型，教學應注意題型的多元性。可和併式學習一起進行（R-4-1）。																									
知識向度	數與計算	認知向度																								
題目	<p>糖果工廠一天生產 24000 顆糖果，每 60 顆糖果裝一包，每 4 包糖果裝一箱。請問糖果工廠一天生產多少箱糖果？</p> <p>① 5760000 ② 1600 ③ 1000 ④ 100</p>																									
選答率	<table border="1"> <thead> <tr> <th>選 項</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4*</th> <th>其他</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>全 體</td> <td>0.05</td> <td>0.14</td> <td>0.09</td> <td>0.71</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>高分組</td> <td>0.01</td> <td>0.02</td> <td>0.04</td> <td>0.94</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>低分組</td> <td>0.14</td> <td>0.30</td> <td>0.16</td> <td>0.39</td> <td>0.00</td> </tr> </tbody> </table>	選 項	1	2	3	4*	其他	全 體	0.05	0.14	0.09	0.71	0.00	高分組	0.01	0.02	0.04	0.94	0.00	低分組	0.14	0.30	0.16	0.39	0.00	通過率：71% 鑑別度：0.54
選 項	1	2	3	4*	其他																					
全 體	0.05	0.14	0.09	0.71	0.00																					
高分組	0.01	0.02	0.04	0.94	0.00																					
低分組	0.14	0.30	0.16	0.39	0.00																					
一、試題分析	<p>(一) 評量目標</p> <p>本題是連除兩步驟文字題，要求學生算出答案，評量學生連除兩步驟問題解題的能力。</p> <p>(二) 數據說明</p> <p>1. 整體通過率 71%，高分組答對率 94%，低分組答對率 39%，鑑別度 0.54。</p> <p>2. 71%的學生選擇正確答案④；5%的學生選擇①；14%的學生選擇②；9%的學生選擇③。</p>																									

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.54，正確答案為選項④，通過率為 71%，顯示超過七成的學生已具備解決連除兩步驟問題的能力。
2. 有 5% 的學生選擇①（低分組有 14%），這些學生可能誤解題意，而以連乘的方式進行解題。
3. 有 14% 的學生選擇②（低分組有 30%），這些學生可能誤解題意，而以先除後乘的方式進行解題。
4. 有 9% 的學生選擇③（低分組有 16%），這些學生可能已具備解決連除兩步驟問題的能力，但是不具備利用大數除法直式計算解題的能力，在計算 $24000 \div 60$ 時計算發生錯誤。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-3-7 解題：兩步驟應用問題（加減與除、連乘）。連乘、加與除、減與除之應用解題。不含併式。 備註：乘除混合、連除在四年級（N-4-3）。	N-4-3 解題：兩步驟應用問題（乘除、連除）。乘與除、連除之應用解題。 備註：由於除法有等分除和包含除兩種類型，教學應注意題型的多元性。可和併式學習一起進行（R-4-1）。	N-5-2 解題：多步驟應用問題。除「平均」之外，原則上為三步驟解題應用。 備註：以學生較熟悉、能直接併式之問題為原則。本條目要求併式。須含分配律情境之三步驟問題，以和分配律教學連結（R-5-2）。

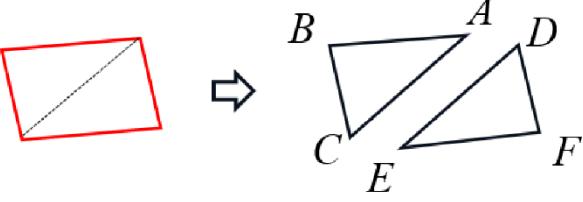
三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備解決連除兩步驟問題的能力。
2. 學生可能不理解題意，以連乘或先除後乘的方式進行解題。
3. 學生可能不具備大數除法直式計算的能力。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 乘、除及連除兩步驟問題是兩步驟問題中最困難的題型，學生已熟練先乘後加（減）、先加（減）後乘、先除後加（減）、先加（減）後除、連乘兩步驟問題，並不表示學生也熟練乘、除及連除兩步驟問題。如果學生無法解乘、除及連除兩步驟問題，教師應透過分段布題的方式，幫助學生用兩個算式記錄解題活動。
2. 以「1袋餅乾有30包，老師買了5袋，平分給25個人，每個人可以分到多少包餅乾？」為例，教師可透過分段布題的方式，幫助學生用兩個算式記錄解題活動。
步驟一：先布問題「1袋餅乾有30包，老師買了5袋，共有多少包？」，用算式把做法記下來。幫助學生用算式「 $30 \times 5 = 150$ 」把做法記下來。
步驟二：再布問題「150包餅乾，平分給25個人，每個人可以分到多少包餅乾？」，用算式把做法記下來。幫助學生用算式「 $150 \div 25 = 6$ 」記錄解題活動。
步驟三：回到原問題「1袋餅乾有30包，老師買了5袋，平分給25個人，每個人可以得多少包餅乾？」，用兩個算式把先算什麼，再算什麼的算法記下來。幫助學生用兩個算式「 $30 \times 5 = 150$ ， $150 \div 25 = 6$ 」把做法記下來。

題號	試題代碼	答案																												
4	114-M4-C1-04	3																												
學習重點	<p>S-4-6 平面圖形的全等：以具體操作為主。形狀大小一樣的兩圖形全等。能用平移、旋轉、翻轉做全等疊合。全等圖形之對應角相等、對應邊相等。</p> <p>備註：在具有平移或旋轉對稱特性的圖形上，學生可察覺豐富的全等模式。平移、旋轉、翻轉描述操作的方式，非名詞教學，名詞不應出現。</p>																													
知識向度	空間與形狀	認知向度																												
<p>如圖，平行四邊形上、下兩邊的長都是 8 公分，左、右兩邊的長都是 6 公分。將左圖中的平行四邊形，沿著其中一條對角線剪開，剪開後得到右圖中兩個全等的三角形。</p>																														
題目	<p>請問下面敘述何者正確？</p> <ol style="list-style-type: none"> ① AB 邊和 DE 邊的長度相等 ② BC 邊的對應邊是 FE 邊 ③ $\angle B$ 和 $\angle F$ 的角度相等 ④ $\angle C$ 的對應角是 $\angle E$ 																													
選答率	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>選項</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3*</th> <th>4</th> <th>其他</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>全體</td> <td>0.10</td> <td>0.07</td> <td>0.78</td> <td>0.05</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>高分組</td> <td>0.02</td> <td>0.01</td> <td>0.95</td> <td>0.01</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>低分組</td> <td>0.20</td> <td>0.14</td> <td>0.54</td> <td>0.11</td> <td>0.00</td> </tr> </tbody> </table>					選項	1	2	3*	4	其他	全體	0.10	0.07	0.78	0.05	0.00	高分組	0.02	0.01	0.95	0.01	0.00	低分組	0.20	0.14	0.54	0.11	0.00	通過率：78%
選項	1	2	3*	4	其他																									
全體	0.10	0.07	0.78	0.05	0.00																									
高分組	0.02	0.01	0.95	0.01	0.00																									
低分組	0.20	0.14	0.54	0.11	0.00																									
						鑑別度：0.41																								
<p>一、試題分析</p> <p>(一) 評量目標</p> <p>本題給定將平行四邊形沿著對角線剪開成兩個全等三角形的圖形，要求學生選出正確的敘述，評量學生利用全等圖形對應角相等、對應邊相等性質解題的能力。</p>																														

(二) 數據說明

- 整體通過率 78%，高分組答對率 95%，低分組答對率 54%，鑑別度 0.41。
- 78%的學生選擇正確答案③；10%的學生選擇①；7%的學生選擇②；5%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

- 本題鑑別度為 0.41，正確答案為選項③，通過率 78%，顯示近八成的學生已具備利用全等圖形對應角相等、對應邊相等性質解題的能力。
- 有 10%的學生選擇①（低分組有 20%），這些學生可能不具備利用全等圖形對應角相等、對應邊相等性質解題的能力；這些學生可能無法在心中操作將兩圖形疊合的能力。
- 有 7%的學生選擇②（低分組有 14%），這些學生可能不具備利用全等圖形對應角相等、對應邊相等性質解題的能力；這些學生可能無法在心中操作將兩圖形疊合的能力。
- 有 5%的學生選擇④（低分組有 11%），這些學生可能不具備利用全等圖形對應角相等、對應邊相等性質解題的能力；這些學生可能無法在心中操作將兩圖形疊合的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	S-4-8 四邊形：以邊與角的特徵(含平行)認識特殊四邊形並能作圖。如正方形、長方形、平行四邊形、菱形、梯形。 備註：作圖包含正方形、長方形、平行四邊形。	S-4-6 平面圖形的全等：以具體操作為主。形狀大小一樣的兩圖形全等。能用平移、旋轉、翻轉做全等疊合。全等圖形之對應角相等、對應邊相等。 備註：在具有平移或旋轉對稱特性的圖形上，學生可察覺豐富的全等模式。平移、旋	S-5-1 三角形與四邊形的性質：操作活動與簡單推理。含三角形三內角和為 180 度。三角形任意兩邊和大於第三邊。平行四邊形的對邊相等、對角相等。 備註：簡單推理，例如：四邊形四內角和為 360 度。三角形不可能有兩鈍角。

		轉、翻轉描述操作的方式，非名詞教學，名詞不應出現。	
--	--	---------------------------	--

三、教學建議

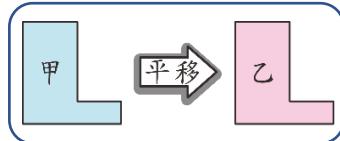
(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備利用全等圖形對應角相等、對應邊相等性質解題的能力。
2. 學生可能無法在心中操作將兩圖形疊合的能力。

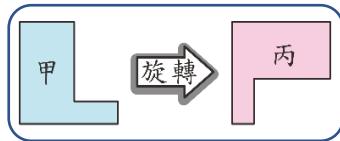
(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 將一個圖形平移、旋轉或翻轉後，該圖形的形狀和大小不會改變，討論的是圖形形狀的保留概念；將一個圖形平移、旋轉或翻轉後，會和另一個圖形完全疊合，討論的是兩個圖形的全等關係。學生必須掌握圖形形狀的保留概念，才能透過疊合判斷兩圖形是否全等。當學生掌握兩圖形全等的意義後，可以開始討論全等關係的對稱性及遞移性。全等的對稱性：圖形甲和圖形乙全等，圖形乙也會和圖形甲全等。全等的遞移性：若圖形甲和圖形乙全等，圖形乙和圖形丙全等，則圖形甲和圖形丙全等。
2. 四年級引入全等圖形、五年級引入線對稱圖形、六年級引入放大與縮小圖，這些教材討論的重點都是兩個圖形之間的關係。全等是最容易溝通的關係，教師應透過操作，幫助學生認識兩圖形間構成要素的對應關係，例如三角形 ABC 和三角形 DEF 全等，將兩圖形疊合後，邊 AB 和邊 DE 重合，稱邊 AB 的對應邊為邊 DE，也稱邊 AB 和邊 DE 互為對應邊； $\angle A$ 和 $\angle D$ 重合，稱 $\angle A$ 的對應角為 $\angle D$ ，也稱 $\angle A$ 和 $\angle D$ 互為對應角；A 點和 D 點重合，稱 A 點的對應點為 D 點，也稱 A 點和 D 點互為對應點，為五年級及六年級學習相關教材鋪路。
3. 甲圖形經過平移、旋轉或翻轉後，和乙圖形完全疊合，稱甲、乙兩個圖形全等。下面以圖一、圖二及圖三為例說明。
在圖一中，只要將左邊的圖形平移至右邊，就能透過疊合的方式知道這兩個圖形全等。
在圖二中，必須先將左邊的圖形平移至右邊，再將左邊的圖形順時針旋轉 90 度，或逆時針旋轉 270 度，才能透過疊合的方式知道這兩個圖形全等。

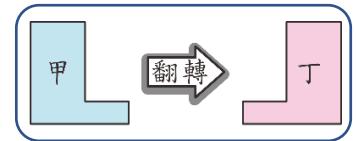
在圖三中，將左邊的圖形平移至右邊，不論如何旋轉，這兩個圖形都無法完全疊合，必須將左邊的圖形翻轉，才能透過疊合的方式知道這兩個圖形全等。



圖一



圖二



圖三

題號	試題代碼	答案																								
5	114-M4-A2-05	1																								
學習重點	N-4-1 一億以內的數：位值單位「萬」、「十萬」、「百萬」、「千萬」。建立應用大數時之計算習慣，如「30 萬 1200」與「21 萬 300」的加減法。 備註：教學可進行到最後的「一億」，但不進行超過一億的教學。																									
知識向度	數與計算	認知向度																								
題目	<p>爸爸的年終獎金是 12 萬 5300 元，年終獎金和 2 月份的薪水，合起來是 19 萬 700 元，爸爸 2 月份的薪水是多少元？</p> <p>① 6 萬 5400 元 ② 7 萬 4600 元 ③ 7 萬 4700 元 ④ 7 萬 5400 元</p>																									
選答率	<table border="1"> <thead> <tr> <th>選項</th> <th>1*</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>其他</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>全體</td> <td>0.71</td> <td>0.15</td> <td>0.05</td> <td>0.08</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>高分組</td> <td>0.92</td> <td>0.06</td> <td>0.01</td> <td>0.02</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>低分組</td> <td>0.44</td> <td>0.26</td> <td>0.13</td> <td>0.17</td> <td>0.00</td> </tr> </tbody> </table>		選項	1*	2	3	4	其他	全體	0.71	0.15	0.05	0.08	0.00	高分組	0.92	0.06	0.01	0.02	0.00	低分組	0.44	0.26	0.13	0.17	0.00
選項	1*	2	3	4	其他																					
全體	0.71	0.15	0.05	0.08	0.00																					
高分組	0.92	0.06	0.01	0.02	0.00																					
低分組	0.44	0.26	0.13	0.17	0.00																					
<p>一、試題分析</p> <p>(一) 評量目標</p> <p>本題是複名數大數減法的文字題，要求學生算出答案，評量學生複名數加減法計算的能力。</p> <p>(二) 數據說明</p> <p>1. 整體通過率 71%，高分組答對率 92%，低分組答對率 44%，鑑別度 0.48。</p> <p>2. 71%的學生選擇正確答案①；15%的學生選擇②；5%的學生選擇③；8%的學生選擇④。</p>		通過率：71% 鑑別度：0.48																								

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.48，正確答案為選項①，通過率為 71%，顯示超過七成的學生已具備複名數大數減法計算的能力。
2. 有 15% 的學生選擇②（低分組有 26%），這些學生可能尚未具備複名數大數減法計算的能力。
3. 有 5% 的學生選擇③（低分組有 13%），這些學生可能尚未具備複名數大數減法計算的能力。
4. 有 8% 的學生選擇④（低分組有 17%），這些學生可能尚未具備複名數大數減法計算的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-3-1 一萬以內的數：含位值積木操作活動。結合點數、位值表徵、位值表。位值單位「千」。位值單位換算。 備註：教學可進行到最後的「一萬」，但不進行超過一萬的教學。	N-4-1 一億以內的數：位值單位「萬」、「十萬」、「百萬」、「千萬」。建立應用大數時之計算習慣，如「30 萬 1200」與「21 萬 300」的加減法。 備註：教學可進行到最後的「一億」，但不進行超過一億的教學。	N-5-1 十進位的位值系統：「兆位」至「千分位」。整合整數與小數。理解基於位值系統可延伸表示更大的數和更小的數。 備註：熟練十進位系統「乘以十」、「除以十」所延伸的計算如 300×1200 與 $600000 \div 4000$ 之處理。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能尚未具備複名數大數減法計算的能力。
2. 學生可能不理解大數複名數記法的意義。
3. 學生可能將複名數的記法轉換成單名數的記法，算出答案後再改記成複名數，但是在大數加減計算或改記時發生錯誤。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 進行「萬」及「億」單位教學時，必須進行 1 萬到 9999 萬與 1 億的命名。以「萬」為單位的教學為例，十進位記數法逢十進一，只要學會 1 萬到 9 萬，10 個「萬」就換成 1 個「十萬」，「萬」的個數最多只有 9 個；而萬進位記數法逢萬進一，學生必須學會 1 萬到 9999 萬，10000 個「萬」才會換成 1「億」。

日常生活中大數的讀法都是萬進位的讀法，以 23456789 的讀法為例，我們讀作二千三百四十五「萬」六千七百八十九，不會讀做二「千萬」三「百萬」四「十萬」五「萬」六千七百八十九。教師應透過萬進位記數法的定位板或改記成四位一撇的方法，幫助學生熟悉大數的讀法。

2. 大數的命名包含十進位記數法及萬進位記數法：

十進位記數法將「634567891」這個大數字讀做：六「億」三「千萬」四「百萬」五「十萬」六「萬」七「千」八「百」九「十」一。

億	千萬	百萬	十萬	萬	千	百	十	個
6	3	4	5	6	7	8	9	1

634567891 萬進位記數法先將「634567891」這個大數字由右至左、四位一撇改記成 6,3456,7891 後，讀做：六「億」、三千四百五十六「萬」、七千八百九十一。

億	萬	一
6	3456	7891

教師應協助學生進行十進位記數法與萬進位記數法的互換。

3. 「5 百萬」、「500 萬」和「5000000」都一樣大，而且讀法都相同，但是這三種記法所表示單位的意義不相同。「5 百萬」是以「百萬」為單位，指的是 5 個「百萬」合起來的數；「500 萬」是以「萬」為單位，指的是 500 個「萬」合起來的數；5000000 是以「一」為單位，指的是 5000000 個「一」合起來的數。

4. 教師應幫助學生將「個、十、百、千」的關係，類推到「萬、十萬、百萬、千萬」的關係。例如，由 1 個十是 10 個一，類推出 1 個十萬是 10 個萬；由 1 個百是 100 個一，也是 10 個十，類推出 1 個百萬是 100 個萬，也是 10 個十萬；由 1

個千是 1000 個一、也是 100 個十、也是 10 個百，類推出 1 個千萬是 1000 個萬、也是 100 個十萬，也是 10 個百萬。

題號	試題代碼	答案					
6	114-M4-A2-06	3					
學習重點		N-4-5 同分母分數：一般同分母分數教學（包括「真分數」、「假分數」、「帶分數」名詞引入）。假分數和帶分數之變換。同分母分數的比較、加、減與整數倍。					
備註：本條目教學，分子和分母的數字都不用太大，以能流暢學習同分母分數計算為目標。帶分數整數倍教學不宜強迫學生化成假分數進行，其中隱含之分配律思維來自操作經驗與數感，此非分配律教學。							
知識向度	數與計算	認知向度	程序執行				
題目		下圖是 1 條緞帶，平分成 9 段後的 1 段是 $\frac{2}{5}$ 公尺。 請問這條緞帶長多少公尺？					
							
<p>① $\frac{2}{45}$ ② $\frac{18}{45}$ ③ $3\frac{3}{5}$ ④ $9\frac{2}{5}$</p>							
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：61%
	全 體	0.03	0.26	0.61	0.10	0.00	
	高分組	0.00	0.15	0.83	0.02	0.00	鑑別度：0.44
	低分組	0.08	0.33	0.39	0.20	0.00	
一、試題分析 <p>(一) 評量目標</p> <p>本題給定一條緞帶平分成幾段後1段的長度，要求學生算出緞帶的長度，評量學生是否掌握分數情境乘除互逆的關係及分數整數倍乘法的計算能力。</p>							

(二) 數據說明

- 整體通過率 61%，高分組答對率 83%，低分組答對率 39%，鑑別度 0.44。
- 61%的學生選擇正確答案③；3%的學生選擇①；26%的學生選擇②；10%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

- 本題鑑別度為 0.44，正確答案為選項③，通過率為 61%，顯示超過六成的學生已具備利用分數情境乘除互逆關係解題的能力；這些學生也具備分數整數倍乘法的計算能力。
- 有 3%的學生選擇①（低分組有 8%），這些學生可能不具備利用分數情境乘除互逆關係解題的能力，利用五年級才引入的分數除法來解題。
- 有 26%的學生選擇②（低分組有 33%），這些學生可能不具備利用分數情境乘除互逆關係解題的能力，也可能不理解題意，利用擴分解決問題。
- 有 10%的學生選擇④（低分組有 20%），這些學生可能不具備利用分數情境乘除互逆關係解題的能力；也可能不理解題意，將題目中出現的整數和分數合併改記成帶分數。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-3-9 簡單同分母分數：結合操作活動與整數經驗。簡單同分母分數比較、加、減的意義。牽涉之分數與運算結果皆不超過 2。以單位分數之點數為基礎，連結整數之比較、加、減。知道「和等於 1」的意義。 備註：本年級分數教學只用「分數」一詞，	N-4-5 同分母分數：一般同分母分數教學（包括「真分數」、「假分數」、「帶分數」名詞引入）。假分數和帶分數之變換。同分母分數的比較、加、減與整數倍。 備註：本條目教學，分子和分母的數字都不用太大，以能流暢學習同分母分數計算為	N-5-4 異分母分數：用約分、擴分處理等值分數並做比較。用通分做異分母分數的加減。養成利用約分化簡分數計算習慣。 備註：通分不鼓勵以分母直接相乘。通分數字限（1）分母均為一位數；（2）一分母為另一分母的倍數，且兩數小於 100；（3）

	<p>不出現「真分數」與「假分數」的名詞，也不含帶分數的教學(N-4-5)。應區分真分數與假分數之教學(例如分開於上、下學期)。初步認識分數的應用時，情境應以連續量為主。若要處理離散量情境，必須與連續模型表徵強烈結合，而且其計數單位須為以整體數量為分母的單位分數(如1盒餅乾有6塊，則只處理分母6之分數，不處理2或3的情況)</p>	<p>目標。帶分數整數倍教學不宜強迫學生化成假分數進行，其中隱含之分配律思維來自操作經驗與數感，此非分配律教學。</p>	<p>乘以2、3、4、5就可以找到兩分母之公倍數(如12與18)。</p>	
--	--	--	---------------------------------------	--

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備利用分數情境乘除互逆關係解題的能力。
2. 學生可能不具備分數整數倍乘法的計算能力。
3. 學生可能不理解題意。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 透過單位分數的概念，可以將同分母分數的加減與整數倍計算，和整數的加減與整數倍計算完全連結起來。

例如將 $\frac{2}{7}$ 視為2個 $\frac{1}{7}$ ， $\frac{3}{7}$ 視為3個 $\frac{1}{7}$ ，「 $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ 」可以看成「 $2 + 3$ 」，也就是

2個 $\frac{1}{7}$ 加3個 $\frac{1}{7}$ 。

例如將 $\frac{2}{7}$ 視為2個 $\frac{1}{7}$ ，「 $\frac{2}{7} \times 3$ 」可以看成「 2×3 」，也就是2個 $\frac{1}{7}$ 乘以3。

2. 以「做 1 杯草莓牛奶需要 $1\frac{4}{5}$ 杯鮮奶，做 3 杯草莓牛奶需要多少杯鮮奶？」為例，

說明如何幫助學生解決進位的帶分數整數倍問題。

教師可以引導學生將做法記成直式的記錄方式：

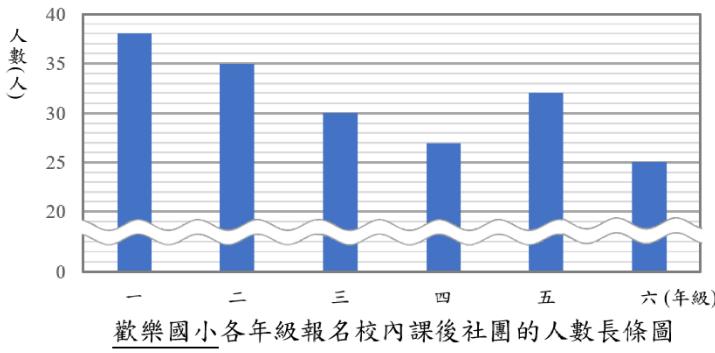
$$\begin{array}{r} 1 \frac{4}{5} \\ \times \quad 3 \\ \hline 3 \frac{12}{5} \\ + \quad 2 \frac{2}{5} \\ \hline 5 \frac{2}{5} \end{array}$$

整數 \times 整數

真分數 \times 整數

除了上述做法，教師亦可引導學生先將帶分數換成假分數後再計算：

$$1\frac{4}{5} \times 3 = \frac{9}{5} \times 3 = \frac{9 \times 3}{5} = \frac{27}{5}$$

題號	試題代碼	答案																								
7	114-M4-D1-07	1																								
學習重點	D-4-1 報讀長條圖與折線圖以及製作長條圖：報讀與說明生活中的長條圖與折線圖。配合其他領域課程，學習製作長條圖。 備註：教學與示例應注意處理「分類資料」與「有序變化性資料」之差別。																									
知識向度	資料與不確定性	認知向度	概念理解																							
題目	<p>下圖是歡樂國小各年級報名校內課後社團的人數長條圖。</p>  <p>歡樂國小各年級報名校內課後社團的人數長條圖</p> <p>請問下列敘述何者正確？</p> <p>① 上圖可以知道報名總人數，但是看不到男女生人數 ② 低年級（一、二年級）報名總人數超過 80 人 ③ 高年級（五、六年級）報名總人數比中年級（三、四年級）多 ④ 低年級（一、二年級）報名總人數的 2 倍和全校報名總人數一樣多</p>																									
選答率	<table border="1"> <thead> <tr> <th>選項</th> <th>1*</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>其他</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>全體</td> <td>0.80</td> <td>0.04</td> <td>0.08</td> <td>0.08</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>高分組</td> <td>0.95</td> <td>0.01</td> <td>0.01</td> <td>0.02</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>低分組</td> <td>0.57</td> <td>0.09</td> <td>0.17</td> <td>0.16</td> <td>0.00</td> </tr> </tbody> </table>	選項	1*	2	3	4	其他	全體	0.80	0.04	0.08	0.08	0.00	高分組	0.95	0.01	0.01	0.02	0.00	低分組	0.57	0.09	0.17	0.16	0.00	通過率：80%
選項	1*	2	3	4	其他																					
全體	0.80	0.04	0.08	0.08	0.00																					
高分組	0.95	0.01	0.01	0.02	0.00																					
低分組	0.57	0.09	0.17	0.16	0.00																					
		鑑別度：0.38																								
<p>一、試題分析</p> <p>(一) 評量目標</p> <p>本題給定有省略符號的長條圖，要求學生選出正確的敘述，評量學生報讀長條圖的能力。</p>																										

(二) 數據說明

1. 整體通過率 80% , 高分組答對率 95% , 低分組答對率 57% , 鑑別度 0.38 。
2. 80% 的學生選擇正確答案① ; 4% 的學生選擇② ; 8% 的學生選擇③ ; 8% 的學生選擇④ 。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.38 , 正確答案為選項① , 通過率為 80% , 顯示八成的學生已具備報讀有省略符號長條圖的能力 。
2. 有 4% 的學生選擇② (低分組有 9%) , 這些學生未具備報讀有省略符號長條圖的能力 。
3. 有 8% 的學生選擇③ (低分組有 17%) , 這些學生未具備報讀有省略符號長條圖的能力 。
4. 有 8% 的學生選擇④ (低分組有 16%) , 這些學生未具備報讀有省略符號長條圖的能力 。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	D-3-1 一維表格與二維表格：以操作活動為主。報讀、說明與製作生活中的表格。二維表格含列聯表。 備註：製作表格不限於日常資料統計性題材，也可應用於觀察數量模式的變化 (R-3-2) 。	D-4-1 報讀長條圖與折線圖以及製作長條圖：報讀與說明生活中的長條圖與折線圖。配合其他領域課程，學習製作長條圖。 備註：教學與示例應注意處理「分類資料」與「有序變化性資料」之差別。	D-5-1 製作折線圖：製作生活中的折線圖。 備註：分辨折線圖之使用時機。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

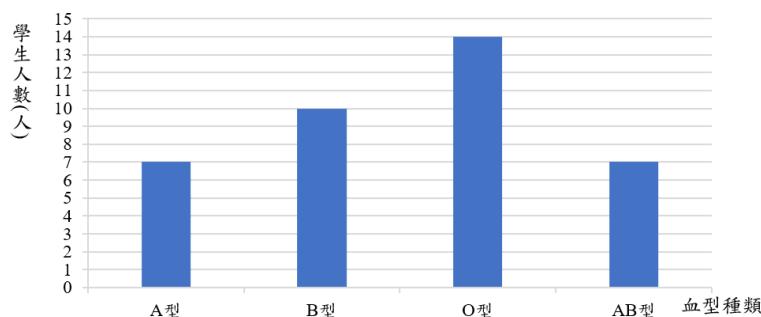
1. 學生可能尚未具備報讀有省略符號長條圖的能力 。

2. 學生可能誤解省略符號長條圖中上下兩部分為女生人數或男生人數。

(二)核心概念與本題的教學重點

1. 由於資料的屬性不同，適用的統計圖形也不相同，若資料項目屬於類別變數，也就是只知道某一個項目和其它的項目不同，這些項目間沒有顯著的關聯性、次序性，數學上經常使用長條圖來溝通。以統計某年級學生血型人數的長條圖為例，當改變類別變數（血型）的位置時，並不會影響長條圖的意義。

長條圖很容易看到部分與部分間的差異量關係，但是不容易看到部分與全體間的倍數關係。以圖一為例，我們較容易看到不同血型人數的差異量，例如 A 型的學生比 O 型的學生少 7 人、A 型和 AB 型學生人數的和與 O 型學生人數一樣多；較不容易看到不同血型學生人數和全體學生人數間的倍數關係，例如 A 型學生人數佔全體學生人數的幾分之幾。



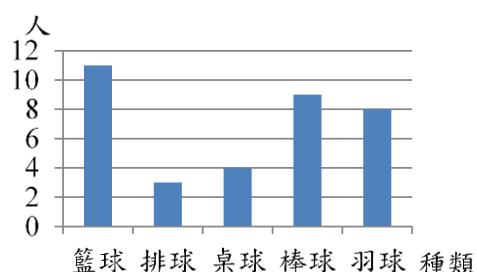
四年級學生血型人數統計 (圖一)

2. 學生必須有報讀長條圖的能力，有足夠的報讀經驗後，才能要求學生解讀。

報讀：看到資料直接讀出數據。

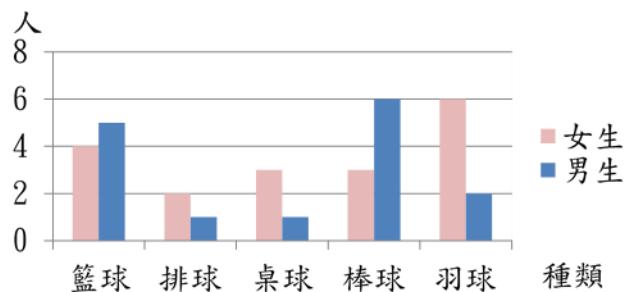
解讀：觀察資料以後，能使用自己的話說出對資料的想法。

3. 學生必須有報讀「簡單的長條圖」的能力 (如圖二)。

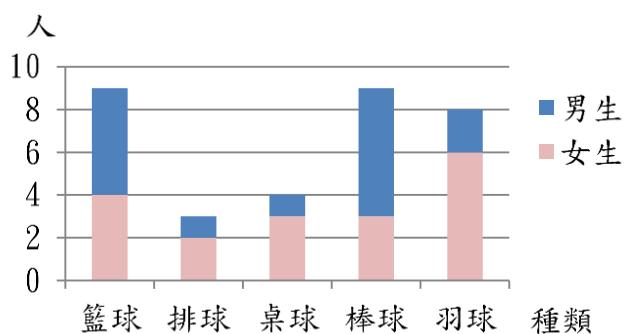


四年級學生喜愛球類運動長條圖 (圖二)

有足夠報讀經驗後，才能要求學生報讀「複雜的長條圖」（如圖三和圖四）。

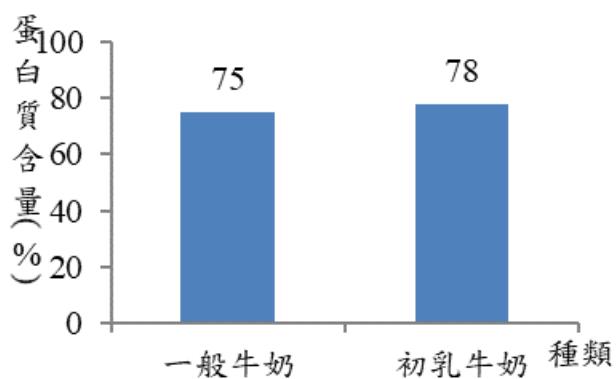


四年級學生喜愛球類運動長條圖 (圖三)

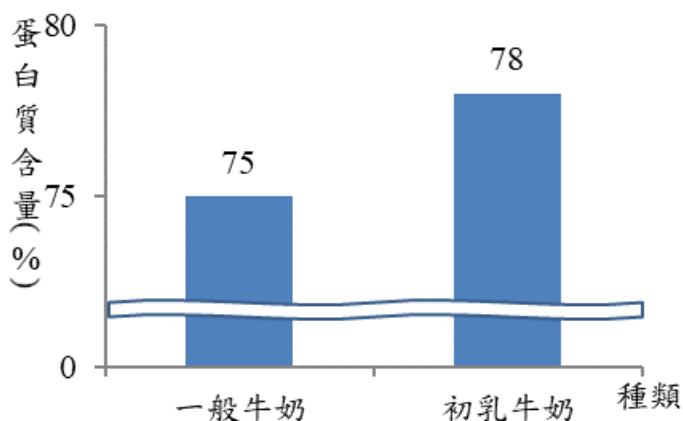


四年級學生喜愛球類運動長條圖 (圖四)

5. 在繪製長條圖或折線圖時，當部分項目的個數很多，繪出來的長條太長，或折線都偏向圖形的上方，為了圖形的美觀，我們經常使用省略符號調整圖形的高度，讓整個長條圖或折線圖的長與寬接近黃金比例。雖然使用省略符號會讓長條圖比較美觀，但是也會影響部分傳遞訊息的正確性。以一般牛奶(蛋白質含量是 75%)與初乳牛奶(蛋白質含量是 78%)蛋白質含量比較的情境為例，圖五是沒有省略符號的長條圖，圖六是有省略符號的長條圖，圖五和圖六中蛋白質含量的差異量都是 3%，並沒有改變，但是它們高度的倍數關係產生改變，在圖五中，兩者蛋白質含量的比值很接近 1，但是在圖六中，初乳牛奶蛋白質含量是一般牛奶蛋白質含量的 2 倍以上。



兩種牛奶蛋白質含量統計圖 (圖五)



兩種牛奶蛋白質含量統計圖 (圖六)

題號	試題代碼	答案																												
8	114-M4-E3-08	3																												
學習重點	R-4-1 兩步驟問題併式：併式是代數學習的重要基礎。含四則混合計算的約定 (由左往右算、先乘除後加減、括號先算)。學習逐次減項計算。 備註：限整數。2、3 年級已學習之兩步驟問題 (N-2-8、N-3-7)，也應複習並 進行併式學習。																													
知識向度	關係	認知向度	解題思考																											
題目	「 <u>小明有 120 顆糖果，留下 45 顆後，把剩下的糖果平分給 5 位朋友。請問每位朋友可以分到多少顆糖果？</u> 」下面哪個算式和答案都正確？																													
	① $120 - 45 \div 5 = 75 \div 5 = 15$ ，答：15 顆 ② $120 - 45 \div 5 = 120 - 9 = 111$ ，答：111 顆 ③ $(120 - 45) \div 5 = 75 \div 5 = 15$ ，答：15 顆 ④ $(120 - 45) \div 5 = 120 - 9 = 111$ ，答：111 顆																													
選答率	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>選 項</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3*</th> <th>4</th> <th>其他</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>全 體</td> <td>0.13</td> <td>0.05</td> <td>0.77</td> <td>0.04</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>高分組</td> <td>0.04</td> <td>0.01</td> <td>0.95</td> <td>0.00</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>低分組</td> <td>0.24</td> <td>0.13</td> <td>0.53</td> <td>0.10</td> <td>0.00</td> </tr> </tbody> </table>					選 項	1	2	3*	4	其他	全 體	0.13	0.05	0.77	0.04	0.00	高分組	0.04	0.01	0.95	0.00	0.00	低分組	0.24	0.13	0.53	0.10	0.00	通過率：77%
選 項	1	2	3*	4	其他																									
全 體	0.13	0.05	0.77	0.04	0.00																									
高分組	0.04	0.01	0.95	0.00	0.00																									
低分組	0.24	0.13	0.53	0.10	0.00																									
						鑑別度：0.42																								
一、試題分析																														
(一) 評量目標																														
本題是先減後除的兩步驟問題，要求學生選出正確的解題過程和答案，評量學生兩步驟問題列式及利用逐次減項記錄解題過程的能力。																														
(二) 數據說明																														
1. 整體通過率 77%，高分組答對率 95%，低分組答對率 53%，鑑別度 0.42。 2. 77%的學生選擇正確答案③；13%的學生選擇①；5%的學生選擇②；4%的學生選擇④。																														

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.42，正確答案為選項③，通過率為 77%，顯示超過七成五的學生已具備兩步驟問題列式及利用逐次減項記錄解題過程的能力。
2. 有 13% 的學生選擇① (低分組有 24%)，這些學生可能尚未具備兩步驟問題列式及利用逐次減項記錄解題過程的能力。
3. 有 5% 的學生選擇② (低分組有 13%)，這些學生可能尚未具備兩步驟問題列式及利用逐次減項記錄解題過程的能力。
4. 有 4% 的學生選擇④ (低分組有 10%)，這些學生可能已具備兩步驟問題列式的能力，但是在逐次減項時發生錯誤。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-4-3 解題：兩步驟應用問題 (乘除 · 連除)。乘與除、連除之應用解題。 備註：由於除法有等分除和包含除兩種類型，教學應注意題型的多元性。可和併式學習一起進行 (R-4-1)	R-4-1 兩步驟問題併式：併式是代數學習的重要基礎。含四則混合計算的約定 (由左往右算、先乘除後加減、括號先算)。學習逐次減項計算。 備註：限整數。2、3 年級已學習之兩步驟問題 (N-2-8、N-3-7)，也應複習並進行併式學習。	R-5-1 三步驟問題併式：建立將計算步驟併式的習慣，以三步驟為主。介紹「平均」。與分配律連結。 備註：學習併式不表示此後所有解題教學都必須併式 (N-6-9)。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備兩步驟問題列式的能力。
2. 學生可能不具備利用逐次減項記錄解題過程的能力。
3. 學生可能無法掌握括號先算及先乘除後加減運算次序的約定。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 下面以「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」為例，說明兩步驟問題的教學流程。

(1) 用兩個算式記錄解題活動

$$15 + 25 = 40, 40 \div 5 = 8, \text{答：可以買 8 枝}$$

(2) 將兩個算式改記成併式的記法

$$\text{將 } 15 + 25 = 40, 40 \div 5 = 8 \text{ 改記成 } (15 + 25) \div 5 = 8$$

(3) 用併式記錄解題活動

$$(15 + 25) \div 5 = 8, \text{答：可以買 8 枝}$$

(4) 用算式填充題來列式

$$(15 + 25) \div 5 = (\quad)$$

(5) 先列式，再用逐次減項記錄解題活動

$$(15 + 25) \div 5 = (\quad)$$

$$(15 + 25) \div 5$$

$$= 40 \div 5$$

$$= 8, \text{答：可以買 8 枝}$$

2. 以逐次減項的記法「 $5 \times (12 + 8) = 5 \times 20 = 100$ 」為例，它是以下解題過程的摘要記法：

$$5 \times (12 + 8) = 5 \times 20, 5 \times 20 = 100,$$

因為等號滿足遞移性($A = B, B = C$ ，所以 $A = C$)，所以 $5 \times (12 + 8) = 100$

逐次減項記法中除了把重複出現的算式「 5×20 」只記一次之外，還把解題過程最重要的部分「因為等號滿足遞移性，所以 $5 \times (12 + 8) = 100$ 」也省略了。

教師可以透過詢問為什麼「 $5 \times (12 + 8)$ 」的答案是 100，檢查學生是否掌握利用等號遞移性記錄的意義。

3. 四年級兩步驟計算問題中，只會用到①括號先算、②先乘除後加減、③由左往右算，這三個約定其中的一個約定。

$$\text{括號先算} : 13 - (2 + 5) = 13 - 7 = 6$$

$$7 \times (5 - 2) = 7 \times 3 = 21$$

先乘除後加減： $5 + 3 \times 4 = 5 + 12 = 17$

$$12 - 6 \div 2 = 12 - 3 = 9$$

$$5 \times 6 + 2 = 30 + 2 = 32$$

$$60 \div 2 - 9 = 30 - 9 = 21$$

由左往右算： $12 + 3 - 5 = 15 - 5 = 10$

$$12 \div 3 \times 2 = 4 \times 2 = 8$$

建議教師將兩步驟計算問題分成有括號和沒有括號兩類，來幫助學生解題。

第一類：有括號的兩步驟計算問題

括號的部分要先算，簡稱為括號先算。

第二類：沒有括號的兩步驟計算問題

(1) 算式中加、減，乘、除都有時，要先算乘、除的部分。

簡稱為先乘除後加減。

(2) 算式中都是乘、除時，要由左往右算；算式中都是加、減時，也要由左往右算。簡稱為由左往右算。

題號	試題代碼	答案																								
9	114-M4-C1-09	3																								
學習重點	S-4-5 垂直與平行：以具體操作為主。直角是 90 度。直角常用記號。垂直於一線的兩線相互平行。平行線間距離處處相等。作垂直線；作平行線。 備註：透過操作和觀察知道平行線間距離處處相等，非數學證明。																									
知識向度	空間與形狀	認知向度																								
題目	<p>關於下面圖形中兩條直線平行或垂直關係的敘述，何者<u>錯誤</u>？</p> <p>關於下面圖形中兩條直線平行或垂直關係的敘述，何者<u>錯誤</u>？</p>																									
<p>① 甲、丁兩條直線平行</p> <p>② 乙、丙兩條直線平行</p> <p>③ 甲、戊兩條直線垂直</p> <p>④ 丁、己兩條直線垂直</p>																										
選答率	<table border="1"> <thead> <tr> <th>選項</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3*</th> <th>4</th> <th>其他</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>全體</td> <td>0.08</td> <td>0.09</td> <td>0.73</td> <td>0.10</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>高分組</td> <td>0.02</td> <td>0.02</td> <td>0.94</td> <td>0.02</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>低分組</td> <td>0.16</td> <td>0.20</td> <td>0.45</td> <td>0.19</td> <td>0.00</td> </tr> </tbody> </table>	選項	1	2	3*	4	其他	全體	0.08	0.09	0.73	0.10	0.00	高分組	0.02	0.02	0.94	0.02	0.00	低分組	0.16	0.20	0.45	0.19	0.00	通過率：73%
選項	1	2	3*	4	其他																					
全體	0.08	0.09	0.73	0.10	0.00																					
高分組	0.02	0.02	0.94	0.02	0.00																					
低分組	0.16	0.20	0.45	0.19	0.00																					
		鑑別度：0.49																								
<p>一、試題分析</p> <p>(一) 評量目標</p> <p>本題給定六條直線，要求學生選出正確描述平行或垂直關係的敘述，評量學生判斷兩線平行或垂直的能力。</p>																										

(二) 數據說明

- 整體通過率 73%，高分組答對率 94%，低分組答對率 45%，鑑別度 0.49。
- 73%的學生選擇正確答案③；8%的學生選擇①；9%的學生選擇②；10%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

- 本題鑑別度為 0.49，正確答案為選項③，通過率為 73%，顯示超過七成的學生已具備判斷兩線平行或垂直的能力。
- 有 8%的學生選擇①（低分組有 16%），這些學生可能尚未具備判斷兩線平行或垂直的能力；也可能誤解題意，選擇正確的敘述。
- 有 9%的學生選擇②（低分組有 20%），這些學生可能尚未具備判斷兩線平行或垂直的能力；也可能誤解題意，選擇正確的敘述。
- 有 10%的學生選擇④（低分組有 19%），這些學生可能尚未具備判斷兩線平行或垂直的能力；也可能誤解題意，選擇正確的敘述。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>S-2-2 簡單幾何形體：以操作活動為主。包含平面圖形與立體形體。辨認與描述平面圖形與立體形體的幾何特徵並做分類。</p> <p>備註：可做溝通使用之命名教學，但勿發展為嚴格定義之學習（S-4-7、S-4-8）。可配合資料分類與呈現之教學（D-2-1）。</p>	<p>S-4-5 垂直與平行：以具體操作為主。直角是 90 度。直角常用記號。垂直於一線的兩線相互平行。平行線間距離處處相等。作垂直線；作平行線。</p> <p>備註：透過操作和觀察知道平行線間距離處處相等，非數學證明。</p>	<p>S-5-6 空間中面與面的關係：以操作活動為 SC-5-6-1 主。生活中面與面平行或垂直的現象。正方體（長方體）中面與面的平行或垂直關係。用正方體（長方體）檢查面與面的平行與垂直。</p> <p>備註：強調操作與概念的合理性，不做嚴格定義。不用三角板檢查面與面的垂直，因為學生容易誤用。</p>

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能尚未具備判斷兩線平行或垂直的能力。

2. 學生可能誤解題意，選擇正確的敘述。

(二) 核心概念與本題的教學重點

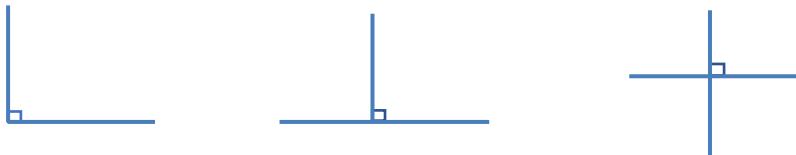
1. 學習內容 S-4-5 針對兩線平行與兩線垂直下定義，也就是給定判斷兩線是否互相平行或互相垂直的方法。

兩線平行： L_1 與 L_2 同時垂直於 L ，稱 L_1 與 L_2 兩線互相平行。

兩線垂直： L_1 與 L_2 相交且有一個交角為直角，稱 L_1 與 L_2 兩線互相垂直。

2. 平面上存在下圖中三種垂直的情境，第一種情境只存在 1 個直角，第二種情境存在 2 個直角，第三種情境存在 4 個直角，這三種情境經常隱藏在幾何圖形中，它們都滿足兩直線互相垂直的關係。

建議教師在教學時，這三種情境都要溝通，不能只討論其中一種情境。

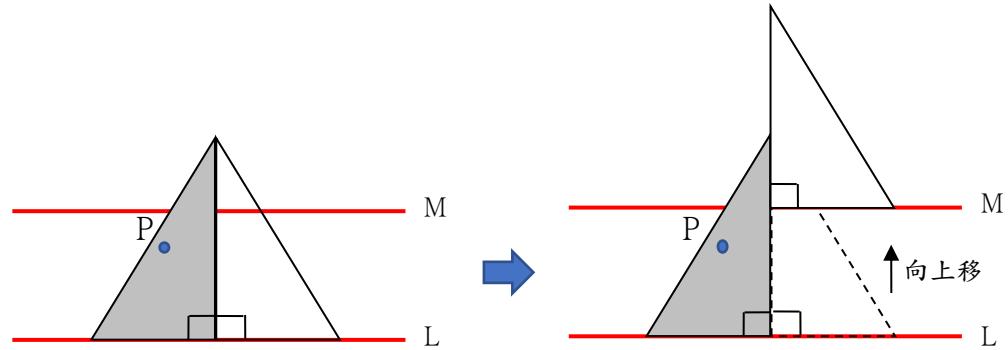


3. 兩直線永遠不會相交是兩線平行的現象，但是不能當作判斷兩線是否平行的方法，因為無法檢驗兩線是否不會有交點。

4. 學生應先學會利用三角板檢驗直線 L 與直線 M 是否為平行線的方法，再解決給定一直線 L 及線外一點 P ，畫出過 P 點且與直線 L 的平行線問題。

(1) 利用兩個三角板來檢查兩線是否平行。

如下圖，檢查 L 、 M 兩直線是否平行，可先將兩個三角板的一股邊分別與直線 L 重合，且使這兩個三角板的另一股邊互相重合。接著，將其中的一個三角板不動，另一個三角板向上平移。此時，若此三角板原本與直線 L 重合的股邊能與直線 M 重合， L 和 M 兩直線互相平行。



(2) 細定一直線 L 及線外一點 P ，畫出過 P 且平行 L 的直線 M 。

學生有用兩個三角板來檢查兩線是否平行的經驗後，教師可以細定一直線 L 及線外一點 P ，要求學童利用兩個三角板，仿前面的方式，畫出過線外 P 點的平行線 M 。

題號	試題代碼		答案																									
10	114-M4-C1-10		4																									
學習重點	S-4-8 四邊形：以邊與角的特徵(含平行)認識特殊四邊形並能作圖。如正方形、長方形、平行四邊形、菱形、梯形。 備註：作圖包含正方形、長方形、平行四邊形。																											
知識向度	空間與形狀	認知向度	概念理解																									
題目	<p>下面是甲和乙兩位老師描述四邊形ㄉ的說法：</p> <p>甲說：四邊形ㄉ的 4 個邊一樣長。</p> <p>乙說：四邊形ㄉ的四個角都不是直角。</p> <p>請問四邊形ㄉ是哪一種四邊形？</p> <p>① 正方形 ② 長方形 ③ 梯形 ④ 菱形</p>																											
選答率	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>選項</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4*</th> <th>其他</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>全體</td> <td>0.08</td> <td>0.03</td> <td>0.09</td> <td>0.80</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>高分組</td> <td>0.01</td> <td>0.00</td> <td>0.03</td> <td>0.96</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>低分組</td> <td>0.19</td> <td>0.08</td> <td>0.17</td> <td>0.56</td> <td>0.00</td> </tr> </tbody> </table>				選項	1	2	3	4*	其他	全體	0.08	0.03	0.09	0.80	0.00	高分組	0.01	0.00	0.03	0.96	0.00	低分組	0.19	0.08	0.17	0.56	0.00
選項	1	2	3	4*	其他																							
全體	0.08	0.03	0.09	0.80	0.00																							
高分組	0.01	0.00	0.03	0.96	0.00																							
低分組	0.19	0.08	0.17	0.56	0.00																							
<p>一、試題分析</p> <p>(一) 評量目標</p> <p>本題給定兩個描述四邊形的說法，要求學生判斷描述的圖形為何種四邊形，評量學生以邊與角的特徵辨識四邊形的能力。</p> <p>(二) 數據說明</p> <p>1. 整體通過率 80%，高分組答對率 96%，低分組答對率 56%，鑑別度 0.4。</p>																												

2. 80%的學生選擇正確答案④；8%的學生選擇①；3%的學生選擇②；9%的學生選擇③。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.4，正確答案為選項④，通過率為 80%，顯示八成的學生已掌握以邊與角的特徵辨識四邊形的能力。
2. 有 8%的學生選擇①（低分組有 19%），這些學生可能尚未掌握以邊與角的特徵辨識四邊形的能力；也可能誤以為四邊等長的四邊形為正方形。
3. 有 3%的學生選擇②（低分組有 8%），這些學生可能尚未掌握以邊與角的特徵辨識四邊形的能力。
4. 有 9%的學生選擇③（低分組有 17%），這些學生可能尚未掌握以邊與角的特徵辨識四邊形的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	S-3-2 正方形和長方形：以邊與角的特徵來定義正方形和長方形。 備註：知道如何判斷斜擺的長方形或正方形依舊是長方形或正方形。	S-4-8 四邊形：以邊與角的特徵（含平行）認識特殊四邊形並能作圖。 如正方形、長方形、平行四邊形、菱形、梯形。 備註：作圖包含正方形、長方形、平行四邊形。	S-5-1 三角形與四邊形的性質：操作活動與簡單推理。含三角形三內角和為 180 度。三角形任意兩邊和大於第三邊。平行四邊形的對邊相等、對角相等。 備註：簡單推理，例如：四邊形四內角和為 360 度，三角形不可能有兩鈍角。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備以邊與角的特徵辨識四邊形的能力。
2. 學生可能直觀的認為四邊等長的四邊形為正方形。
3. 學生可能直觀的認為四個角都不是直角的四邊形為菱形。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本學習內容運用「角」與「邊」的特徵比對辨認正方形、長方形、菱形，也就是給下列四邊形下定義。

正方形：四邊等長且四個角都是直角的四邊形。

長方形：四個角都是直角的四邊形。

菱形：四邊都等長的四邊形。

2. 可以透過定義討論正方形是否為長方形。例如正方形的四個角都是直角，滿足長方形四個角都是直角的定義，所以正方形也是長方形。正方形的四個邊都等長，滿足菱形四個邊都等長的定義，所以正方形也是菱形。但不宜評量兩類圖形的包含關係。

題號	試題代碼	答案																								
11	114-M4-E2-11	2																								
學習重點	R-4-1 兩步驟問題併式：併式是代數學習的重要基礎。含四則混合計算的約定(由左往右算、先乘除後加減、括號先算)。學習逐次減項計算。 備註：限整數。2、3 年級已學習之兩步驟問題 (N-2-8、N-3-7)，也應複習並進行併式學習。																									
知識向度	關係	認知向度																								
題目	下列哪個算式正確？ ① $109 - 50 + 10 = 109 - 60 = 49$ ② $60 \times (20 - 5) = 60 \times 15 = 900$ ③ $45 \div 5 \times 3 = 45 \div 15 = 3$ ④ $50 + 28 \div 2 = 78 \div 2 = 39$																									
選答率	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>選 項</th> <th>1</th> <th>2*</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>其他</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>全 體</td> <td>0.12</td> <td>0.71</td> <td>0.08</td> <td>0.09</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>高分組</td> <td>0.03</td> <td>0.94</td> <td>0.01</td> <td>0.02</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>低分組</td> <td>0.21</td> <td>0.43</td> <td>0.19</td> <td>0.17</td> <td>0.00</td> </tr> </tbody> </table>		選 項	1	2*	3	4	其他	全 體	0.12	0.71	0.08	0.09	0.00	高分組	0.03	0.94	0.01	0.02	0.00	低分組	0.21	0.43	0.19	0.17	0.00
選 項	1	2*	3	4	其他																					
全 體	0.12	0.71	0.08	0.09	0.00																					
高分組	0.03	0.94	0.01	0.02	0.00																					
低分組	0.21	0.43	0.19	0.17	0.00																					
	通過率：71% 鑑別度：0.51																									
一、試題分析																										
(一) 評量目標 本題給定 4 個兩步驟計算題的解題過程和答案，要求學生選出正確的算式，評量學生是否掌握運算次序的約定以及利用逐次減項記法記錄解題過程的能力。																										
(二) 數據說明 1. 整體通過率 71%，高分組答對率 94%，低分組答對率 43%，鑑別度 0.51。 2. 71%的學生選擇正確答案②；12%的學生選擇①；8%的學生選擇③；9%的學生選擇④。																										
(三) 選項及學生表現說明 1. 本題鑑別度為 0.51，正確答案為選項②，通過率為 71%，顯示超過七成的學生已掌握運算次序的約定；這些學生也具備利用逐次減項記法記錄解題過程的能力。																										

2. 有 12% 的學生選擇① (低分組有 21%) , 這些學生可能已具備利用逐次減項記法記錄解題過程的能力 , 但是尚未掌握運算次序的約定 , 不知道都是加減運算時 , 必須由左往右算 。

3. 有 8% 的學生選擇③ (低分組有 19%) , 這些學生可能已具備利用逐次減項記法記錄解題過程的能力 , 但是尚未掌握運算次序的約定 , 不知道都是乘除運算時 , 必須由左往右算 。

4. 有 9% 的學生選擇④ (低分組有 17%) , 這些學生可能已具備利用逐次減項記法記錄解題過程的能力 , 但是尚未掌握運算次序的約定 , 不知道同時有加減和乘除運算時 , 必須先算乘和除的部分 。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-4-3 解題：兩步驟應用問題 (乘除 , 連除) 。乘與除、連除之應用解題 。</p> <p>備註：由於除法有等分除和包含除兩種類型 , 教學應注意題型的多元性。可和併式學習一起進行 (R-4-1)</p>	<p>R-4-1 兩步驟問題併式：併式是代數學習的重要基礎。含四則混合計算的約定 (由左往右算、先乘除後加減、括號先算) 。學習逐次減項計算 。</p> <p>備註：限整數。2、3 年級已學習之兩步驟問題 (N-2-8 、 N-3-7) , 也應複習並進行併式學習 。</p>	<p>R-5-1 三步驟問題併式：建立將計算步驟併式的習慣 , 以三步驟為主。介紹「平均」。與分配律連結 。</p> <p>備註：學習併式不表示此後所有解題教學都必須併式 (N-6-9) 。</p>

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

- 學生可能不具備利用逐次減項記法記錄解題過程的能力 。
- 學生可能不知道都是加減運算時 , 必須由左往右算 。
- 學生可能不知道都是乘除運算時 , 必須由左往右算 。
- 學生可能不知道同時有加減和乘除運算時 , 必須先算乘和除的部分 。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. R-4-1 為 N-4-3 之後續學習概念，故學生應該已經能夠解決整數乘、除兩步驟問題；也應該能夠解決整數連除兩步驟問題，並用兩個算式記錄解題活動。R-4-1 是整數兩步驟問題的總結。幫助學生用併式列出兩步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。

2. 下面以「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」為例，說明兩步驟問題的教學流程。

(1) 用兩個算式記錄解題活動

$$15 + 25 = 40, 40 \div 5 = 8, \text{答：可以買 8 枝}$$

(2) 將兩個算式改記成併式的記法

$$\text{將 } 15 + 25 = 40, 40 \div 5 = 8 \text{ 改記成 } (15 + 25) \div 5 = 8$$

(3) 用併式記錄解題活動

$$(15 + 25) \div 5 = 8, \text{答：可以買 8 枝}$$

(4) 用算式填充題來列式

$$(15 + 25) \div 5 = ()$$

(5) 先列式，再用逐次減項記錄解題活動

$$(15 + 25) \div 5 = ()$$

$$(15 + 25) \div 5$$

$$= 40 \div 5$$

$$= 8, \text{答：可以買 8 枝}$$

3. 以逐次減項的記法「 $5 \times (12 + 8) = 5 \times 20 = 100$ 」為例，它是以下解題過程的摘要記法：

$$5 \times (12 + 8) = 5 \times 20, 5 \times 20 = 100,$$

因為等號滿足遞移性 ($A = B, B = C$ ，所以 $A = C$)，所以 $5 \times (12 + 8) = 100$

逐次減項記法中除了把重複出現的算式「 5×20 」只記一次之外，還把解題過程最重要的部分「因為等號滿足遞移性，所以 $5 \times (12 + 8) = 100$ 」也省略了。

教師可以透過詢問為什麼「 $5 \times (12 + 8)$ 」的答案是 100，檢查學生是否掌握利用等號遞移性記錄的意義。

4. 四年級兩步驟計算問題中，只會用到(1)括號先算、(2)先乘除後加減、(3)由左往右算，這三個約定其中的一個約定。

括號先算： $13 - (2 + 5) = 13 - 7 = 6$

$7 \times (5 - 2) = 7 \times 3 = 21$

先乘除後加減： $5 + 3 \times 4 = 5 + 12 = 17$

$12 - 6 \div 2 = 12 - 3 = 9$

$5 \times 6 + 2 = 30 + 2 = 32$

$60 \div 2 - 9 = 30 - 9 = 21$

由左往右算： $12 + 3 - 5 = 15 - 5 = 10$

$12 \div 3 \times 2 = 4 \times 2 = 8$

建議教師將兩步驟計算問題分成有括號和沒有括號兩類，來幫助學生解題。

第一類：有括號的兩步驟計算問題

括號的部分要先算，簡稱為括號先算。

第二類：沒有括號的兩步驟計算問題

(1) 算式中加、減、乘、除都有時，要先算乘、除的部分。

簡稱為先乘除後加減。

(2) 算式中都是乘、除時，要由左往右算；算式中都是加、減時，也要由左往右算。簡稱為由左往右算。

5. 整數四則混合計算時，除法必須能整除。

(1) 以 $7 + 2 + 2 + 2 + 2$ 為例，學生可以利用加法來解題，如果學生將算式改記成 $7 + 2 \times 4$ ，就表示要先算「 $2 + 2 + 2 + 2 = 2 \times 4$ 」的部分，所以數學上約定乘的部分要先算。

(2) $2 \times 3 + 7 = 6 + 7 = 13$ 是利用「先乘除後加減」運算次序的約定，不是利用「由左往右算」運算次序的約定。

(3) 「 $12 \div 3 \times 2 = 12 \div 6 = 2$ 」是學生常出現的迷思概念，這些學生混淆「先乘除後加減」運算次序的約定，誤認為乘的運算次序比除優先。教師應說明這些算式都是「乘、除」，要使用「由左往右算」運算次序的約定。

6. 對四年級學生而言，「先乘除後加減」的四則混合計算問題最困難，建議教師透過比較下列左右兩個算式的運算次序，幫助學生發現兩個共同的特徵。

(1) 這些算式中，「加、減」和「乘、除」這兩類運算符號都有。

(2) 左邊的算式有括號，括號的部分要先算，右邊的算式中沒有括號，有乘或除運算的部分要先算。

在說明算式中「加、減」這一類和「乘、除」這一類的運算都有的時候，要先算「乘、除」的部分，稱這種運算次序的約定為「先乘除後加減」。

$(2 \times 3) + 7 = 6 + 7$
$= 13$
$(30 \div 3) - 7 = 10 - 7$
$= 3$
$20 - (3 \times 4) = 20 - 12$
$= 8$
$8 + (12 \div 3) = 8 + 4$
$= 12$

$2 \times 3 + 7 = 6 + 7$
$= 13$
$30 \div 3 - 7 = 10 - 7$
$= 3$
$20 - 3 \times 4 = 20 - 12$
$= 8$
$8 + 12 \div 3 = 8 + 4$
$= 12$

7. 以「 $25 \times 17 \times 4 = ()$ 」為例，說明運算次序和運算性質的差異。

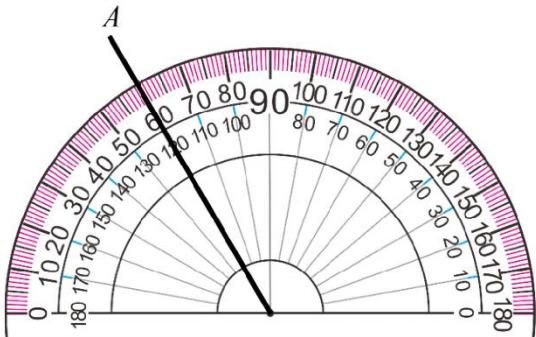
(1) 運算次序： $25 \times 17 \times 4 = (25 \times 17) \times 4 = 425 \times 4 = 1700$

教學重點：先算什麼，後算什麼。

(2) 運算性質： $25 \times 17 \times 4 = (25 \times 4) \times 17 = 100 \times 17 = 1700$

教學重點：利用乘法交換律與乘法結合律簡化計算。

本學習內容的教學重點是運算次序，教師教學的重點是「由左往右算」運算次序的約定，不宜同時討論運算性質。

題號	試題代碼	答案																									
12	114-M4-C2-12	1																									
學習重點	S-4-2 解題：旋轉角。以具體操作為主，並結合計算。以鐘面為模型討論從始邊轉到終邊所轉的角度。旋轉有兩個方向：「順時針」、「逆時針」。「平角」、「周角」。 備註：不處理超過 360 度的問題。																										
知識向度	空間與形狀	認知向度	程序執行																								
題目	<p>如圖，A 線在量角器外圈刻度 60 的位置。老師將 A 線做三次旋轉。 第一次順時針旋轉 40 度，第二次逆時針旋轉 80 度，第三次順時針旋轉 20 度。請問 A 線最後在量角器上外圈什麼刻度的位置？</p>  <p>① 40 ② 60 ③ 100 ④ 120</p>																										
選答率	<table border="1"> <thead> <tr> <th>選項</th> <th>1*</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>其他</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>全體</td> <td>0.69</td> <td>0.16</td> <td>0.06</td> <td>0.09</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>高分組</td> <td>0.95</td> <td>0.02</td> <td>0.01</td> <td>0.01</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>低分組</td> <td>0.33</td> <td>0.35</td> <td>0.12</td> <td>0.19</td> <td>0.00</td> </tr> </tbody> </table>			選項	1*	2	3	4	其他	全體	0.69	0.16	0.06	0.09	0.00	高分組	0.95	0.02	0.01	0.01	0.00	低分組	0.33	0.35	0.12	0.19	0.00
選項	1*	2	3	4	其他																						
全體	0.69	0.16	0.06	0.09	0.00																						
高分組	0.95	0.02	0.01	0.01	0.00																						
低分組	0.33	0.35	0.12	0.19	0.00																						
				通過率：69%																							
				鑑別度：0.62																							

一、試題分析

(一) 評量目標

本題給定某線在量角器上的位置及旋轉三次的敘述，要求學生選出該線最後的位置，評量學生是否認識旋轉角、「順時針旋轉」及「逆時針旋轉」名詞的意義。

(二) 數據說明

1. 整體通過率 69%，高分組答對率 95%，低分組答對率 33%，鑑別度 0.62。
2. 69%的學生選擇正確答案①；16%的學生選擇②；6%的學生選擇③；9%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.62，正確答案為選項①，通過率為 69%，顯示近七成的學生已認識旋轉角，也知道「順時針旋轉」及「逆時針旋轉」名詞的意義。
2. 有 16%的學生選擇②（低分組有 35%），這些學生可能不認識旋轉角；也可能不知道「順時針旋轉」及「逆時針旋轉」名詞的意義；也可能尚未具備報讀量角器的能力。
3. 有 6%的學生選擇③（低分組有 12%），這些學生可能不認識旋轉角；也可能不知道「順時針旋轉」及「逆時針旋轉」名詞的意義；也可能尚未具備報讀量角器的能力。
4. 有 9%的學生選擇④（低分組有 19%），這些學生可能不認識旋轉角；也可能不知道「順時針旋轉」及「逆時針旋轉」名詞的意義；也可能尚未具備報讀量角器的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-3-13 角與角度(同 S-3-1)： 具體操作為主。初步 認識角和角度。角度 的直接比較與間接比 較。認識直角。 備註：用直尺或三角 板的直角來認識與複 製直角。教學應處理 角大小與邊長長短或 積大小混淆之常見錯</p>	<p>S-4-2 解題：旋轉角。以具 體操作為主，並結合 計算。以鐘面為模型 討論從始邊轉到終 邊所轉的角度。旋轉 有兩個方向：「順時 針」、「逆時針」。 「平角」、「周角」。 備註：不處理超過 360 度的問題。</p>	<p>S-5-3 扇形：扇形的定義。「圓 心角」。扇形可視為圓的 一部分。將扇形與分數 結合(幾分之幾圓)。能 畫出指定扇形。 備註：扇形含圓心角大 於 180 度的情況。理解 如「圓心角 90 度的扇形 是 $\frac{1}{4}$ 圓」等的結論。畫出 指定扇形包括「給定一 圓，能畫出 $\frac{1}{3}$ 圓、$\frac{1}{6}$ 圓 等扇形」、「畫出指定半 徑與圓心角的扇形」。</p>

三、教學建議

(一)錯誤類型的可能原因

1. 學生可能尚未認識旋轉角的意義。
2. 學生可能不知道「順時針旋轉」及「逆時針旋轉」名詞的意義。
3. 學生可能尚未具備報讀量角器的能力。

(二)核心概念與本題的教學重點

1. 為了方便量角度，量角器都有兩組刻度，其中一組是順時針方向，另一組是逆時針方向，因此，部分學生使用量角器測量角度時，常將 70 度報讀為 110 度。當

學生尚未掌握直角、銳角及鈍角的意義前，報讀角度時，應要求同時報讀始邊和終邊兩個刻度，養成先將始邊對齊刻度 0，也就是先找 0 度，再看終邊刻度的習慣，並將刻度 0 到刻度 70 間的角度稱為 70 度。當學生掌握鈍角及銳角的意義，知道被測量角度和直角 90 度大小關係後，面對銳角 70 度時，不會將它報讀為 110 度。

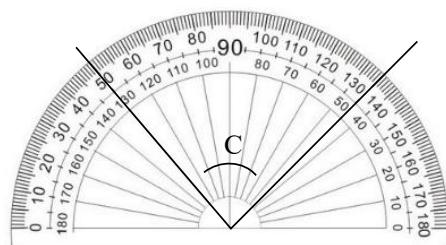
2. 以「下圖中角 C 的角度是多少度？」為例，提出兩種幫助學生解題的方法。

(1) 透過點數刻度解題：

先找出角兩邊在量角器上外圈（或內圈）所對應的刻度，例如 50 度和 135 度，再由 50 度開始，往角的另一邊開始 10 度及 1 度一數，10、20、30、40、50、60、70、80、81、82、83、84、85，得到該角角度為 85 度的答案。

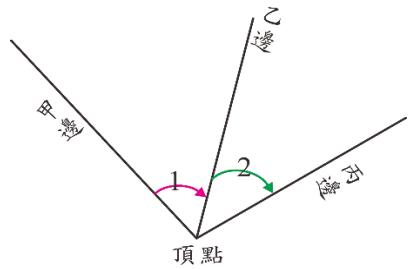
(2) 透過旋轉角及減法解題：

先找出角兩邊在量角器上外圈（或內圈）所對應的刻度，例如 50 度和 135 度，先說明可以利用減法算式 $50 - 0 = 50$ 算出由刻度 0 度旋轉到刻度 50 度所夾的角是 50 度， $135 - 0 = 135$ 算出由刻度 0 度旋轉到刻度 135 度所夾的角是 135 度，再說明可以利用減法算式 $135 - 50 = 85$ 算出刻度 50 度旋轉到刻度 135 度所夾的角是 85 度。

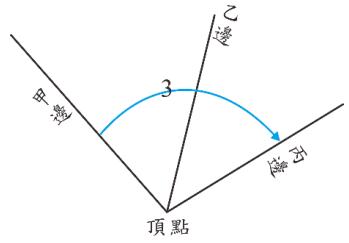


3. 教師可以利用合成兩次旋轉及一次旋轉的比較活動，幫助學生理解可以用加法算式記錄角度合成結果，以及用減法算式記錄角度分解結果的意義。

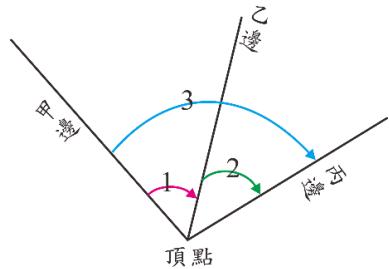
例如先進行兩次旋轉的活動，第一次由甲邊順時針方向旋轉至乙邊，用 $\angle 1$ 記錄旋轉的結果；第二次由乙邊順時針方向旋轉至丙邊，用 $\angle 2$ 記錄旋轉的結果，用 $\angle 1 + \angle 2$ 記錄這兩次旋轉活動合成的結果。



再進行一次旋轉的活動，由甲邊直接順時針旋轉至丙邊，用 $\angle 3$ 記錄旋轉的結果。



透過比較「 $\angle 1 + \angle 2$ 」和「 $\angle 3$ 」，幫助學生發現，它們的始邊、終邊、旋轉方向和旋轉大小都相同，是相等的旋轉角，可以記成 $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3$ 。



4. 旋轉角的概念可作為學習角度的應用。旋轉角由始邊開始轉到終邊，構成一個角，角度的大小可以用來描述旋轉的程度。但是旋轉有兩種方向：順時針與逆時針，因此必須結合角度大小與轉向（如「順時針旋轉 30 度」「逆時針旋轉 150 度」）才能完整描述旋轉角。

題號	試題代碼			答案																									
13	114-M4-D3-13			4																									
學習重點	D-3-1 一維表格與二維表格：以操作活動為主。報讀、說明與製作生活中的表格。二維表格含列聯表。 備註：製作表格不限於日常資料統計性題材，也可應用於觀察數量模式的變化（R-3-2）。																												
知識向度	資料與不確定性	認知向度		解題思考																									
題目	<p>下面是<u>開心國小統計圖書館三種書籍類別借書量的統計表</u>。</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>類別 年級</th> <th>科學類</th> <th>文學類</th> <th>繪本類</th> <th>合計（本）</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>低年級</td> <td>13</td> <td>？</td> <td>78</td> <td>106</td> </tr> <tr> <td>中年級</td> <td>89</td> <td>43</td> <td>57</td> <td>？</td> </tr> <tr> <td>高年級</td> <td>68</td> <td>53</td> <td>34</td> <td>155</td> </tr> <tr> <td>合計（本）</td> <td>？</td> <td>111</td> <td>169</td> <td>450</td> </tr> </tbody> </table> <p>請依據統計表，選出正確的敘述？</p> <ul style="list-style-type: none"> ① 低年級借書量最多的是文學類 ② 從科學類書籍的借書量來看，借書量最多的是高年級 ③ 低、中、高年級當中，借書量最多的是高年級 ④ 三種書籍類別中，全校學生借書量最多的是科學類 				類別 年級	科學類	文學類	繪本類	合計（本）	低年級	13	？	78	106	中年級	89	43	57	？	高年級	68	53	34	155	合計（本）	？	111	169	450
類別 年級	科學類	文學類	繪本類	合計（本）																									
低年級	13	？	78	106																									
中年級	89	43	57	？																									
高年級	68	53	34	155																									
合計（本）	？	111	169	450																									
選答率	<table> <thead> <tr> <th>選項</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4*</th> <th>其他</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>全體</td> <td>0.06</td> <td>0.14</td> <td>0.16</td> <td>0.64</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>高分組</td> <td>0.01</td> <td>0.05</td> <td>0.05</td> <td>0.88</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>低分組</td> <td>0.13</td> <td>0.22</td> <td>0.28</td> <td>0.37</td> <td>0.01</td> </tr> </tbody> </table> <p>通過率：64% 鑑別度：0.51</p>					選項	1	2	3	4*	其他	全體	0.06	0.14	0.16	0.64	0.00	高分組	0.01	0.05	0.05	0.88	0.00	低分組	0.13	0.22	0.28	0.37	0.01
選項	1	2	3	4*	其他																								
全體	0.06	0.14	0.16	0.64	0.00																								
高分組	0.01	0.05	0.05	0.88	0.00																								
低分組	0.13	0.22	0.28	0.37	0.01																								
<p>一、試題分析</p> <p>(一) 評量目標</p> <p>本題給定缺少部分數據的列聯表，要求學生選出正確的敘述，評量學生解讀二維表格的能力。</p>																													

(二) 數據說明

- 整體通過率 64%，高分組答對率 88%，低分組答對率 37%，鑑別度 0.51。
- 64%的學生選擇正確答案④；6%的學生選擇①；14%的學生選擇②；16%的學生選擇③。

(三) 選項及學生表現說明

- 本題鑑別度為 0.51，正確答案為選項④，通過率為 64%，顯示超過六成的學生已具備報讀及解讀二維表格（列聯表）的能力。
- 有 6%的學生選擇①（低分組有 13%），這些學生可能未具備報讀及解讀二維表格（列聯表）的能力。
- 有 14%的學生選擇②（低分組有 22%），這些學生可能未具備報讀及解讀二維表格（列聯表）的能力。
- 有 16%的學生選擇③（低分組有 28%），這些學生可能未具備報讀及解讀二維表格（列聯表）的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	D-2-1 分類與呈現：以操作活動為主。能蒐集、分類、記錄、呈現資料、生活物件或幾何形體。討論分類之中還可以再分類的情況。 備註：非正式表格與統計圖表教學（見D-1-1備註）。可配合平面圖形與立體形體教學（S-2-2）。	D-3-1 一維表格與二維表格：以操作活動為主。報讀、說明與製作生活中的表格。二維表格含列聯表。 備註：製作表格不限於日常資料統計性題材，也可應用於觀察數量模式的變化（R-3-2）。	D-4-1 報讀長條圖與折線圖以及製作長條圖：報讀與說明生活中的長條圖與折線圖。配合其他領域課程，學習製作長條圖。 備註：教學與示例應注意處理「分類資料」與「有序變化性資料」之差別。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能未具備報讀及解讀二維表格（列聯表）的能力。
2. 學生可能不理解題意或誤解題意。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 一維表格指的是考慮的屬性只有一個，例如「各班人數統計表」，是以不同班級為考慮的屬性。

班別	1 班	2 班	3 班	4 班	5 班
人數	26	24	25	27	25

2. 二維表格指的是考慮的屬性有兩個，例如「幸福國小社團男女學生人數調查表」，是以不同社團與不同性別為考慮的屬性。

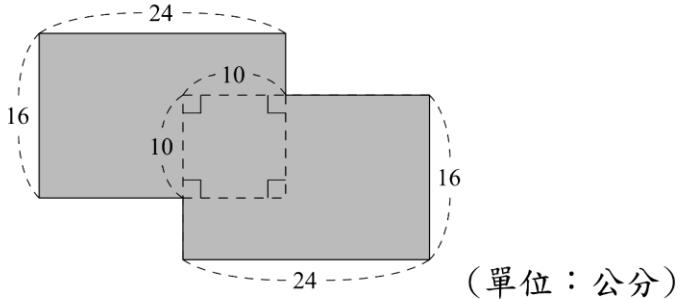
幸福國小課後社團學生人數調查表

性別 社團	桌球社	魔術社	圍棋社	羽球社	美術社
男生	15	20	12	17	10
女生	14	17	16	15	18

3. 所謂「列聯表」是以列表方式表示兩個屬性出現的頻率，將兩個屬性出現頻率置於行和列的位置，且可以從表格中最後的行或列看出一個屬性的組合頻率。例如「三年甲班男女學生近視人數統計表」。

三年甲班男女學生近視人數統計表

性別 有無近視	有近視	沒近視	合計
男生	6	8	14
女生	5	8	13
合計	11	16	27

題號	試題代碼	答案																								
14	114-M4-C3-14	2																								
學習重點	S-4-3 正方形與長方形的面積與周長：理解邊長與周長或面積的關係，並能理解其公式與應用。簡單複合圖形。 備註：邊長限整數。最後學生的計算是依據定義以乘法計算，而非測量合成之結果。簡單複合圖形限兩圖形之組合。																									
知識向度	空間與形狀	認知向度																								
題目	下面是兩個長方形疊合所成的圖形。 請問塗色部分的面積是多少平方公分？																									
	 <p>(單位：公分)</p>																									
	① 768 ② 668 ③ 568 ④ 384																									
選答率	<table border="1" data-bbox="317 1388 1159 1635"> <thead> <tr> <th>選項</th> <th>1</th> <th>2*</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>其他</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>全體</td> <td>0.22</td> <td>0.50</td> <td>0.14</td> <td>0.13</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>高分組</td> <td>0.10</td> <td>0.79</td> <td>0.07</td> <td>0.03</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>低分組</td> <td>0.28</td> <td>0.25</td> <td>0.22</td> <td>0.25</td> <td>0.01</td> </tr> </tbody> </table>	選項	1	2*	3	4	其他	全體	0.22	0.50	0.14	0.13	0.00	高分組	0.10	0.79	0.07	0.03	0.00	低分組	0.28	0.25	0.22	0.25	0.01	通過率：50% 鑑別度：0.55
選項	1	2*	3	4	其他																					
全體	0.22	0.50	0.14	0.13	0.00																					
高分組	0.10	0.79	0.07	0.03	0.00																					
低分組	0.28	0.25	0.22	0.25	0.01																					
一、試題分析																										
(一) 評量目標 本題給定兩個部分疊合的長方形，要求學生算出疊合所成圖形的面積，評量學生利用長方形面積公式解複合圖形面積的能力。																										
(二) 數據說明 1. 整體通過率 50%，高分組答對率 79%，低分組答對率 25%，鑑別度 0.55。																										

2. 50%的學生選擇正確答案②；22%的學生選擇①；14%的學生選擇③；13%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.55，正確答案為選項②，通過率為 50%，顯示五成的學生已具備利用長方形面積公式解複合圖形面積的能力。
2. 有 22%的學生選擇①（低分組有 28%），這些學生可能尚未具備利用長方形面積公式解複合圖形面積的能力；也可能誤解題意，算出兩個長方形的面積和。
3. 有 14%的學生選擇③（低分組有 22%），這些學生可能已具備利用長方形面積公式解複合圖形面積的能力，但是在計算時發生錯誤。
4. 有 13%的學生選擇④（低分組有 25%），這些學生可能尚未具備利用長方形面積公式解複合圖形面積的能力；也可能誤解題意，只算出其中一個長方形的面積。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-3-14 面積：「平方公分」。 實測、量感、估測與計算。 備註：應用平方公分板（百格圖），協助點數簡單圖形如正方形、長方形、三角形之面積，但不發展一般公式。	S-4-3 正方形與長方形的面積與周長：理解邊長與周長或面積的關係，並能理解其公式與應用。簡單複合圖形。 備註：邊長限整數。最後學生的計算是依據定義以乘法計算，而非測量合成之結果。 簡單複合圖形限兩圖形之組合。	S-5-2 三角形與四邊形的面積：操作活動與推理。利用切割重組，建立面積公式，並能應用。 備註：計算面積的問題，若採用分數或小數之邊長與高，必須在分數和小數的乘法後教學（N-5-5、N-5-8）。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能未具備利用長方形面積公式解複合圖形面積的能力。
2. 學生可能不理解題意。

(二) 核心概念與本題的教學重點

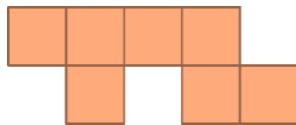
1. 學生常混淆正方形及長方形周長及面積公式解題的意義，教師應多提供學生利用長度單位「1公分」或「1公尺」實測的經驗，例如50個「1公分」接起來，剛好和甲繩一樣長，可以稱甲繩的長度是50公分；也應該多提供學生利用面積單位「1平方公分」或「1平方公尺」實測的經驗，例如將30個「1平方公分」合起來，剛好和色紙一樣大，就可以稱色紙的面積是30平方公分。

「1公分」和「1平方公分」是兩種不相同的量，當學生有豐富的長度及面積單位實測的經驗，比較不會混淆正方形及長方形周長及面積公式解題的意義。

2. 以「長5公分、寬3公分長方形的面積是多少平方公分？」為例，說明如何幫助學生理解長邊及寬邊都是整數公分的長方形面積公式。

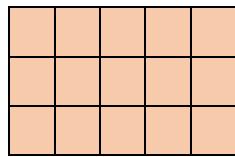
步驟一：建立單位面積1平方公分的概念

例如知道下圖是由7個1平方公分合起來的，所以下圖的面積是7平方公分。



步驟二：利用1平方公分的方瓦覆蓋給定的長方形，並利用乘法算式算出有多少個1平方公分。

例如下圖是用1平方公分方瓦覆蓋的長方形，要求學生用一排有幾個1平方公分，一共有幾排的方式，利用乘法「 $5 \times 3 = 15$ 」算出面積是15平方公分。



步驟三：理解被乘數、乘數和長邊、寬邊的公分數之間的關係。

例如長邊是5公分，剛好有5個1平方公分的方瓦，也就是一排有5個1平方公分，寬邊是3公分，剛好有3個1平方公分的方瓦，也就是一共有3排。

步驟四：透過長邊和寬邊的公分數，直接用乘法算出單位面積的個數，並形成長乘以寬面積公式算法的共識。

長邊是 5 公分，表示一排有 5 個 1 平方公分，寬邊是 3 公分，表示一共有 3 排，因此可以透過長邊及寬邊的公分數，利用一排有幾個、有幾排的方式算出長方形的面積，並得到「長方形面積 = 長邊的公分數 × 寬邊的公分數」的結果。

當學生有一些利用上述公式解題的經驗後，教師可以將上述公式中「長邊的公分數 × 寬邊的公分數」簡記為「長邊 × 寬邊」或「長 × 寬」。

3. 下面說明如何幫助學生解決本題：

部分學生不易理解圖形有重疊部分時要如何解題，下面提供一種利用代數想法來解題的方法，教師可以幫助學生先將複合圖形分割成多個不重疊的圖形，再將分割後的圖形重新組成有公式可以計算的圖形，最後將這些計算出的圖形加加減減，就能算出複合圖形的面積。

先將題目給定的複合圖形分割成多個不重疊的圖形，以本題為例，可以將圖形分割成甲、乙和丙三部分，甲是中間邊長 10 公分的正方形，乙是左邊長方形扣除正方形後的圖形，丙是右邊長方形扣除正方形後的圖形。

接下來再將分割的圖形重新組成有公式可以計算的圖形，例如圖形甲是正方形，可以用 $10 \times 10 = 100$ 算出圖形甲的面積是 100 平方公分，圖形「甲 + 乙」是長 24 公分、寬 16 公分的長方形，可以用 $24 \times 16 = 384$ 算出「甲 + 乙」的面積是 384 平方公分，「甲 + 丙」也是長 24 公分、寬 16 公分的長方形，可以用 $24 \times 16 = 384$ 算出「甲 + 丙」的面積是 384 平方公分。

接著列出甲 = 100、甲 + 乙 = 384、甲 + 丙 = 384，學生應該很容易地利用 $384 - 100 = 284$ ，算出乙和丙的面積都是 284 平方公分，題目給定的圖形是由甲、乙和丙合成的，可以利用 $100 + 284 + 284 = 668$ ，得到塗色部分圖形的面積是 668 平方公分。

題號	試題代碼	答案																								
15	114-M4-A2-15	4																								
學習重點	N-4-7 二位小數：位值單位「百分位」。位值單位換算。比較、計算與解題。用直式計算二位小數的加、減與整數倍。 備註：小數之學習必須與整數經驗緊密連繫。直式計算應注意小數點位置的教學。 小數應用情境以連續量為主。																									
知識向度	數與計算	認知向度 程序執行																								
題目	布告欄是長 3.25 公尺，寬 2.8 公尺的長方形。 請問布告欄的周長是多少公尺？																									
	① 3.53 ② 6.05 ③ 7.06 ④ 12.1																									
選答率	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>選項</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4*</th> <th>其他</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>全體</td> <td>0.04</td> <td>0.19</td> <td>0.08</td> <td>0.67</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>高分組</td> <td>0.00</td> <td>0.04</td> <td>0.02</td> <td>0.93</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>低分組</td> <td>0.11</td> <td>0.39</td> <td>0.15</td> <td>0.34</td> <td>0.01</td> </tr> </tbody> </table>		選項	1	2	3	4*	其他	全體	0.04	0.19	0.08	0.67	0.00	高分組	0.00	0.04	0.02	0.93	0.00	低分組	0.11	0.39	0.15	0.34	0.01
選項	1	2	3	4*	其他																					
全體	0.04	0.19	0.08	0.67	0.00																					
高分組	0.00	0.04	0.02	0.93	0.00																					
低分組	0.11	0.39	0.15	0.34	0.01																					
一、試題分析																										
(一) 評量目標																										
本題給定長方形布告欄的長和寬，要求學生算出周長，評量學生利用長方形周長公式及二位小數直式計算解題的能力。																										
(二) 數據說明																										
1. 整體通過率 67%，高分組答對率 93%，低分組答對率 34%，鑑別度 0.59。 2. 67%的學生選擇正確答案④；4%的學生選擇①；19%的學生選擇②；8%的學生選擇③。																										

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.59，正確答案為選項④，通過率為 67%，顯示超過六成五的學生已具備利用長方形周長公式解題的能力；這些學生也具備利用二位小數直式計算解題的能力。
2. 有 4% 的學生選擇①（低分組有 11%），這些學生可能不具備二位小數直式計算解題的能力；這些學生也尚未具備利用長方形周長公式解題的能力，只算出一組長加寬的長度，而且計算時發生錯誤。
3. 有 19% 的學生選擇②（低分組有 39%），這些學生可能已具備二位小數直式計算解題的能力；但是尚未具備利用長方形周長公式解題的能力，只算出一組長加寬的長度。
4. 有 8% 的學生選擇③（低分組有 15%），這些學生可能不具備二位小數直式計算解題的能力；可能也尚未具備利用長方形周長公式解題的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-3-10 一位小數：認識小數與小數點。結合點數、位值表徵、位值表。位值單位「十分位」。位值單位換算。比較、加減(含直式計算)與解題。 備註：小數之學習必須與整數經驗緊密連結。小數應用情境應以連續量為主。</p>	<p>N-4-7 二位小數：位值單位「百分位」。位值單位換算。比較、計算與解題。用直式計算二位小數的加、減與整數倍。 備註：小數之學習必須與整數經驗緊密連結。直式計算應注意小數點位置的教學。小數應用情境以連續量為主。</p>	<p>N-5-1 十進位的位值系統：「兆位」至「千分位」。整合整數與小數。理解基於位值系統可延伸表示更大的數和更小的數。 備註：熟練十進位系統「乘以十」、「除以十」所延伸的計算如「300×1200」與「$600000 \div 4000$」之處理。</p>

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備二位小數直式計算解題的能力。
2. 學生可能不具備利用長方形周長公式解題的能力。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 小數是整數十進位系統的延伸，在引入一位小數時，十分位的值必須是個位的 $\frac{1}{10}$

倍，因此規定「 $0.1 = \frac{1}{10}$ 」。在引入二位小數時，百分位的值必須是個位的 $\frac{1}{100}$

倍，因此規定「 $0.01 = \frac{1}{100}$ 」。百分位位名的由來是「 $\frac{1}{100} = 0.01$ 」的關係。

2. 報讀小數時，整數部分和小數部分報讀的方式不一樣。例如：將「2345.2345」讀作「二千三百四十五點二三四五」。

在報讀整數部分時，會將每一個數字的位名都唸出來。但是在報讀小數部分時，只唸出數字，並沒有唸出位名。例如：0.23 讀成「零點二三」，不能讀成「零點二十三」。

3. 透過下列兩組數字，說明小數點的功能。

第一組小數：7.7、77.77、777.777

第二組小數：77.7、777.77、7777.777

就數字本身視覺的觀點，7.7 小數點的左邊及右邊各有一個 7，77.77 小數點的左邊及右邊各有二個 7，777.777 小數點的左邊及右邊各有三個 7，因此以小數點為對稱中心時，第一組小數是左右對稱的。

但是就位值的觀點，第二組小數才是左右對稱的。當我們以個位的 7 為對稱中心，並忽略小數點時，左右兩邊的位值是對稱的，個位的左邊是十位，個位的右邊是十分位，十位的左邊是百位，十分位的右邊是百分位，百位的左邊是千位，百分位的右邊是千分位，十位及十分位，百位及百分位，千位及千分位分別對稱於個位。如下所示：

千位	百位	十位	個位	十分位	百分位	千分位
		7	7.	7		
	7	7	7.	7	7	
7	7	7	7.	7	7	7

因為數字的單位是 1，而記幾個 1 的位置是個位，因此個位才是數字的對稱中心。個位的左邊是十位，個位的右邊是十分位，不會有個分位的位名，而小數點的功能是告訴我們個位在哪裡。

4. 教師常要求學生將計算後的結果 3.0 改記成 3，2.30 改記成 2.3，可以這樣記的原因是 3.0 和 3 等值，2.30 和 2.3 等值，而 3 和 2.3 是最簡小數的概念。

六年級引入最簡分數後，我們會要求分數問題最後的答案要用最簡分數來表示，相同的原因，我們也希望小數問題最後的答案要用最簡小數來表示。

四年級學生將計算後的結果記成 3.0 或 2.30，教師應先接受，再幫助學生改記成 3 或 2.3。

5. 由於小數和連續量的測量情境常一起出現，小數的學習應與量的教材結合，應多學習「樓高 3.25 公尺」、「兩地距離 24.56 公里」、「箱子重 5.32 公斤」等用法，而且小數的加減問題也應儘量與測量結合。

6. 以二位純小數 0.85 為例，進行位值單位的換算，指的是能將「85 個 0.01」聚成「8 個 0.1、5 個 0.01」，以及將「8 個 0.1、5 個 0.01」化成「85 個 0.01」的雙向化聚。就是說，0.85 由 85 個 0.01 所組成，也由 8 個 0.1 及 5 個 0.01 所組成。

7. 本學習內容幫助學生熟練二位小數加、減和整數倍直式計算。

(1) 以「9.87 + 5.36」和「987 + 536」為例，教師應幫助學生察覺整數加法及小數加法的計算步驟相同，差別是整數加法的計算單位是「1、10 和 100」，而小數加法計算的單位是「0.01、0.1 和 1」。建議教師幫助學生比對兩者的解題過程，幫助學生類比整數加法運算來進行小數的加法運算。

(2) 學生計算整數和小數加減問題時，常發生因為整數部分沒有小數點可以和小數的小數點對齊，而對齊數字右邊來計算的迷思，例如「 $19.25 - 8 = 19.17$ 」及「 $12 + 5.67 = 5.79$ 」。建議教師說明小數點是用來標示個位的位置，因此可以將 8 改記成 8.，將 12 改記成 12. 後再計算。

題號	試題代碼	答案																									
16	114-M4-A1-16	2																									
學習重點	N-4-8 數線與分數、小數：連結分小數長度量的經驗。以標記和簡單的比較與計算，建立整數、分數、小數一體的認識。 備註：標記限一位小數（相當於分母等於 10）與分母不大於 5 的分數。 以等值分數思維（N-4-6）協助學生認識整數、分數、小數為一體。 因初學等值分數，本條目不處理分數和小數的混合計算問題。																										
知識向度	數與計算	認知向度	概念理解																								
題目	下圖是一條數線，（ ）內要填入哪個數？  ① 0.3 ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{3}{9}$ ④ $\frac{4}{6}$																										
選答率	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>選項</th> <th>1</th> <th>2*</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>其他</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>全體</td> <td>0.20</td> <td>0.72</td> <td>0.05</td> <td>0.03</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>高分組</td> <td>0.06</td> <td>0.92</td> <td>0.01</td> <td>0.01</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>低分組</td> <td>0.36</td> <td>0.47</td> <td>0.10</td> <td>0.07</td> <td>0.00</td> </tr> </tbody> </table>			選項	1	2*	3	4	其他	全體	0.20	0.72	0.05	0.03	0.00	高分組	0.06	0.92	0.01	0.01	0.00	低分組	0.36	0.47	0.10	0.07	0.00
選項	1	2*	3	4	其他																						
全體	0.20	0.72	0.05	0.03	0.00																						
高分組	0.06	0.92	0.01	0.01	0.00																						
低分組	0.36	0.47	0.10	0.07	0.00																						
一、試題分析			通過率：72%																								
(一) 評量目標			鑑別度：0.45																								
本題給定分數數線，要求學生寫出給定位置的坐標，評量學生是否認識分數數線。																											
(二) 數據說明																											
1. 整體通過率 72%，高分組答對率 92%，低分組答對率 47%，鑑別度 0.45。																											

2. 72%的學生選擇正確答案②；20%的學生選擇①；5%的學生選擇③；3%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.45，正確答案為選項②，通過率為 72%，顯示超過七成的學生已認識分數數線。
2. 有 20%的學生選擇①（低分組有 36%），這些學生可能不認識分數數線；也可能不理解題意，誤認為給定的數線是小數數線。
3. 有 5%的學生選擇③（低分組有 10%），這些學生可能不認識分數數線。
4. 有 3%的學生選擇④（低分組有 7%），這些學生可能不認識分數數線。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-3-11 整數數線：認識數線，含報讀與標示。連結數序、長度、尺的經驗，理解在數線上做比較、加、減的意義。 備註：數線須從0開始。運用長度加減法(N-2-11)，理解在數線上做加、減的意義。	N-4-8 數線與分數、小數：連結分小數長度量的經驗。以標記和簡單的比較與計算，建立整數、分數、小數一體的認識。 備註：標記限一位小數（相當於分母等於10）與分母不大於5的分數。以等值分數思維(N-4-6)協助學生認識整數、分數、小數為一體。因初學等值分數，本條目不處理分數和小數的混合計算問題。	N-7-5 數線：擴充至含負數的數線；比較數的大小；絕對值的意義；以 $ a-b $ 表示數線上兩點 a, b 的距離。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不認識分數數線。

2. 學生可能混淆分數數線和小數數線。

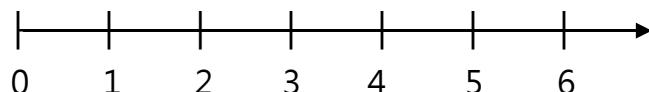
3. 學生可能不理解將單位長 1 平分成 5 段，每段長是 $\frac{1}{5}$ ，學生可能點數刻度的個

數，將單位長 1 平分成 6 段，得到每段長是 $\frac{1}{6}$ 。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 教師可以透過下列方法繪製分數數線，幫助學生認識分數數線：

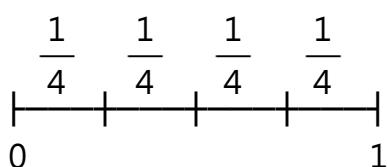
步驟一：先復習整數數線的意義，幫助學生標示出整數數線 0、1、2、…。



步驟二：先建立 0 和 1 間的分數數線。

0 和 1 兩點間的距離是 1，將 1 平分成 4 份，其中的 1 份長 $\frac{1}{4}$ ，在數線

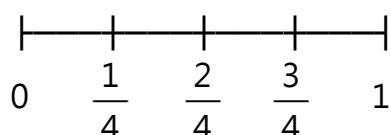
標示每一份的長是 $\frac{1}{4}$ 。



步驟三：透過和 0 的距離是多少的想法，標示出數線上的分數。

數線上的 $\frac{1}{4}$ 指的是 $\frac{1}{4}$ 和 0 的距離是 $\frac{1}{4}$ ， $\frac{2}{4}$ 指的是 $\frac{2}{4}$ 和 0 的距離是 2 個

$\frac{1}{4}$ ，也就是 $\frac{2}{4}$ ， $\frac{3}{4}$ 指的是 $\frac{3}{4}$ 和 0 的距離是 3 個 $\frac{1}{4}$ ，也就是 $\frac{3}{4}$ 。



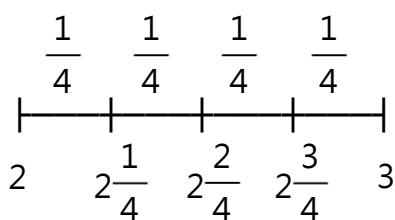
步驟四：仿前面建立 0 和 1 間分數數線的步驟，建立其它的分數數線。

下面以建立 2 和 3 之間的分數數線為例說明：

先標示整數數線 0、1、2、3、…。

數線上的 $2\frac{1}{4}$ 指的是 $2\frac{1}{4}$ 和 2 的距離是 $\frac{1}{4}$ ， $2\frac{2}{4}$ 指的是 $2\frac{2}{4}$ 和 2 的距離

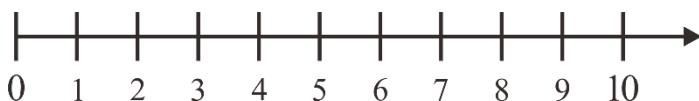
是 $\frac{2}{4}$ ， $2\frac{3}{4}$ 指的是 $2\frac{3}{4}$ 和 2 的距離是 $\frac{3}{4}$ 。



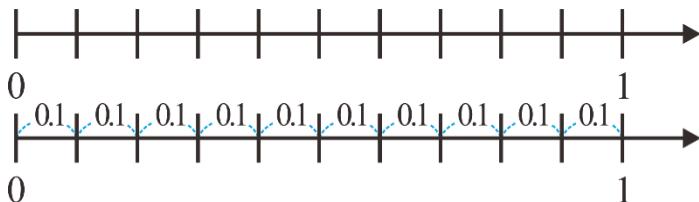
步驟五：幫助學生建立其它的分數數線。

2. 教師可以透過下列方法幫助學生理解小數數線：

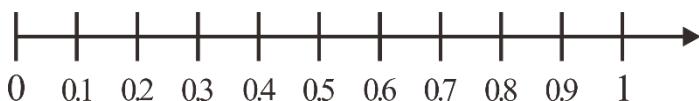
(1) 以 1 公分為單位，利用直尺上的公分刻度繪製整數數線，並說明刻度 1 指的是 0 和 1 的距離是 1，刻度 2 指的是 0 和 2 的距離是 2，…。幫助學生理解整數數線的意義。



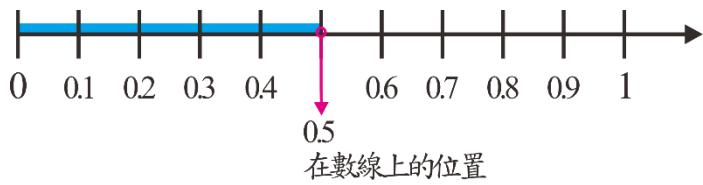
(2) 以 10 公分為 1 單位，1 公分為 0.1 單位，利用直尺上的公分刻度，幫助學生理解小數數線的意義。如下所示：



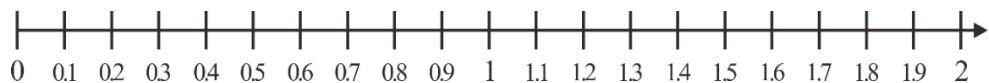
(3) 將一位純小數標示在小數數線上，並理解刻度 0.1 和刻度 0 的距離是 0.1 單位，刻度 0.5 和刻度 0 的距離是 5 個 0.1 單位，也就是 0.5 單位，……。如下所示：

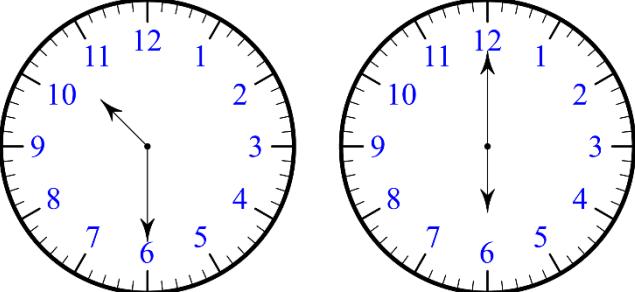


刻度0.5和原點0
在數線上的距離是0.5個單位



(4) 將小數數線擴充至1以上。



題號	試題代碼	答案					
17	114-M4-B2-17	2					
學習重點		N-3-17 時間：「日」、「時」、「分」、「秒」。實測、量感、估測與計算。 時間單位的換算。認識時間加減問題的類型。 備註：時間加減問題以認識加減問題類型為原則（較深入者見 N-4-13），處理時刻或時間量等常見加減問題。本年級加減限（1）同單位時間量；（2）時、分複名數加減（無進、退位）。					
知識向度	量與實測	認知向度					
題目		如圖，圖一是 <u>安安晚上就寢的時刻</u> ，圖二是 <u>安安早上起床的時刻</u> 。					
		圖一 圖二					
請問 <u>安安睡了多久？</u>		<p>① 6 小時</p> <p>② 7 小時 30 分鐘</p> <p>③ 8 小時</p> <p>④ 8 小時 30 分鐘</p>					
選答率	選項	1	2*	3	4	其他	通過率：47%
	全體	0.07	0.47	0.14	0.32	0.00	
	高分組	0.01	0.75	0.05	0.19	0.00	鑑別度：0.49
	低分組	0.15	0.25	0.23	0.37	0.01	
一、試題分析 <p>(一) 評量目標</p> <p>本題給定兩個時鐘的圖像，要求學生算出兩時刻間經過多少時間，評量學生時間和時刻加減計算的能力。</p>							

(二) 數據說明

- 整體通過率 47%，高分組答對率 75%，低分組答對率 25%，鑑別度 0.49。
- 47%的學生選擇正確答案②；7%的學生選擇①；14%的學生選擇③；32%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

- 本題鑑別度為 0.49，正確答案為選項②，通過率為 47%，顯示近五成的學生已具備利用時間加減解決兩時刻間經過多少時間的能力。
- 有 7%的學生選擇①（低分組有 15%），這些學生可能尚未具備利用時間加減解決兩時刻間經過多少時間的能力。
- 有 14%的學生選擇③（低分組有 23%），這些學生可能尚未具備利用時間加減解決兩時刻間經過多少時間的能力。
- 有 32%的學生選擇④（低分組有 37%），這些學生可能尚未具備利用時間加減解決兩時刻間經過多少時間的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-2-14 時間：「年」、「月」、「日」、「星期」。理解所列時間單位之關係與約定。 備註：本條目可包含簡單計算問題（如暑假的總天數）。不做時間間隔問題。可觀察月曆結構模式。可教「閏年」，但只談「四年一閏」。	N-3-17 時間：「日」、「時」、「分」、「秒」。實測、量感、估測與計算。時間單位的換算。認識時間加減問題的類型。 備註：時間加減問題以認識加減問題類型為原則（較深入者見 N-4-13），處理時刻或時間量等常見加減問題。本年級加減限（1）同單位時間量；	N-4-13 解題：日常生活的時間加減問題。跨時、跨午、跨日、24 小時制。含時間單位換算。 備註：教學須包含各種類型的時間加減問題。建議不直接談時差，與時差有關問題，可在布題時先處理。

		(2) 時、分複名數加減 (無進、退位)。	
--	--	-----------------------	--

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備報讀鐘面時刻的能力。
2. 學生可能尚未具備利用時間加減解決兩時刻間經過多少時間的能力。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 四年級時間的加減包含下列類型，都可以進退位：

(1) 時間量的加減：

例如：「3 小時 50 分鐘和 2 小時 30 分鐘合起來是多少小時多少分鐘？」。

(2) 時刻及時間的加減：

a. 兩時刻間經過多少時間：

上午 3 時 45 分到下午 7 時 18 分經過多少小時多少分鐘？

b. 甲時刻經過某時間量後是什麼時刻：

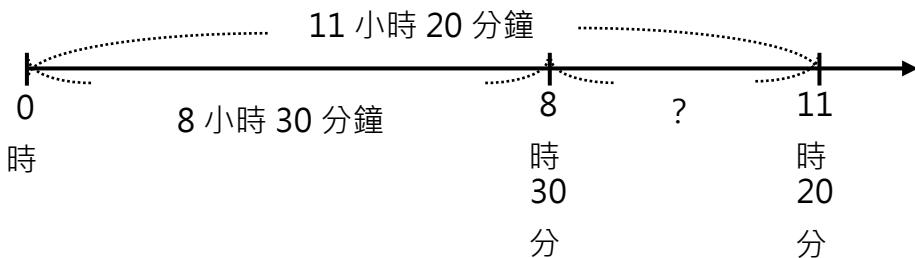
現在是 3 時 25 分，經過 5 小時 47 分鐘後是幾時幾分？

c. 甲時刻在某時間量之前是什麼時刻：

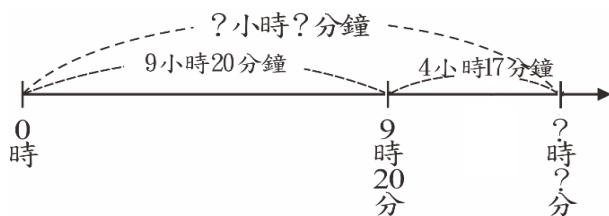
現在是下午 3 時 25 分，5 小時 47 分鐘前是上午幾時幾分？

2. 教師可透過時間數線，幫助學生利用加減算式解決時刻及時間的加減問題。

以「上午 8 時 30 分到上午 11 時 20 分，經過幾小時幾分鐘？」為例，可以透過時間數線，將「上午 8 時 30 分」解讀為和上午 0 時 0 分的距離是「8 小時 30 分鐘」，將「上午 11 時 20 分」解讀為和上午 0 時 0 分的距離是「11 小時 20 分鐘」，利用「11 小時 20 分鐘 - 8 小時 30 分鐘 = 2 小時 50 分鐘」，就能得到經過 2 小時 50 分鐘的答案。

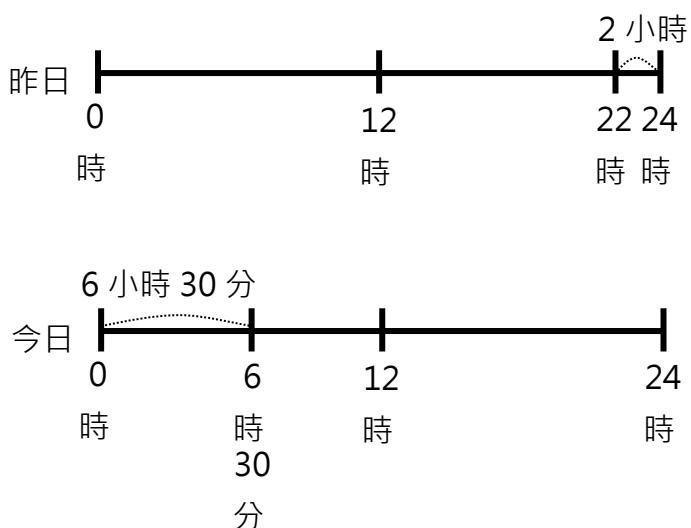


3. 以「一部電影片長 4 小時 17 分鐘，從上午 9 時 20 分開始播放，電影結束是幾時幾分？（用 12 時制表示）」為例，可以透過時間數線，將「上午 9 時 20 分」解讀為和上午 0 時 0 分的距離是「9 小時 20 分鐘」，利用「9 小時 20 分鐘 + 4 小時 17 分鐘 = 13 小時 37 分鐘」，算出結束的時間是「13 時 37 分」。13 時 37 分就是下午 1 時 37 分。



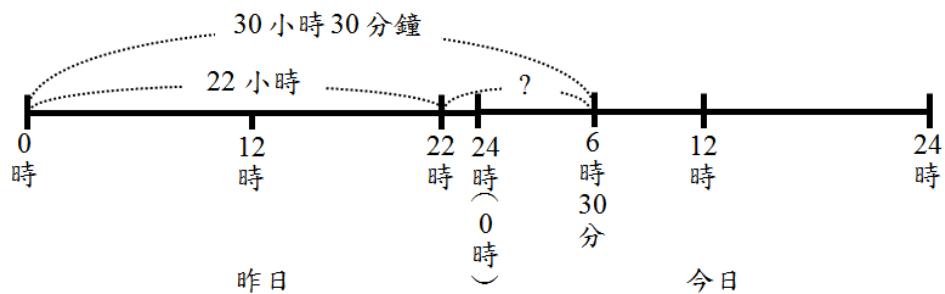
4. 以「哥哥昨天下午 10 時上床睡覺，今天上午 6 時 30 分起床，他總共睡了幾小時幾分鐘？」為例，教師透過時間數線進行跨日時間教學時，宜先畫出兩日的兩條時間數線幫助學生解題，解題成功後再將兩日的時間數線合併。

方法一：畫出兩日的時間數線解題



下午 10 時改記成 24 時制是 22 時， $24 - 22 = 2$ ，表示昨日睡了 2 小時。6 時 30 分到 0 時的距離是 6 小時 30 分鐘，表示今日睡了 6 小時 30 分鐘， $2 \text{ 小時} + 6 \text{ 小時 30 分鐘} = 8 \text{ 小時 30 分鐘}$ ，表示哥哥從昨日下午 10 時到今日上午 6 時 30 分，共睡了 8 小時 30 分鐘。

方法二：連接兩日時間數線解題



下午 10 時改記成 24 時制是 22 時，0 時到 22 時的距離是 22 小時。

$24\text{ 小時} + 6\text{ 小時} 30\text{ 分鐘} = 30\text{ 小時} 30\text{ 分鐘}$ ，表示昨日 0 時到今日 6 時 30 分的距離是 30 小時 30 分鐘。

$30\text{ 小時} 30\text{ 分鐘} - 22\text{ 小時} = 8\text{ 小時} 30\text{ 分鐘}$ ，表示哥哥從昨日下午 10 時到今日上午 6 時 30 分，共睡了 8 小時 30 分鐘。

題號	試題代碼	答案					
18	114-M4-B1-18	4					
學習重點	N-3-14 面積：「平方公分」。實測、量感、估測與計算。 備註：應用平方公分板（百格圖），協助點數簡單圖形如正方形、長方形、三角形之面積，但不發展一般公式。						
知識向度	量與實測	認知向度					
		概念理解					
題目	<p>下面有關面積大小的敘述，哪一個最<u>不合理</u>？</p> <p>① 一張 100 元紙鈔的面積大約是 100 平方公分 ② 數學課本封面的面積大約是 500 平方公分 ③ 一張色紙的面積大約是 100 平方公分 ④ 一條手帕的面積大約是 4 平方公分</p>						
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率：60%
	全 體	0.19	0.13	0.08	0.60	0.00	
	高分組	0.08	0.05	0.02	0.85	0.00	鑑別度：0.52
	低分組	0.29	0.22	0.15	0.34	0.01	
<p>一、試題分析</p> <p>(一) 評量目標</p> <p>本題給定四個描述面積大小的敘述，求學生選出不合理的敘述，評量學生以「平方公分」為單位實測的能力。</p> <p>(二) 數據說明</p> <p>1. 整體通過率 60%，高分組答對率 85%，低分組答對率 34%，鑑別度 0.52。 2. 60%的學生選擇正確答案④；19%的學生選擇①；13%的學生選擇②；8%的學生選擇③。</p> <p>(三) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.52，正確答案為選項④，通過率為 60%，顯示六成的學生已具備以「平方公分」為單位實測的能力。</p>							

2. 有 19% 的學生選擇① (低分組有 29%)，這些學生尚未具備以「平方公分」為單位實測的能力。
3. 有 13% 的學生選擇② (低分組有 22%)，這些學生尚未具備以「平方公分」為單位實測的能力。
4. 有 8% 的學生選擇③ (低分組有 15%)，這些學生尚未具備以「平方公分」為單位實測的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-2-12 容量、重量、面積：以操作活動為主。此階段量的教學應包含初步認識、直接比較、間接比較 (含個別單位)。不同的量應分不同的單元學習。	N-3-14 面積：「平方公分」。 實測、量感、估測與計算。 備註：應用平方公分板 (百格圖)，協助點數簡單圖形如正方形、長方形、三角形之面積，但不發展一般公式。	N-4-11 面積：「平方公尺」。 實測、量感、估測與計算。 備註：基於 N-4-2，本條目不做「平方公分」換到「平方公尺」的問題。不用複名數進行計算。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能尚未具備以「平方公分」為單位實測的能力。
2. 學生可能不認識 1 平方公分。
3. 建議教師多提供學生以 1 平方公分方瓦為單位實測面積的經驗。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 教師應多提供學生以「1 平方公分」為單位的實測活動，例如名片和 45 個「1 平方公分」合起來一樣大，所以名片的面積是 45 平方公分，幫助學生建立「1 平方公分」面積的量感。
2. 當學生理解「1 平方公分」和「蘋果、花片等」相同，都是可以被計數的單位時，就能幫助學生進行平方公分面積單位的加、減和整數倍計算。

例如甲紙和 10 個「1 平方公分」合起來一樣大，乙紙和 8 個「1 平方公分」合起來一樣大，可以利用加法「 $10 + 8 = 18$ 」算出兩張紙合起來的面積與 18 個「1 平方公分」合起來一樣大，所以兩張紙片的面積和是 18 平方公分。

也可以利用減法「 $10 - 8 = 2$ 」算出甲紙的面積比乙紙大 2 個「1 平方公分」，所以甲紙和乙紙的面積差是 2 平方公分。

題號	試題代碼	答案																								
19	114-M4-B2-19	4																								
學習重點	N-4-9 長度：「公里」。生活實例之應用。含其他長度單位的換算與計算。 備註：量的大單位教學仍應協助學生建立基本量感。																									
知識向度	量與實測	認知向度																								
	爸爸開車載四兄弟往 <u>嘉義</u> 的路上，看到下面的交通標誌。																									
																										
題目	<p><u>大毛</u>說：還要 3100 公尺就到<u>嘉義</u>。</p> <p><u>二毛</u>說：還要 18 公里就到<u>大林</u>。</p> <p><u>三毛</u>說：還要 500 公尺就到<u>斗南</u>。</p> <p><u>四毛</u>說：還要 5000 公尺就到<u>斗南</u>。</p> <p>請問哪兩個人的說法正確？</p> <p>① <u>大毛</u>和<u>二毛</u> ② <u>大毛</u>和<u>四毛</u> ③ <u>二毛</u>和<u>三毛</u> ④ <u>二毛</u>和<u>四毛</u></p>																									
選答率	<table border="1"> <thead> <tr> <th>選項</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4*</th> <th>其他</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>全體</td> <td>0.21</td> <td>0.18</td> <td>0.16</td> <td>0.44</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>高分組</td> <td>0.08</td> <td>0.10</td> <td>0.06</td> <td>0.75</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>低分組</td> <td>0.29</td> <td>0.24</td> <td>0.25</td> <td>0.20</td> <td>0.01</td> </tr> </tbody> </table>	選項	1	2	3	4*	其他	全體	0.21	0.18	0.16	0.44	0.00	高分組	0.08	0.10	0.06	0.75	0.00	低分組	0.29	0.24	0.25	0.20	0.01	通過率：44% 鑑別度：0.55
選項	1	2	3	4*	其他																					
全體	0.21	0.18	0.16	0.44	0.00																					
高分組	0.08	0.10	0.06	0.75	0.00																					
低分組	0.29	0.24	0.25	0.20	0.01																					

一、試題分析

(一) 評量目標

本題給定日常生活中標示距離的交通號誌，要求學生選出正確的說法，評量學生是否掌握1公里的量感及公里及公尺單位化聚的能力。

(二) 數據說明

- 整體通過率 44%，高分組答對率 75%，低分組答對率 20%，鑑別度 0.55。
- 44%的學生選擇正確答案④；21%的學生選擇①；18%的學生選擇②；16%的學生選擇③。

(三) 選項及學生表現說明

- 本題鑑別度為 0.55，正確答案為選項④，通過率為 44%，顯示超過四成的學生已掌握 1 公里的量感，並具備公里及公尺單位化聚的能力。
- 有 21%的學生選擇①（低分組有 29%），這些學生可能無法掌握 1 公里的量感；也不具備公里及公尺單位化聚的能力，誤認「1 公里 = 100 公尺」。
- 有 18%的學生選擇②（低分組有 24%），這些學生可能不具備公里及公尺單位化聚的能力，誤認「1 公里 = 100 公尺」。
- 有 16%的學生選擇③（低分組有 25%），這些學生可能不具備公里及公尺單位化聚的能力，誤認「1 公里 = 100 公尺」。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-3-12 長度：「毫米」。實測、量感、估測與計算。單位換算。 備註：基於 N-3-1 的限制，單位換算時，公尺數限個位數。自 3 年級後，量的計算可使用複名數協助加減計算（複名數不做乘除）。</p>	<p>N-4-9 長度：「公里」。生活實例之應用。含其他長度單位的換算與計算。 備註：量的大單位教學仍應協助學生建立基本量感。</p>	<p>S-6-2 解題：地圖比例尺。地圖比例尺之意義、記號與應用。地圖上兩長的比和實際兩邊長的比相等。 備註：含處理兩張地圖之間的長度關係。處理以為「比例分母愈大，相對邊長也愈大」的常見錯誤。</p>

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能尚未建立大單位 1 公里的量感。
2. 學生可能不具備公里及公尺單位化聚的能力。
3. 學生可能將「1 公里 = 1000 公尺」和「1 公尺 = 100 公分」混淆，而誤認「1 公里 = 100 公尺」。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 四年級長度化聚教學重點：

(1) 公里和公尺的整數倍雙向化聚，

例如 $3\text{ 公里} = (\quad)\text{公尺}$ ， $3000\text{ 公尺} = (\quad)\text{公里}$

(2) 公里和公分的整數倍化聚（只處理大單位化為小單位）。

例如 $3\text{ 公里} = (\quad)\text{公分}$

引入公里及公分化聚，是為了六年級比例尺的教學鋪路。

(3) 引入二位小數後，可以處理公分聚成公尺或公尺化成公分的小數倍化聚。

例如 $3\text{ 公分} = (\quad)\text{公尺}$ 。

$23\text{ 公分} = (\quad)\text{公尺}$ 。

$3.65\text{ 公尺} = (\quad)\text{公分}$ 。

(4) 四年級不討論分數倍和小數倍的化聚，

例如 $3.8\text{ 公尺} = (\quad)\text{公分}$ （利用乘法解題）。

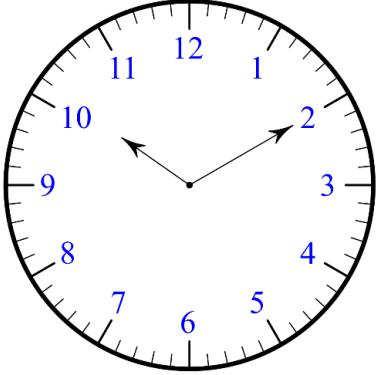
$435\text{ 公尺} = (\quad)\text{公里}$ （利用除法解題）。

分數倍和小數倍的化聚（利用乘法或除法解題）是五年級的教學重點。

- 2.1 公里的量感不易引入，但可透過下列方式認識 1 公里大約有多長。

(1) 1 公里學生大約走 30 分鐘，成人大約走 15 分鐘。

(2) 操場跑道一圈長 200 公尺，1 公里大約走 5 圈。

題號	試題代碼	答案																									
20	114-M4-C2-20	1																									
學習重點	<p>S-4-2 解題：旋轉角。以具體操作為主，並結合計算。以鐘面為模型討論從始邊轉到終邊所轉的角度。旋轉有兩個方向：「順時針」、「逆時針」。「平角」、「周角」。</p> <p>備註：不處理超過 360 度的問題。</p>																										
知識向度	空間與形狀	認知向度	程序執行																								
題目	<p>從 10 時 10 分到 10 時 45 分，分針旋轉了多少度？</p>  <p>(1) 210 (2) 180 (3) 70 (4) 35</p>																										
選答率	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>選項</th> <th>1*</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>其他</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>全體</td> <td>0.50</td> <td>0.12</td> <td>0.13</td> <td>0.24</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>高分組</td> <td>0.84</td> <td>0.05</td> <td>0.04</td> <td>0.08</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>低分組</td> <td>0.21</td> <td>0.20</td> <td>0.23</td> <td>0.36</td> <td>0.01</td> </tr> </tbody> </table>	選項	1*	2	3	4	其他	全體	0.50	0.12	0.13	0.24	0.00	高分組	0.84	0.05	0.04	0.08	0.00	低分組	0.21	0.20	0.23	0.36	0.01	<p>通過率：50%</p> <p>鑑別度：0.63</p>	
選項	1*	2	3	4	其他																						
全體	0.50	0.12	0.13	0.24	0.00																						
高分組	0.84	0.05	0.04	0.08	0.00																						
低分組	0.21	0.20	0.23	0.36	0.01																						
<p>一、試題分析</p> <p>(一) 評量目標</p> <p>本題給定時鐘圖像及開始與結束的時刻，要求學生算出分針旋轉的角度，評量學生利用旋轉角解題的能力。</p>																											

(二) 數據說明

- 整體通過率 50%，高分組答對率 84%，低分組答對率 21%，鑑別度 0.63。
- 50%的學生選擇正確答案①；12%的學生選擇②；13%的學生選擇③；24%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

- 本題鑑別度為 0.63，正確答案為選項①，通過率為 50%，顯示五成的學生已具備利用旋轉角解題的能力。
- 有 12%的學生選擇②（低分組有 20%），這些學生可能不具備利用旋轉角解題的能力；也可能不知道周角為 360 度。
- 有 13%的學生選擇③（低分組有 23%），這些學生可能不具備利用旋轉角解題的能力。
- 有 24%的學生選擇④（低分組有 36%），這些學生可能不具備利用旋轉角解題的能力，直接將題目中給定的 45 分和 10 分相減，得到 35 度的答案；學生也可能誤解題意，算出 10 點 10 分到 10 點 45 分經過 35 分鐘。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-3-13 角與角度(同 S-3-1)： 以具體操作為主。初步認識角和角度。角度的直接比較與間接比較。認識直角。 備註：用直尺或三角板的直角來認識與複製直角。教學應處理角大小與邊長長短或面積大小混淆之常見錯誤。	S-4-2 解題：旋轉角。以具體操作為主，並結合計算。以鐘面為模型討論從始邊轉到終邊所轉的角度。旋轉有兩個方向：「順時針」、「逆時針」。「平角」、「周角」。 備註：不處理超過 360 度的問題。	N-4-10 角度：「度」(同 S-4-1)。量角器的操作。實測、估測與計算。以角的合成認識 180 度到 360 度之間的角度。「平角」、「周角」。指定角度作圖。 備註：量角器教學須包括從量角器左右兩側進行量角之活動。

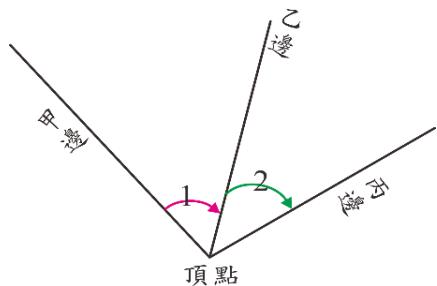
三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

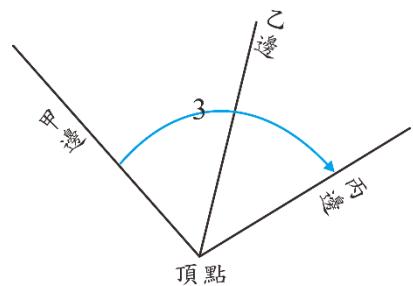
1. 學生可能不具備利用旋轉角解題的能力。
2. 學生可能不知道分針轉一圈的角為周角，周角的角度為 360 度。
3. 學生可能不知道時鐘的鐘面有 1 圈、1 大格及 1 小格三種刻度。1 圈是 360 度，1 圈有 12 大格，1 大格是 30 度，1 圈有 60 小格 (1 大格有 5 小格)，1 小格是 6 度。

(二) 核心概念與本題的教學重點

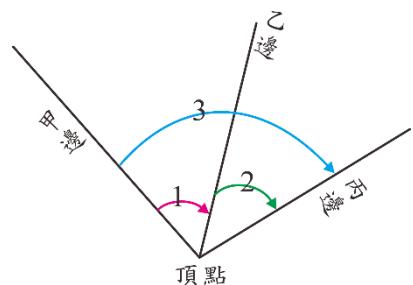
1. 旋轉角是向量，應要求學生同時說明旋轉的方向及旋轉的度數，例如「順時針旋轉 30 度」或「逆時針旋轉 150 度」，但是不引入旋轉角的記法，例如：-30 度或 +150 度。
2. 可以將旋轉角應用在日常生活中，例如「向右轉」可以看成「順時針旋轉 90 度」，「向左轉」可以看成「逆時針旋轉 90 度」，「向後轉」可以看成「旋轉 180 度」，「轉一圈」可以看成「旋轉 360 度」。
3. 教師可以利用合成兩次旋轉及一次旋轉的比較活動，幫助學生理解可以用加法算式記錄角度合成結果，以及用減法算式記錄角度分解結果的意義。
例如先進行兩次旋轉的活動，第一次由甲邊順時針方向旋轉至乙邊，用 $\angle 1$ 記錄旋轉的結果；第二次由乙邊順時針方向旋轉至丙邊，用 $\angle 2$ 記錄旋轉的結果，用 $\angle 1 + \angle 2$ 記錄這兩次旋轉活動合成的結果。



再進行一次旋轉的活動，由甲邊直接順時針旋轉至丙邊，用 $\angle 3$ 記錄旋轉的結果。



透過比較「 $\angle 1 + \angle 2$ 」和「 $\angle 3$ 」，幫助學生發現，它們的始邊、終邊、旋轉方向和旋轉大小都相同，是相等的旋轉角，可以記成 $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3$ 。



4. 分針轉 1 圈時是一個周角，也就是旋轉了 360 度，1 圈有 12 大格， $360 \div 12 = 30$ ，所以轉 1 大格時旋轉了 30 度；1 圈有 60 小格， $360 \div 60 = 6$ ，所以轉 1 小格時旋轉了 6 度。也可以透過 1 大格有 5 小格， $30 \div 5 = 6$ ，得到轉 1 小格時旋轉了 6 度。

題號	試題代碼	答案																								
21	114-M4-C1-21	2																								
學習重點	S-4-7 三角形：以邊與角的特徵認識特殊三角形並能作圖。如正三角形、等腰三角形、直角三角形、銳角三角形、鈍角三角形。																									
知識向度	空間與形狀	認知向度																								
題目	<p>下面是甲和乙兩人關於三角形的說法。</p> <p>甲說：有兩個銳角的三角形一定是銳角三角形。</p> <p>乙說：等腰直角三角形中有兩個一樣大的銳角。</p> <p>請問哪些人的說法正確？</p> <p>① 只有甲正確</p> <p>② 只有乙正確</p> <p>③ 甲、乙都正確</p> <p>④ 甲、乙都不正確</p>																									
選答率	<table border="1"> <thead> <tr> <th>選項</th> <th>1</th> <th>2*</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>其他</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>全體</td> <td>0.15</td> <td>0.50</td> <td>0.19</td> <td>0.16</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>高分組</td> <td>0.05</td> <td>0.76</td> <td>0.09</td> <td>0.09</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>低分組</td> <td>0.25</td> <td>0.28</td> <td>0.26</td> <td>0.20</td> <td>0.01</td> </tr> </tbody> </table>	選項	1	2*	3	4	其他	全體	0.15	0.50	0.19	0.16	0.00	高分組	0.05	0.76	0.09	0.09	0.00	低分組	0.25	0.28	0.26	0.20	0.01	通過率：50 %
選項	1	2*	3	4	其他																					
全體	0.15	0.50	0.19	0.16	0.00																					
高分組	0.05	0.76	0.09	0.09	0.00																					
低分組	0.25	0.28	0.26	0.20	0.01																					
		鑑別度：0.48																								

一、試題分析

(一) 評量目標

本題給定兩個關於三角形的說法，要求學生選出正確的說法，評量學生辨識銳角三角形與等腰直角三角形的能力。

(二) 數據說明

- 整體通過率 50% · 高分組答對率 76% · 低分組答對率 28% · 鑑別度 0.48。
- 50%的學生選擇正確答案②；15%的學生選擇①；19%的學生選擇③；16%的學生選擇④。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.48，正確答案為選項②，通過率為 50%，顯示五成的學生已掌握辨識銳角三角形和等腰直角三角形的能力。
2. 有 15% 的學生選擇①（低分組有 25%），這些學生可能尚未掌握辨識等腰直角三角形的能力，不知道等腰直角三角形三個角的角度分別是 90 度、45 度和 45 度。
3. 有 19% 的學生選擇③（低分組有 26%），這些學生可能尚未掌握辨識銳角三角形的能力，不知道三個角都是銳角的三角形為銳角三角形，也不知道鈍角及直角三角形都有 2 個銳角。
4. 有 16% 的學生選擇④（低分組有 20%），這些學生可能尚未掌握辨識銳角三角形和等腰直角三角形的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	S-2-4 平面圖形的邊長：以操作活動與直尺實測為主。認識特殊幾何圖形的邊長關係。含周長的計算活動。 備註：周長計算為簡單加法連加，不受限於兩步驟加法的限制。本條目強調操作與簡單計算，但不處理公式。	S-4-7 三角形：以邊與角的特徵認識特殊三角形並能作圖。如正三角形、等腰三角形、直角三角形、銳角三角形、鈍角三角形。	S-4-8 四邊形：以邊與角的特徵（含平行）認識特殊四邊形並能作圖。如正方形、長方形、平行四邊形、菱形、梯形。 備註：作圖包含正方形、長方形、平行四邊形。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能尚未掌握辨識等腰直角三角形的能力。
2. 學生可能尚未掌握辨識銳角三角形的能力，學生可能不知道三個角都是銳角的三角形為銳角三角形，也可能不知道鈍角及直角三角形都有 2 個銳角。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 運用「角」與「邊」的特徵比對，辨認下列三角形，也就是給下列三角形下定義。

等腰三角形：兩邊等長或三邊都等長的三角形。

直角三角形：有一個角是直角，另兩個角是銳角的三角形。

銳角三角形：三個角都是銳角的三角形。

鈍角三角形：有一個角是鈍角，另兩個角是銳角的三角形。

等腰直角三角形：有一個角是直角的等腰三角形。

正三角形：三邊都等長的三角形。

2. 有三種定義直角三角形、銳角三角形及鈍角三角形的方法：

第一種方法：直角三角形：有一個角是直角、其它二個角是銳角的三角形。

鈍角三角形：有一個角是鈍角、其它二個角是銳角的三角形。

銳角三角形：三個角都是銳角的三角形。

第二種方法：直角三角形：有一個角是直角的三角形。

鈍角三角形：有一個角是鈍角的三角形。

銳角三角形：三個角都是銳角的三角形。

第三種方法：直角三角形：最大角是直角的三角形。

鈍角三角形：最大角是鈍角的三角形。

銳角三角形：最大角是銳角的三角形。

因為五年級才引入三角形內角和為 180 度的性質，學生不知道一個角是直角或鈍角時，其它兩個角一定是銳角，因此限制使用第一種方法定義直角三角形、銳角三角形及鈍角三角形。

3. 有兩種定義正三角形的方法：

第一種：三邊都等長的三角形。

第二種：三邊都等長且三個角都一樣大的三角形。

建議教師在四年級時引入第一種定義，因為只要知道三角形三邊等長，就能確定該三角形為正三角形。

五年級引入正多邊形的定義，例如 n 邊都一樣長， n 個角都一樣大的 n 邊形，稱

為正 n 邊形($n \geq 3$)，正三角形成為正多邊形的一種，此時才能引入第二種定義，稱三邊都等長且三個角都一樣大的三角形為正三角形。

4. 有兩種定義等腰三角形的方法：

第一種：有兩邊等長的三角形。

第二種：兩邊等長或三邊都等長的三角形。

數學上將正三角形也看成等腰三角形，因此第一種定義中的「有」，指的是「最少有」，學生可能不理解其意義，建議教師引入第二種定義。

教師不宜過度評量正三角形是等腰三角形的問題。

5. 教師不宜直接宣告有 2 條邊一樣長且有一個角是直角的三角形為等腰直角三角形，學生不易同時掌握「有兩邊等長」及「有一個角為直角」這兩個性質。建議教師透過下列兩種方式幫助學生理解等腰直角三角形的意義。

第一種：由等腰三角形中找出直角三角形

教師可以利用扣條等教具先做出等長的兩條邊，也就是先滿足等腰三角形的條件，再旋轉扣條讓兩邊的夾角是直角，最後圍成一個三角形，稱這個做出來的三角形為等腰直角三角形。

第二種：由直角三角形中找出等腰三角形

教師可以先利用三角板畫出直角，也就是先滿足直角三角形的條件，再利用圓規畫出等長的兩邊，最後再連成一個三角形，稱這個畫出來的三角形為等腰直角三角形。當學生有這兩種方法的學習經驗後，較能夠掌握等腰直角三角形同時具備「有兩邊等長」及「有一個角為直角」這兩個性質的意義。

6. 可以透過摺紙或實測，幫助學生認識圖形的幾何性質。例如：等腰三角形的兩個底角相等，正三角形的三個角都相等。

題號	試題代碼	答案																								
22	114-M4-A3-22	3																								
學習重點	N-4-7 二位小數：位值單位「百分位」。位值單位換算。比較、計算與解題。用直式計算二位小數的加、減與整數倍。 備註：小數之學習必須與整數經驗緊密連繫。直式計算應注意小數點位置的教學。 小數應用情境以連續量為主。																									
知識向度	數與計算	認知向度 解題思考																								
題目	將 1 片百格板平分成 100 份，其中的 1 份是 1 格。 將 1 條橘色積木平分成 10 份，其中的 1 份也是 1 格。 甲說：0.99 片百格板和 1 格合起來，和 1 片百格板一樣多。 乙說：1 條橘色積木和 1 格合起來，和 0.11 片百格板一樣多。 請問哪些人的說法正確？ ① 只有甲正確 ② 只有乙正確 ③ 甲和乙都正確 ④ 甲和乙都不正確																									
選答率	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>選項</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3*</th> <th>4</th> <th>其他</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>全體</td> <td>0.22</td> <td>0.18</td> <td>0.39</td> <td>0.20</td> <td>0.01</td> </tr> <tr> <td>高分組</td> <td>0.20</td> <td>0.08</td> <td>0.60</td> <td>0.11</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>低分組</td> <td>0.24</td> <td>0.27</td> <td>0.25</td> <td>0.23</td> <td>0.01</td> </tr> </tbody> </table>		選項	1	2	3*	4	其他	全體	0.22	0.18	0.39	0.20	0.01	高分組	0.20	0.08	0.60	0.11	0.00	低分組	0.24	0.27	0.25	0.23	0.01
選項	1	2	3*	4	其他																					
全體	0.22	0.18	0.39	0.20	0.01																					
高分組	0.20	0.08	0.60	0.11	0.00																					
低分組	0.24	0.27	0.25	0.23	0.01																					
		通過率：39%																								
		鑑別度：0.36																								
一、試題分析																										
(一) 評量目標 本題給定兩個描述 1 片 (百格板) 和 1 格 (白色積木) 關係的說法，要求學生選出正確的說法，評量學生是否認識兩位小數。																										
(二) 數據說明 <ol style="list-style-type: none"> 整體通過率 39%，高分組答對率 60%，低分組答對率 25%，鑑別度 0.36。 39% 的學生選擇正確答案③；22% 的學生選擇①；18% 的學生選擇②；20% 的學生選擇④。 																										

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.36，正確答案為選項③，通過率為 39%，顯示近四成的學生已認識兩位小數，知道 1 格和 0.01 片一樣大、1 片和 100 格一樣大。
2. 有 22% 的學生選擇①（低分組有 24%），這些學生可能不認識二位小數，不知道 1 條橘色積木和 10 格一樣大，11 格和 0.11 片一樣大。
3. 有 18% 的學生選擇②（低分組有 27%），這些學生可能不認識二位小數，不知道 0.99 片百格板和 99 格一樣大，100 格和 1 片一樣大。
4. 有 20% 的學生選擇④（低分組有 23%），這些學生可能不認識二位小數。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-3-10 一位小數：認識小數與小數點。結合點數、位值表徵、位值表。位值單位「十分位」。位值單位換算。比較、加減(含直式計算)與解題。 備註：小數之學習必須與整數經驗緊密連結。小數應用情境應以連續量為主。</p>	<p>N-4-7 二位小數：位值單位「百分位」。位值單位換算。比較、計算與解題。用直式計算二位小數的加、減與整數倍。 備註：小數之學習必須與整數經驗緊密連結。直式計算應注意小數點位置的教學。小數應用情境以連續量為主。</p>	<p>N-5-1 十進位的位值系統：「兆位」至「千分位」。整合整數與小數。理解基於位值系統可延伸表示更大的數和更小的數。 備註：熟練十進位系統「乘以十」、「除以十」所延伸的計算如「300×1200」與「$600000 \div 4000$」之處理。</p>

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不認識二位小數。
2. 學生可能不知道 1 格和 0.01 片一樣大、1 片和 100 格一樣大。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 小數是整數十進位系統的延伸，在引入一位小數時，十分位的值必須是個位的 $\frac{1}{10}$

倍，因此規定「 $0.1 = \frac{1}{10}$ 」。在引入二位小數時，百分位的值必須是個位的 $\frac{1}{100}$

倍，因此規定「 $0.01 = \frac{1}{100}$ 」。百分位位名的由來是「 $\frac{1}{100} = 0.01$ 」的關係。

2. 報讀小數時，整數部分和小數部分報讀的方式不一樣。例如：將「2345.2345」
讀作「二千三百四十五點二三四五」。

在報讀整數部分時，會將每一個數字的位名都唸出來。但是在報讀小數部分時，
只唸出數字，並沒有唸出位名。例如：0.23 讀成「零點二三」，不能讀成「零點
二十三」。

3. 透過下列兩組數字，說明小數點的功能。

第一組小數：7.7、77.77、777.777

第二組小數：77.7、777.77、7777.777

就數字本身視覺的觀點，7.7 小數點的左邊及右邊各有一個 7，77.77 小數點的左
邊及右邊各有二個 7，777.777 小數點的左邊及右邊各有三個 7，因此以小數點
為對稱中心時，第一組小數是左右對稱的。

但是就位值的觀點，第二組小數才是左右對稱的。當我們以個位的 7 為對稱中心，
並忽略小數點時，左右兩邊的位值是對稱的，個位的左邊是十位，個位的右邊是
十分位，十位的左邊是百位，十分位的右邊是百分位，百位的左邊是千位，百分
位的右邊是千分位，十位及十分位，百位及百分位，千位及千分位分別對稱於個
位。如下所示：

千位	百位	十位	個位	十分位	百分位	千分位
		7	7.	7		
	7	7	7.	7	7	
7	7	7	7.	7	7	7

因為數字的單位是 1，而記幾個 1 的位置是個位，因此個位才是數字的對稱中心。個位的左邊是十位，個位的右邊是十分位，不會有個分位的位名，而小數點的功能是告訴我們個位在哪裡。

- 教師常要求學生將計算後的結果 3.0 改記成 3，2.30 改記成 2.3，可以這樣記的原因是 3.0 和 3 等值，2.30 和 2.3 等值，而 3 和 2.3 是最簡小數的概念。
- 六年級引入最簡分數後，我們會要求分數問題最後的答案要用最簡分數來表示，相同的理由，我們也希望小數問題最後的答案要用最簡小數來表示。
- 四年級學生將計算後的結果記成 3.0 或 2.30，教師應先接受，再幫助學生改記成 3 或 2.3。

題號	試題代碼	答案																								
23	114-M4-A1-23	3																								
學習重點	N-4-4 解題：對大數取概數。具體生活情境。四捨五入法、無條件進入、無條件捨去。含運用概數做估算。近似符號「 \approx 」的使用。 備註：估算解題的布題應貼近生活情境。以概數協助估算須包含四則估算。																									
知識向度	數與計算	認知向度																								
題目	電梯的安全載重量是 629 公斤，指的是電梯最多只能載重 629 公斤，載重超過 629 公斤就可能發生危險。 電梯的安全載重量是 629 公斤，我們習慣在電梯中標示限重 600 公斤。 已知 A 電梯的安全載重量是 790 公斤， B 電梯的安全載重量是 709 公斤。 下面是甲、乙、丙、丁四人關於如何描述電梯限重幾公斤的說法。 甲說：A 電梯限重 700 公斤，B 電梯限重 800 公斤。 乙說：A 電梯限重 800 公斤，B 電梯限重 700 公斤。 丙說：A 電梯和 B 電梯都限重 700 公斤。 丁說：A 電梯和 B 電梯都限重 800 公斤。 請問誰的說法合理？																									
選答率	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>選項</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3*</th> <th>4</th> <th>其他</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>全體</td> <td>0.07</td> <td>0.36</td> <td>0.48</td> <td>0.08</td> <td>0.01</td> </tr> <tr> <td>高分組</td> <td>0.02</td> <td>0.32</td> <td>0.63</td> <td>0.03</td> <td>0.00</td> </tr> <tr> <td>低分組</td> <td>0.16</td> <td>0.35</td> <td>0.33</td> <td>0.14</td> <td>0.01</td> </tr> </tbody> </table>	選項	1	2	3*	4	其他	全體	0.07	0.36	0.48	0.08	0.01	高分組	0.02	0.32	0.63	0.03	0.00	低分組	0.16	0.35	0.33	0.14	0.01	通過率：48% 鑑別度：0.30
選項	1	2	3*	4	其他																					
全體	0.07	0.36	0.48	0.08	0.01																					
高分組	0.02	0.32	0.63	0.03	0.00																					
低分組	0.16	0.35	0.33	0.14	0.01																					
	一、試題分析 (一) 評量目標 本題提供兩部電梯的安全載重量，要求學生選出描述限重的敘述，評量學生利用無條件進入法取概數的能力。																									

(二) 數據說明

1. 整體通過率 48% , 高分組答對率 63% , 低分組答對率 33% , 鑑別度 0.30 。
2. 48% 的學生選擇正確答案③ ; 7% 的學生選擇① ; 36% 的學生選擇② ; 8% 的學生選擇④ 。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.30 , 正確答案為選項③ , 通過率為 48% , 顯示近五成的學生已理解電梯安全載重量及限重的意義 , 並具備利用無條件進入法取概數的能力 。
2. 有 7% 的學生選擇① (低分組有 16%) , 這些學生可能不理解電梯安全載重量及限重的意義 ; 也可能不具備利用無條件進入法取概數的能力 。
3. 有 36% 的學生選擇② (低分組有 35%) , 這些學生可能不理解電梯安全載重量及限重的意義 ; 也可能不具備利用無條件進入法取概數的能力 。
4. 有 8% 的學生選擇④ (低分組有 14%) , 這些學生可能不理解電梯安全載重量及限重的意義 ; 也可能不具備利用無條件進入法取概數的能力 。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-3-8 解題：四則估算。具體生活情境。較大位數之估算策略。能用估算檢驗計算結果的合理性。 備註：估算解題的布題應貼近生活情境。本年級剛學除法，因此估算問題須簡單。	N-4-4 解題：對大數取概數。具體生活情境。四捨五入法、無條件進入、無條件捨去。含運用概數做估算。近似符號「 \approx 」的使用。 備註：估算解題的布題應貼近生活情境。以概數協助估算須包含四則估算。	N-5-11 解題：對小數取概數。具體生活情境。四捨五入法。知道商除不盡的處理。理解近似的意義。 備註：教學討論近似問題時，不出現「誤差」、「近似值」之用語。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不理解電梯安全載重量及限重的意義。
2. 學生可能不具備利用無條件進入法取概數的能力。
3. 學生可能混淆「無條件進位法」和「無條件捨去法」解題的意義。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本學習內容幫助學生在具體情境中，使用無條件進入法、無條件捨去法取概數。
2. 估算與取概數都無法精確地描述個數，因而容忍少量的差異，只做大概的描述，但是它們最後描述的單位並不相同。
 - (1) 「估算」是計算的問題，例如「 $402 + 299$ 」中的 402 很接近 400，299 很接近 300。 $400 + 300 = 700$ ，所以「 $402 + 299$ 」估算的答案是 700，估算的答案必須以「1」為單位來描述。
 - (2) 「概算」是先進行單位量轉換後再計算的問題，例如「 $402 + 299$ 」中的 402 很接近 4 個百，299 很接近 3 個百，4 個百加 3 個百是 7 個百，所以「 $402 + 299$ 」概算的答案是 7 個百，概算的答案不是以「1」為單位來描述。
3. 本學習內容幫助學生在日常生活中自然產生的無條件進入法和無條件捨去法情境中取概數。
 - (1) 無條件進入法取概數的例子：
 - a. 計程車 1 輛限搭 4 人，14 人搭計程車，最少要搭幾輛計程車？
 - b. 全縣運動會選手有 5246 人，要為這些選手準備帽子（一人一頂）。如果帽子 10（或 12 頂）裝成一包，最少要準備多少包帽子才夠？也就是多少頂帽子？
 - (2) 無條件捨去法取概數的例子：
 - a. 300c.c.的果汁裝 1 瓶，5000c.c.的果汁最多能裝滿幾瓶？
 - b. 玩具工廠今天生產 1249 件相同的玩具，要將這些玩具裝箱放進倉庫。如果每 100 件（或 80 件）裝成一箱，最多能裝成多少箱？也就是多少件玩具？

4. 日常生活中常見利用無條件進入法或無條件捨去法取概數的問題，但是它們取概數時不一定都是以十、百、千或萬為單位。

不論是否以十、百、千或萬為單位，都可以透過除法算式來解決問題，建議教師透過除法算式，幫助學生理解利用無條件進入法或無條件捨去法取概數的意義。

(1) 不是以十為單位取概數的問題「14 人搭計程車，每輛計程車只能坐 4 人，至少要幾輛計程車才夠？」：教師可以透過除法算式「 $14 \div 4 = 3 \dots 2$ 」，幫助學生理解只有 3 輛計程車時，還有 2 人沒車坐，必須要 4 輛計程車才夠。

(2) 以百為單位取概數的問題「全市運動會路跑參賽選手有 5246 人，一人戴一頂帽子，要為這些選手準備帽子，如果帽子 100 頂裝成一包，至少要準備多少包帽子才夠？也就是多少頂帽子？」教師也可以透過除法算式「 $5246 \div 100 = 52 \dots 46$ 」，幫助學生理解只準備 52 包時，還有 46 人沒分到帽子，必須要準備 53 包才夠，也就是 5300 頂帽子。

題號	試題代碼	答案					
24	114-M4-A3-24	2					
學習重點		N-4-5 同分母分數：一般同分母分數教學（包括「真分數」、「假分數」、「帶分數」名詞引入）。假分數和帶分數之變換。同分母分數的比較、加、減與整數倍。					
備註：本條目教學，分子和分母的數字都不用太大，以能流暢學習同分母分數計算為目標。帶分數整數倍教學不宜強迫學生化成假分數進行，其中隱含之分配律思維來自操作經驗與數感，此非分配律教學。							
知識向度	數與計算	認知向度					
解題思考							
題目		<p>一箱飲料有 24 瓶，我們可以用 $24 \div 4 = 6$，$6 \times 3 = 18$，算出 $\frac{3}{4}$ 箱飲料有 18 瓶。<u>小玉</u>買了 $\frac{5}{3}$ 箱，<u>小丸子</u>買了 $\frac{11}{6}$ 箱，<u>花輪</u>買了 38 瓶。請問誰買的飲料最多？誰買的飲料最少？</p> <p>① <u>小丸子</u>買的飲料最多，<u>小玉</u>買的飲料最少 ② <u>小丸子</u>買的飲料最多，<u>花輪</u>買的飲料最少 ③ <u>花輪</u>買的飲料最多，<u>小玉</u>買的飲料最少 ④ <u>小玉</u>買的飲料最多，<u>花輪</u>買的飲料最少</p>					
選答率	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率：34%
	全 體	0.18	0.34	0.36	0.12	0.01	
	高分組	0.11	0.58	0.25	0.06	0.01	鑑別度：0.38
	低分組	0.24	0.20	0.38	0.17	0.01	
<p>一、試題分析</p> <p>(一) 評量目標</p> <p>本題說明真分數做數的方法，要求學生判斷假分數的大小，評量學生利用分數做數解題的能力。</p> <p>(二) 數據說明</p> <p>1. 整體通過率 34%，高分組答對率 58%，低分組答對率 20%，鑑別度 0.38。</p>							

2. 34%的學生選擇正確答案②；18%的學生選擇①；36%的學生選擇③；12%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.38，正確答案為選項②，通過率為 34%，顯示超過三成的學生已具備利用分數做數解題的能力。

2. 有 18%的學生選擇①（低分組有 24%），這些學生可能不具備離散量情境分數

做數的能力；也可能誤解題意，只比較 $\frac{5}{3}$ 箱和 $\frac{11}{6}$ 箱的大小。

3. 有 36%的學生選擇③（低分組有 38%），這些學生可能不具備離散量情境分數

做數的能力；也可能認為 38 是整數最大， $\frac{11}{6} > \frac{5}{3}$ ，得到 38 瓶最多、 $\frac{5}{3}$ 箱最少

的答案。

4. 有 12%的學生選擇④（低分組有 17%），這些學生可能不具備離散量情境分數

做數的能力；也可能誤認為分量 38 瓶最少， $\frac{11}{6} > \frac{5}{3}$ 得到 $\frac{11}{6}$ 箱最多、38 瓶最少

的答案。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-3-9 簡單同分母分數：結合操作活動與整數經驗。簡單同分母分數比較、加、減的意義。牽涉之分數與運算結果皆不超過 2。以單位分數之點數為基礎，連結整數之比較、加、減。知道「和等於 1」的意義。	N-4-5 同分母分數：一般同分母分數教學（包括「真分數」、「假分數」、「帶分數」名詞引入）。假分數和帶分數之變換。同分母分數的比較、加、減與整數倍。 備註：本條目教學，分子和分母的數字都不用太大，以能流暢學習同分母分數計算為	N-5-4 異分母分數：用約分、擴分處理等值分數並做比較。用通分做異分母分數的加減。養成利用約分化簡分數計算習慣。 備註：通分不鼓勵以分母直接相乘。通分數字限（1）分母均為一位數；（2）一分母為另一分母的倍數，且兩數小於 100；（3）

		目標。帶分數整數倍教學不宜強迫學生化成假分數進行，其中隱含之分配律思維來自操作經驗與數感，此非分配律教學。	乘以 2、3、4、5 就可以找到兩分母之公倍數（如 12 與 18）。	
--	--	---	-------------------------------------	--

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備離散量情境分數做數的能力。
2. 學生可能無法將真分數做數的經驗延伸至假分數。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 教師應幫助學生進行帶分數的命名活動，當學生認識 3 個圓和 $\frac{4}{6}$ 個圓的意義後，

就可以透過下列問話「我們已經認識 3 個圓，也認識 $\frac{4}{6}$ 個圓，我們如何稱呼 3 個

$\frac{4}{6}$ 個圓合起來是多少個圓？名稱中要看到 3 個圓，還要看到 $\frac{4}{6}$ 個圓。」，幫助學生將 3 個圓和 $\frac{4}{6}$ 個圓合起來的量稱為 $3\frac{4}{6}$ 個圓。再透過下列問話「 $3\frac{4}{6}$ 個圓

中，是否看到 3 個圓和 $\frac{4}{6}$ 個圓，是否看到 3 個圓和 $\frac{4}{6}$ 個圓合起來」，幫助學生理解 $3\frac{4}{6}$ 個圓指的是 3 個圓和 $\frac{4}{6}$ 個圓合起來的名稱。

2. 下面提供兩種解決本題的方法：

方法一：離散量情境分數的做數

小玉買了 $\frac{5}{3}$ 箱： $24 \div 3 = 8$ ， $8 \times 5 = 40$ ，小玉買了 40 瓶。

小丸子買了 $\frac{11}{6}$ 箱： $24 \div 6 = 4$ ， $4 \times 11 = 44$ ，小丸子買了 44 瓶。

花輪買了 38 瓶。

$38 < 40 < 44$ ，小丸子買的飲料最多，花輪買的飲料最少。

方法二：離散量情境分數的大小比較

小玉買了 $\frac{5}{3}$ 箱；

小丸子買了 $\frac{11}{6}$ 箱；

花輪買了 38 瓶：1 箱有 24 瓶，1 箱平分成 24 份，其中 1 份是 $\frac{1}{24}$ 箱

24 瓶平分成 24 份，其中 1 份是 1 瓶

可以得到 1 瓶 = $\frac{1}{24}$ 箱，38 瓶 = $\frac{38}{24}$ 箱。

$\frac{5}{3} = \frac{40}{24}$ ， $\frac{11}{6} = \frac{44}{24}$ ， $\frac{38}{24} < \frac{40}{24} < \frac{44}{24}$ ，

小丸子買的飲料最多，花輪買的飲料最少。

題號	試題代碼	答案					
25	114-M4-A1-25	1					
學習重點		N-4-2 較大位數之乘除計算：處理乘數與除數為多位數之乘除直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。 備註：直式計算乘數與除數限三位。直式計算須注意0的教學。較大位數除法須進行估商的教學。知道如「 1600×200 」與「 $60000 \div 400$ 」這類算式，可發展出更簡單的計算方法。					
知識向度	數與計算	認知向度					
題目		<p>「$600000 \div 700$」的商是甲，餘數是 a 。</p> <p>「$60000 \div 70$」的商是乙，餘數是 b 。</p> <p>「$6000 \div 7$」的商是丙，餘數是 c 。</p> <p>下列關於商和餘數的敘述，何者正確？</p> <p>① 商都一樣大，餘數最大的是 a</p> <p>② 商都一樣大，餘數也都一樣大</p> <p>③ 商最大的是甲，餘數最大的是 a</p> <p>④ 商最小的是丙，餘數最小的是 c</p>	概念理解				
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：26%
	全 體	0.26	0.44	0.14	0.14	0.01	
	高分組	0.36	0.51	0.06	0.06	0.01	鑑別度：0.16
	低分組	0.20	0.34	0.22	0.22	0.02	
<h3>一、試題分析</h3> <p>(一) 評量目標</p> <p>本題給定三個除法算式，要求學生比較商及餘數的大小，評量學生利用被除數和除數同時換單位策略解題的能力。</p> <p>(二) 數據說明</p> <p>1. 整體通過率 26%，高分組答對率 36%，低分組答對率 20%，鑑別度 0.16。</p>							

2. 26%的學生選擇正確答案①；44%的學生選擇②；14%的學生選擇③；14%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.16，正確答案為選項①，通過率為 26%，顯示近三成的學生已具備利用被除數和除數同時換單位策略解題的能力。
2. 有 44%的學生選擇②（低分組有 34%），這些學生可能不具備利用被除數和除數同時換單位策略解題的能力，誤以為 $600000 \div 700$ 、 $60000 \div 70$ 、 $6000 \div 7$ 的商和餘數都一樣大；這些學生也可能誤解題意，認為餘數 $a(a = 100)$ 是 1 個百、餘數 $b(b = 10)$ 是 1 個十、餘數 $c(c = 1)$ 是 1，它們的單位不同，但是不同單位的個數相同（都是 1），因此回答餘數相同。
3. 有 14%的學生選擇③（低分組有 22%），這些學生可能不具備利用被除數和除數同時換單位策略解題的能力，認為被除數和除數比較大的數，商和餘數都會比較大。
4. 有 14%的學生選擇④（低分組有 22%），這些學生可能不具備利用被除數和除數同時換單位策略解題的能力，認為被除數和除數比較小的數，商和餘數都會比較小。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-3-5 除以一位數：除數直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被除數為二、三位數。 備註：須處理被除數有 0 的題型。	N-4-2 較大位數之乘除計算：處理乘數與除數為多位數之乘除直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。 備註：直式計算乘數與除數限三位。直式計算須注意 0 的教學。較大位數除法須進行估商的教學。知道如	N-5-9 整數、小數除以整數（商為小數）：整數除以整數（商為小數）、小數除以整數的意義。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。能用概數協助處理除不盡的情況。熟悉分母為 2、4、5、8 之真分數所對應的小數。

		<p>「1600×200」與「$60000 \div 400$」這類算式，可發展出更簡單的計算方法。</p>	<p>備註：原則上只處理商限三位小數的情況。可讓學生從計算中發現可能有除不盡的循環現象，教師以概數處理這類問題（N-5-11），不處理「循環小數」的命名與課題。</p>	
--	--	---	--	--

三、教學建議

（一）錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備利用被除數和除數同時換單位策略解題的能力。
2. 學生可能認為被除數和除數比較大的數，商和餘數都會比較大。
3. 學生可能認為被除數和除數比較小的數，商和餘數都會比較小。

（二）核心概念與本題的教學重點

1. 「 $16000 \div 3000 = 5 \dots 1000$ 」，商是 5，餘數是 1000 個「一」。

「 $1600 \div 300 = 5 \dots 100$ 」，商是 5，餘數是 100 個「十」。

「 $160 \div 30 = 5 \dots 10$ 」，商是 5，餘數是 10 個「百」。

「 $16 \div 3 = 5 \dots 1$ 」，商是 5，餘數是 1 個「千」。

上面四個算式是相同的問題，只是被除數和除數的單位不一樣，得到的商和餘數都一樣，只是餘數的單位不一樣。被除數和除數同時換單位，會讓計算的數字變小。

建議教師應幫助學生熟練被除數和除數同時換單位的解題策略，國小六年級除數是分數和小數的除法問題，都是利用被除數和除數同時換單位來解題。

2. 以「 $6000 \div 700 = () \dots ()$ 」為例，說明如何幫助學生解題。

步驟一：先布問題「60 張百元鈔票，每人分 7 張，最多可以分給多少人？還剩下幾張百元鈔票？也就是多少元？」。

學生可以利用「 $60 \div 7 = 8 \dots 4$ 」，得到可以分給 8 人，還剩下 4 張百元鈔票也就是 400 元的答案。

步驟二：再布問題「6000 元，每人分 700 元，最多可以分給多少人？還剩下多少元？」，限制學生必須將 6000 元和 700 元都換成 100 元鈔票後再計算，學生將 6000 元換成 60 張 100 元，將 700 元換成 7 張 100 元，透過「 $60 \div 7 = 8 \dots 4$ 」，算出可以分給 8 人，還剩下 4 張百元鈔票，也就是 400 元。

教師可以說明此方法是將被除數和除數同時換成以 100 為單位的算法。

伍、整體學力表現分析

一、不同背景變項學生整體學力表現分析

本計畫同時採用古典測驗理論(classical test theory, CTT)與試題反應理論(item response theory, IRT)三參數模式作為試題分析理論基礎，並以三參數模式進行學生能力估計。三參數模式有 a、b、c 三種參數，分別代表鑑別度、難度以及猜測度。學生能力估計值則參考 PISA 與 TIMSS 等國際大型測驗的作法，將估計出來的能力轉換至平均分數 500，標準差 100 的量尺上，再以轉換所得量尺分數進行不同背景變項學生表現分析。本年度數學四年級整體學生學力表現分布狀況，如圖 5-1 所示。

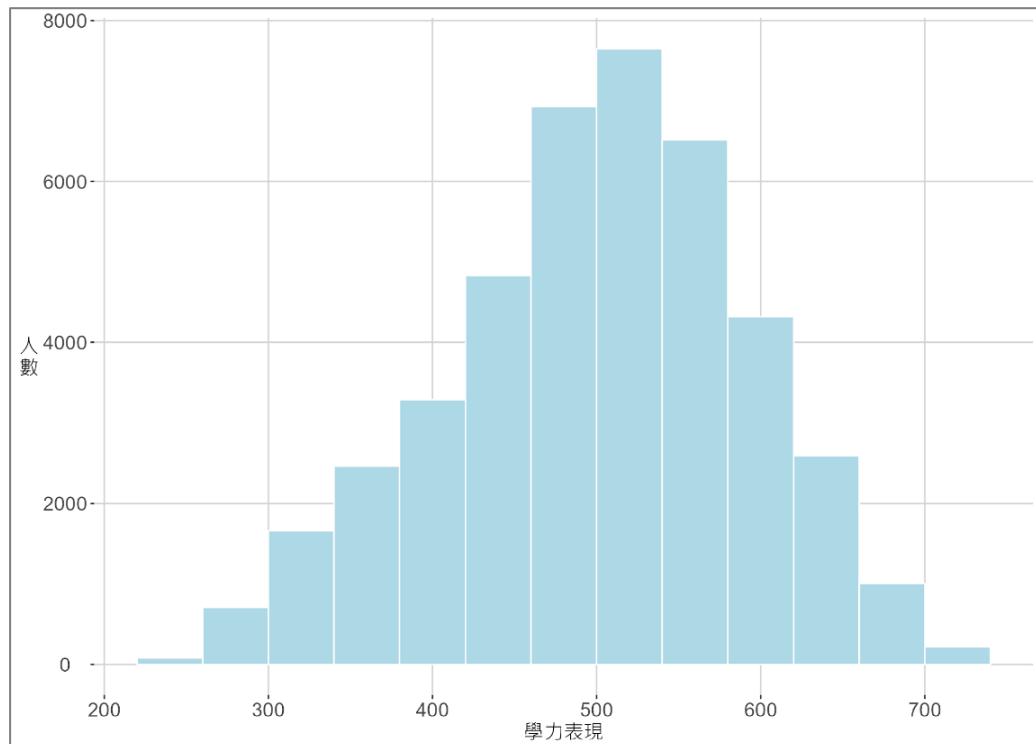


圖 5-1 數學四年級整體學生學力表現分布圖

二、國民小學四年級學生於不同學習重點之答對率表現

藉由將「國民小學數學四年級學生學習能力檢測」題號，對應之十二年國教課程綱要學習重點和答對率進行交叉對照，可更明確檢視學生表現較優異和有待加強之處，相關整理如表 5-1 所示。

表 5-1-1 數與計算學習重點及其答對率之交叉對照表

答對率%	題號	學習重點
91~100		<p>解題：乘除應用問題。乘數、被乘數、除數、被除數未知之應用解題。連結乘與除的關係 (R-3-1)。</p>
	1 N-3-6	<p>備註：可使用解題策略協助學生理解與轉化問題（例如「倍」的語言、空格算式、乘除互逆等）。本條目不須另立單元教學。</p>
81~90		<p>較大位數之乘除計算：處理乘數與除數為多位數之乘除直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。</p>
	2 N-4-2	<p>備註：直式計算乘數與除數限三位。直式計算須注意 0 的教學。較大位數除法須進行估商的教學。知道如「1600×200」與「$60000 \div 400$」這類算式，可發展出更簡單的計算方法。</p>
	3 N-4-3	<p>解題：兩步驟應用問題（乘除、連除）。乘與除、連除之應用解題。</p>
		<p>備註：由於除法有等分除和包含除兩種類型，教學應注意題型的多元性。可和併式學習一起進行 (R-4-1)。</p>
71~80		<p>一億以內的數：位值單位「萬」、「十萬」、「百萬」、「千萬」。建立應用大數時之計算習慣，如「30 萬 1200」與「21 萬 300」的加減法。</p>
	5 N-4-1	<p>備註：教學可進行到最後的「一億」，但不進行超過一億的教學。</p>
	16 N-4-8	<p>數線與分數、小數：連結分小數長度量的經驗。以標記和簡單的比較與計算，建立整數、分數、小數一體的認識。</p>

備註：標記限一位小數（相當於分母等於 10）與分母不大於 5 的分數。以等值分數思維(N-4-6)協助學生認識整數、分數、小數為一體。因初學等值分數，本條目不處理分數和小數的混合計算問題。

同分母分數：一般同分母分數教學（包括「真分數」、「假分數」、「帶分數」名詞引入）。假分數和帶分數之變換。同分母分數的比較、加、減與整數倍。

6 N-4-5 備註：本條目教學，分子和分母的數字都不用太大，以能流暢學習同分母分數計算為目標。帶分數整數倍教學不宜強迫學生化成假分數進行，其中隱含之分配律思維來自操作經驗與數感，此非分配律教學。

15 N-4-7 二位小數：位值單位「百分位」。位值單位換算。比較、計算與解題。用直式計算二位小數的加、減與整數倍。

備註：小數之學習必須與整數經驗緊密連繫。直式計算應注意小數點位置的教學。小數應用情境以連續量為主。

51~60

解題：對大數取概數。具體生活情境。四捨五入法、無條件進入、無條件捨去。含運用概數做估算。近似符號「 \approx 」的使用。

41~50 23 N-4-4 備註：估算解題的布題應貼近生活情境。以概數協助估算須包含四則估算。

22 N-4-7 二位小數：位值單位「百分位」。位值單位換算。比較、計算與解題。用直式計算二位小數的加、減與整數倍。

備註：小數之學習必須與整數經驗緊密連繫。直式計算應注意小數點位置的教學。小數應用情境以連續量為主。

31~40

同分母分數：一般同分母分數教學（包括「真分數」、「假分數」、「帶分數」名詞引入）。假分數和帶分數之變換。同分母分數的比較、加、減與整數倍。

24 N-4-5 備註：本條目教學，分子和分母的數字都不用太大，以能流暢學習同分母分數計算為目標。帶分數整數倍教學不宜強迫學生

化成假分數進行，其中隱含之分配律思維來自操作經驗與數感，此非分配律教學。

較大位數之乘除計算：處理乘數與除數為多位數之乘除直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。

21~30 25 N-4-2 備註：直式計算乘數與除數限三位。直式計算須注意 0 的教學。
較大位數除法須進行估商的教學。知道如「 1600×200 」與「 $60000 \div 400$ 」這類算式，可發展出更簡單的計算方法。

11~20

0~10

表 5-1-2 量與實測學習重點及其答對率之交叉對照表

答對率%	題號	學習重點
91~100		
81~90		
71~80		
61~70		面積：「平方公分」。實測、量感、估測與計算。
51~60	18 N-3-14	備註：應用平方公分板（百格圖），協助點數簡單圖形如正方形、長方形、三角形之面積，但不發展一般公式。
41~50	17 N-3-17	備註：時間加減問題以認識加減問題類型為原則（較深入者見 N-4-13），處理時刻或時間量等常見加減問題。本年級加減限（1）同單位時間量；（2）時、分複名數加減（無進、退位）。
	19 N-4-9	長度：「公里」。生活實例之應用。含其他長度單位的換算與計算。
		備註：量的大單位教學仍應協助學生建立基本量感。
31~40		
21~30		
11~20		
0~10		

表 5-1-3 空間與形狀學習重點及其答對率之交叉對照表

答對率%	題號	學習重點
91~100		
81~90		
	4 S-4-6	<p>平面圖形的全等：以具體操作為主。形狀大小一樣的兩圖形全等。能用平移、旋轉、翻轉做全等疊合。全等圖形之對應角相等、對應邊相等。</p> <p>備註：在具有平移或旋轉對稱特性的圖形上，學生可察覺豐富的全等模式。平移、旋轉、翻轉描述操作的方式，非名詞教學，名詞不應出現。</p>
71~80	9 S-4-5	<p>垂直與平行：以具體操作為主。直角是 90 度。直角常用記號。垂直於一線的兩線相互平行。平行線間距離處處相等。作垂直線；作平行線。</p> <p>備註：透過操作和觀察知道平行線間距離處處相等，非數學證明。</p>
	10 S-4-8	<p>四邊形：以邊與角的特徵（含平行）認識特殊四邊形並能作圖。如正方形、長方形、平行四邊形、菱形、梯形。</p> <p>備註：作圖包含正方形、長方形、平行四邊形。</p>
61~70	12 S-4-2	<p>解題：旋轉角。以具體操作為主，並結合計算。以鐘面為模型討論從始邊轉到終邊所轉的角度。旋轉有兩個方向：「順時針」、「逆時針」。「平角」、「周角」。</p> <p>備註：不處理超過 360 度的問題。</p>
51~60		
	14 S-4-3	<p>正方形與長方形的面積與周長：理解邊長與周長或面積的關係，並能理解其公式與應用。簡單複合圖形。</p> <p>備註：邊長限整數。最後學生的計算是依據定義以乘法計算，而非測量合成之結果。簡單複合圖形限兩圖形之組合。</p>
41~50	20 S-4-2	<p>解題：旋轉角。以具體操作為主，並結合計算。以鐘面為模型討論從始邊轉到終邊所轉的角度。旋轉有兩個方向：「順時針」、「逆時針」。「平角」、「周角」。</p>

備註：不處理超過 360 度的問題。

21 S-4-7 三角形：以邊與角的特徵認識特殊三角形並能作圖。如正三角形、等腰三角形、直角三角形、銳角三角形、鈍角三角形。

31~40

21~30

11~20

0~10

表 5-1-4 資料與不確定性學習重點及其答對率之交叉對照表

答對率% 題號 學習重點		
91~100		
81~90		
71~80	7	D-4-1 報讀長條圖與折線圖以及製作長條圖：報讀與說明生活中的長條圖與折線圖。配合其他領域課程，學習製作長條圖。 備註：教學與示例應注意處理「分類資料」與「有序變化性資料」之差別。
61~70	13	D-3-1 一維表格與二維表格：以操作活動為主。報讀、說明與製作生活中的表格。二維表格含列聯表。 備註：製作表格不限於日常資料統計性題材，也可應用於觀察數量模式的變化 (R-3-2) 。
51~60		
41~50		
31~40		
21~30		
11~20		
0~10		

表 5-1-5 關係學習重點及其答對率之交叉對照表

答對率%	題號	學習重點
91~100		
81~90		
71~80	8 R-4-1	<p>兩步驟問題併式：併式是代數學習的重要基礎。含四則混合計算的約定（由左往右算、先乘除後加減、括號先算）。學習逐次減項計算。</p> <p>備註：限整數。2、3 年級已學習之兩步驟問題（N-2-8、N-3-7），也應複習並進行併式學習。</p>
61~70	11 R-4-1	<p>兩步驟問題併式：併式是代數學習的重要基礎。含四則混合計算的約定（由左往右算、先乘除後加減、括號先算）。學習逐次減項計算。</p> <p>備註：限整數。2、3 年級已學習之兩步驟問題（N-2-8、N-3-7），也應複習並進行併式學習。</p>
51~60		
41~50		
31~40		
21~30		
11~20		
0~10		

陸、整體教學建議

一、學生整體表現

由表 6-1 觀之，本次測驗全體學生的平均通過率是 62%。從學生在各評量指標-知識向度與認知向度的解題表現來看，其中，在知識向度方面，學生在關係向度的平均通過率最高 (74%)，其次是資料與不確定性向度 (72%)、空間與形狀向度 (64%)、數與計算向度 (60%)，而在量與實測向度的平均通過率最低 (51%)；在認知向度方面，學生在概念理解與解題思考向度的平均通過率最高 (63%)，在程序執行向度平均通過率最低 (60%)。進一步分析資料，學生在資料與不確定性*概念理解向度的平均通過率最佳 (全：80%，高分組：95%，低分組：57%)；學生在量與實測*程序執行向度的平均通過率最低 (全：46%，高分組：75%，低分組：23%)。

此結果顯示針對四年級學生的數學課室教學，教師對於數與計算的概念知識應再強化，對於量與實測除了概念的講述之外亦須提供學生具體操作的機會；空間與形狀部分，教師應多指導學生對於複合圖形的問題解決，以提升學生更高階段的學習成效。

表 6-1 整體學生及高分組、低分組學生於各評量向度之通過率

四	概念理解			程序執行			解題思考			整體		
	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率	題數	分組	通過率
數與計算	16、	高	0.64	05、 06、 15	高	0.89	01、02、 03、22、 24	高	0.81	11	高	0.79
	23、	全	0.49		全	0.67		全	0.63		全	0.60
	25	低	0.33		低	0.39		低	0.45		低	0.40
量與實測	18	高	0.85	17、 19	高	0.75				3	高	0.78
		全	0.60		全	0.46					全	0.51
		低	0.34		低	0.23					低	0.26

四	概念理解			程序執行			解題思考			整體			
	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率	題數	分組	通過率	
空間與形狀	04、	高	0.90	12、 20	高	0.89	14	高	0.79	7 題	高	0.89	
	09、	全	0.70		全	0.60		全	0.50		全	0.64	
	10、				低	0.27		低	0.25		低	0.38	
	21	低	0.46										
資料與不確定性	07	高	0.95					高	0.88	2 題	高	0.92	
		全	0.80					全	0.64		全	0.72	
		低	0.57					低	0.37		低	0.47	
關係				11	高	0.94	08	高	0.95	2 題	高	0.94	
					全	0.71		全	0.77		全	0.74	
					低	0.43		低	0.53		低	0.48	
整體	共 9 題	高	0.82	共 8 題	高	0.86	共 8 題	高	0.83	25 題	高	0.84	
		全	0.63		全	0.60		全	0.63		全	0.62	
		低	0.42		低	0.32		低	0.42		低	0.39	

二、對學習待加強學生的觀察

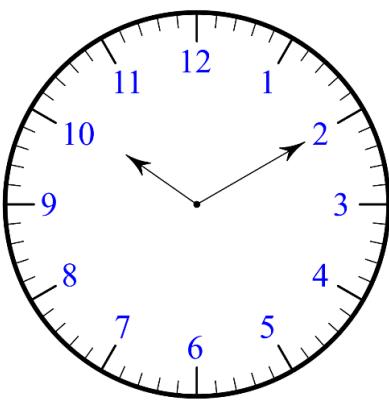
本次測驗對象是國小四年級的學生，測驗的內容是以十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校-數學領域中所羅列之四年級學生應學習的學習內容為命題依據。因高、低分組學生在這些題目的答對率上應相距不遠；但是，由上表 6-1 呈現的數據發現，有些題目高分組學生與低分組學生的通過率落差很大。因此，我們特別針對鑑別度較高的試題（第 20、15、19、14、3 題）再做進一步的分析與討論，提供老師作為教學上的參考。

(一) 旋轉角

1. 評量目標

第 20 題 (試題如下) 對應的學習內容是「S-4-2 解題：旋轉角。以具體操作為主，並結合計算。以鐘面為模型討論從始邊轉到終邊所轉的角度。旋轉有兩個方向：『順時針』、『逆時針』。『平角』、『周角』。備註：不處理超過 360 度的問題。」

從 10 時 10 分到 10 時 45 分，分針旋轉了多少度？



(1) 210
(2) 180
(3) 70
(4) 35

本題給定時鐘圖像及開始與結束的時刻，要求學生算出分針旋轉的角度，評量學生利用旋轉角解題的能力。

有經驗的四年級教師應該知道，學生解時針或分針旋轉角度的成績都不好，可能的原因是學生認為時鐘鐘面只有大格和小格兩種刻度，學生能掌握 1 大格是 5 小格的關係，但是不易連結大格、小格和周角的關係。

時鐘的鐘面有三種刻度，最大的刻度是 1 圈、次大的刻度是 1 大格，最小的刻度是 1 小格。教師教學時應連結這三種刻度間的關係，例如 1 圈和 1 大格的關係、1 圈和 1 小格的關係以及 1 大格和 1 小格的關係。

分針轉 1 圈時是一個周角，也就是旋轉了 360 度，1 圈有 12 大格， $360 \div 12 = 30$ ，所以轉 1 大格時旋轉了 30 度；1 圈有 60 小格， $360 \div 60 = 6$ ，所以轉 1 小格時旋轉了 6 度。因為 1 大格是 6 小格，也可以透過 1 大格有 5 小格， $30 \div 5 = 6$ 得到轉 1 小格時旋轉了 6 度。

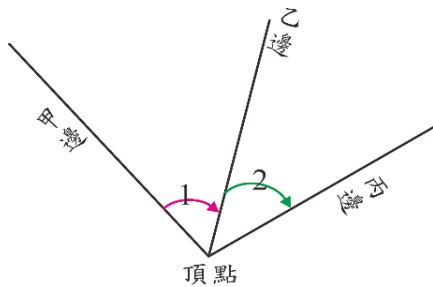
2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為 0.63，正確答案為選項①，通過率為 50%，顯示五成的學生已具備利用旋轉角解題的能力。
- (2) 有 12% 的學生選擇②(低分組有 20%)，這些學生可能不具備利用旋轉角解題的能力；也可能不知道周角為 360 度。
- (3) 有 13% 的學生選擇③(低分組有 23%)，這些學生可能不具備利用旋轉角解題的能力；也可能不理解題意，以題目給定時鐘鐘面時針和分針的夾角為答案，在四個選項中，鐘面時針和分針的夾角最接近 70 度，就以 70 度為答案。
- (4) 有 24% 的學生選擇④(低分組有 36%)，這些學生可能不具備利用旋轉角解題的能力，直接將題目中給定的 45 分和 10 分相減，得到 35 度的答案；學生也可能誤解題意，算出 10 點 10 分到 10 點 45 分經過 35 分鐘。

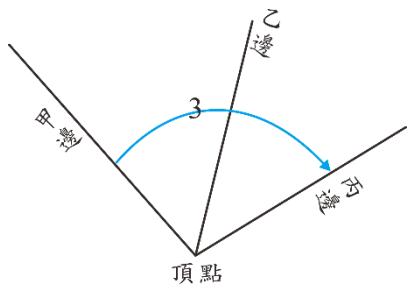
3. 教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

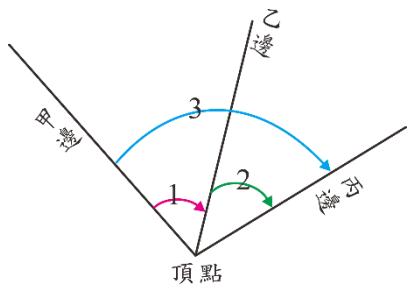
- (1) 旋轉角是向量，應要求學生同時說明旋轉的方向及旋轉的度數，例如「順時針旋轉 30 度」或「逆時針旋轉 150 度」，但是不引入旋轉角的記法，例如：-30 度或 +150 度。
- (2) 可以將旋轉角應用在日常生活中，例如「向右轉」可以看成「順時針旋轉 90 度」，「向左轉」可以看成「逆時針旋轉 90 度」，「向後轉」可以看成「旋轉 180 度」，「轉一圈」可以看成「旋轉 360 度」。
- (3) 教師可以利用合成兩次旋轉及一次旋轉的比較活動，幫助學生理解可以用加法算式記錄角度合成結果，以及用減法算式記錄角度分解結果的意義。
例如先進行兩次旋轉的活動，第一次由甲邊順時針方向旋轉至乙邊，用 $\angle 1$ 記錄旋轉的結果；第二次由乙邊順時針方向旋轉至丙邊，用 $\angle 2$ 記錄旋轉的結果，用 $\angle 1 + \angle 2$ 記錄這兩次旋轉活動合成的結果。



再進行一次旋轉的活動，由甲邊直接順時針旋轉至丙邊，用 $\angle 3$ 記錄旋轉的結果。



透過比較「 $\angle 1 + \angle 2$ 」和「 $\angle 3$ 」，幫助學生發現，它們的始邊、終邊、旋轉方向和旋轉大小都相同，是相等的旋轉角，可以記成 $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3$ 。



(4) 下面說明如何幫助學生解本問題：

步驟一：說明時鐘鐘面的刻度及其關係

時鐘的鐘面有 1 圈、1 大格和 1 小格三種刻度

轉 1 圈是轉一個周角，也就是轉 1 圈是旋轉了 360 度。

1 圈有 12 大格， $360 \div 12 = 30$ ，也就是轉 1 大格是旋轉了 30 度。

1 圈有 60 小格， $360 \div 60 = 6$ ，也就是轉 1 小格是旋轉了 6 度。

最後還要連結聯絡 1 大格和 1 小格的關係，1 大格有 5 小格，

$30 \div 5 = 6$ ，也就是轉 1 小格是旋轉了 6 度。

步驟二：利用旋轉幾小格來解題

分針從 10 時 10 分到 10 時 45 分， $45 - 10 = 35$ ，也就是經過了 35 分鐘，分針一分鐘旋轉 1 小格， $6 \times 35 = 210$ ，得到分針旋轉 210 的答案。

步驟三：利用旋轉幾大格來解題

分針從 10 時 10 分到 10 時 45 分，也就是旋轉了 7 大格，

轉 1 大格是旋轉了 30 度， $30 \times 7 = 210$ ，得到分針旋轉 210 的答案。

步驟四：利用旋轉幾圈來解題

分針從 10 時 10 分到 10 時 45 分， $45 - 10 = 35$ ，也就是經過了 35 分

鐘，分針轉 60 分鐘是旋轉了 1 圈， $35 \div 60 = \frac{35}{60}$ ，分針 35 分鐘轉了

$\frac{35}{60}$ 圈，分針一分鐘旋轉 1 圈， $360 \times \frac{35}{60} = 210$ ，得到分針旋轉 210 的答案。

(二) 二位小數的加、減直式計算

1. 評量目標

第 15 題（試題如下）對應的學習內容是「N-4-7 二位小數：位值單位『百分位』。位值單位換算。比較、計算與解題。用直式計算二位小數的加、減與整數倍。

備註：小數之學習必須與整數經驗緊密連繫。直式計算應注意小數點位置的教學。小數應用情境以連續量為主。」

布告欄是長 3.25 公尺，寬 2.8 公尺的長方形。
請問布告欄的周長是多少公尺？

- ① 3.53
- ② 6.05
- ③ 7.06
- ④ 12.1

本題給定長方形布告欄的長和寬，要求學生算出周長，評量學生利用長方形周長公式及二位小數直式計算解題的能力。

本題的評量重點有兩個，一個是評量學生是否具備利用長方形周長公式解題的能力，另一個是評量學生是否具備利用二位小數直式計算解題的能力。本題對應的

學習內容是二位小數，因此先說明如何幫助學生利用長方形周長公式解題，在後面的教學建議再說明如何幫助學生熟練二位小數直式計算。

有三種解長方形周長的方法：

第一種：長方形周長 = 長 + 長 + 寬 + 寬

第二種：長 + 長 = 長 \times 2，寬 + 寬 = 寬 \times 2

長方形周長 = 長 \times 2 + 寬 \times 2

第三種：長 + 寬 + 長 + 寬 = (長 + 寬) \times 2

長方形周長 = (長 + 寬) \times 2

第三種解題方式最有效率，所以數學上選擇第三種解題方式為長方形周長的公式。教師可以將求長方形周長視為先加後乘的兩步驟問題，透過併式的記法引入長方形周長公式。教師不宜透過第二種解題方式，利用乘法對加法的分配律「長 \times 2 + 寬 \times 2 = (長 + 寬) \times 2」引入第三種長方形周長公式，國小五年級才引入乘法對加法的分配律的教學。

學生常混淆正方形及長方形周長及面積公式解題的意義，教師應多提供學生利用長度單位「1公分」或「1公尺」實測的經驗，例如50個「1公分」接起來，剛好和甲繩一樣長，可以稱甲繩的長度是50公分；也應該多提供學生利用面積單位「1平方公分」或「1平方公尺」實測的經驗，例如將30個「1平方公分」合起來，剛好和色紙一樣大，就可以稱色紙的面積是30平方公分。

「1公分」和「1平方公分」是兩種不相同的量，當學生有豐富的長度及面積單位實測的經驗，比較不會混淆正方形及長方形周長及面積公式解題的意義。

2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為0.59，正確答案為選項④，通過率為67%，顯示超過六成五的學生已具備利用二位小數直式計算解題的能力；這些學生也具備利用長方形周長公式解題的能力。
- (2) 有4%的學生選擇①（低分組有11%），這些學生可能不具備二位小數直式計算解題的能力；這些學生也尚未具備利用長方形周長公式解題的能力，只算出一組長加寬的長度，而且計算時發生錯誤。

(3) 有 19% 的學生選擇②(低分組有 39%)，這些學生可能已具備二位小數直式計算解題的能力；但是尚未具備利用長方形周長公式解題的能力，只算出一組長加寬的長度。

(4) 有 8% 的學生選擇③(低分組有 15%)，這些學生可能具備二位小數直式計算解題的能力；可能也尚未具備利用長方形周長公式解題的能力。

3. 教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

(1) 小數是整數十進位系統的延伸，在引入一位小數時，十分位的值必須是個位的 $\frac{1}{10}$ 倍，因此規定「 $0.1 = \frac{1}{10}$ 」。在引入二位小數時，百分位的值必須是個位的 $\frac{1}{100}$ 倍，因此規定「 $0.01 = \frac{1}{100}$ 」。百分位位名的由來是「 $\frac{1}{100} = 0.01$ 」的關係。

(2) 報讀小數時，整數部分和小數部分報讀的方式不一樣。例如：將「2345.2345」讀作「二千三百四十五點二三四五」。

在報讀整數部分時，會將每一個數字的位名都唸出來。但是在報讀小數部分時，只唸出數字，並沒有唸出位名。例如：0.23 讀成「零點二三」，不能讀成「零點二十三」。

(3) 透過下列兩組數字，說明小數點的功能。

第一組小數：7.7、77.77、777.777

第二組小數：77.7、777.77、7777.777

就數字本身視覺的觀點，7.7 小數點的左邊及右邊各有一個 7，77.77 小數點的左邊及右邊各有二個 7，777.777 小數點的左邊及右邊各有三個 7，因此以小數點為對稱中心時，第一組小數是左右對稱的。

但是就位值的觀點，第二組小數才是左右對稱的。當我們以個位的 7 為對稱中心，並忽略小數點時，左右兩邊的位值是對稱的，個位的左邊是十位，個位的右邊是十分位，十位的左邊是百位，十分位的右邊是百分位，百位的左邊是千位，百分位的右邊是千分位，十位及十分位，百位及百分位，千位及千分位分別對稱於個位。如下所示：

千位	百位	十位	個位	十分位	百分位	千分位
		7	7.	7		
	7	7	7.	7	7	
7	7	7	7.	7	7	7

因為數字的單位是 1，而記幾個 1 的位置是個位，因此個位才是數字的對稱中心。個位的左邊是十位，個位的右邊是十分位，不會有個分位的位名，而小數點的功能是告訴我們個位在哪裡。

(4) 教師常要求學生將計算後的結果 3.0 改記成 3，2.30 改記成 2.3，可以這樣記的原因是 3.0 和 3 等值，2.30 和 2.3 等值，而 3 和 2.3 是最簡小數的概念。

六年級引入最簡分數後，我們會要求分數問題最後的答案要用最簡分數來表示，相同的原因，我們也希望小數問題最後的答案要用最簡小數來表示。

四年級學生將計算後的結果記成 3.0 或 2.30，教師應先接受，再幫助學生改記成 3 或 2.3。

(5) 由於小數和連續量的測量情境常一起出現，小數的學習應與量的教材結合，應多學習「樓高 3.25 公尺」、「兩地距離 24.56 公里」、「箱子重 5.32 公斤」等用法，而且小數的加減問題也應儘量與測量結合。

(6) 以二位純小數 0.85 為例，進行位值單位的換算，指的是能將「85 個 0.01」聚成「8 個 0.1、5 個 0.01」，以及將「8 個 0.1、5 個 0.01」化成「85 個 0.01」的雙向化聚。就是說，0.85 由 85 個 0.01 所組成，也由 8 個 0.1 及 5 個 0.01 所組成。

(7) 本學習內容幫助學生熟練二位小數加、減和整數倍直式計算。

(8) 以「9.87 + 5.36」和「987 + 536」為例，教師應幫助學生察覺整數加法及小數加法的計算步驟相同，差別是整數加法的計算單位是「1、10 和 100」，而小數加法計算的單位是「0.01、0.1 和 1」。建議教師幫助學生比對兩者的解題過程，幫助學生類比整數加法運算來進行小數的加法運算。

(9) 學生計算整數和小數加減問題時，常發生因為整數部分沒有小數點可以和小數的小數點對齊，而對齊數字右邊來計算的迷思，例如「 $19.25 - 8 = 19.17$ 」及「 $12 + 5.67 = 5.79$ 」。建議教師說明小數點是用來標示個位的位置，因此可以將 8 改記成 8.，將 12 改記成 12. 後再計算。

(三) 公里的實測和公里、公尺的化聚

1. 評量目標

第 19 題（試題如下）對應的學習內容是「N-4-9 長度：『公里』。生活實例之應用。含其他長度單位的換算與計算。備註：量的大單位教學仍應協助學生建立基本量感。」

爸爸開車載四兄弟往嘉義的路上，看到下面的交通標誌。



大毛說：還要 3100 公尺就到嘉義。

二毛說：還要 18 公里就到大林。

三毛說：還要 500 公尺就到斗南。

四毛說：還要 5000 公尺就到斗南。

請問哪兩個人的說法正確？

- ① 大毛和二毛
- ② 大毛和四毛
- ③ 二毛和三毛
- ④ 二毛和四毛

本題給定日常生活中標示距離的交通號誌，要求學生選出正確的說法，評量學生是否掌握 1 公里的量感及公里及公尺單位化聚的能力。

以長度的單位為例，我國每十倍就會有一個單位的名稱，例如公里、公引、公丈、公尺、公寸、公分、公厘都是長度的單位；公制單位每十倍也會有一個單位的名稱，例如 km (千米) 、 hm (百米) 、 dam (十米) 、 m (米) 、 dm (分米) 、 cm (厘米) 、 mm (毫米) 等都是長度的單位，但是日常生活中，並不需要用到這麼多的單位。

以公制長度的基本單位「米」為例，西方人認為 1000 以內的數量都是可以掌握的，因此 13 個「1 米」稱為 13 米即可，並不需要引入新的單位「十米」，將 13 米稱為 1「十米」3「米」；278 個「1 米」稱為 278 米即可，並不需要引入新的單位「百米」和「十米」，將 278 米稱為 2「百米」7「十米」8「米」。當「1 米」的個數超過 1000 個時，才需要引入新的單位「千米」，並將 2465 個「1 米」稱為 2「千米」465「米」。

公制單位是西方人發明的，延伸西方人三位一撇的概念，在長度單位中，經常使用的單位是「千米」、「米」、「毫米」、「微米」、「奈米」，其中「千米」是「米」的 1000 倍，「米」是「毫米」的 1000 倍、「毫米」是「微米」的 1000 倍、「微米」是「奈米」的 1000 倍，也就是說，經常使用的單位間都滿足 1000 倍的關係。轉換成我們熟悉的單位，國小引入的長度單位是「公里」、「公尺」、「公分」、「毫米」，重量單位是「公噸」、「公斤」、「公克」，容量單位是「公秉」、「公升」、「毫升」，如果將公分拿走，相鄰兩個單位間都是 1000 倍的關係。換句話說，只要能掌握三位一撇的概念，再記憶公分和公尺、公分和公厘的倍數關係，就可以掌握國小階段長度、重量、容量相鄰單位間的倍數關係。

2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為 0.55，正確答案為選項④，通過率為 44%，顯示超過四成的學生已掌握 1 公里的量感，並具備公里及公尺單位化聚的能力。
- (2) 有 21% 的學生選擇①(低分組有 29%)，這些學生可能無法掌握 1 公里的量感；也不具備公里及公尺單位化聚的能力，誤認「1 公里 = 100 公尺」。

(3) 有 18% 的學生選擇②(分組有 24%)，這些學生可能不具備公里及公尺單位化聚的能力，誤認「1 公里 = 100 公尺」。

(4) 有 16% 的學生選擇③(低分組有 25%)，這些學生可能不具備公里及公尺單位化聚的能力，誤認「1 公里 = 100 公尺」。

3. 教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

(1) 四年級長度化聚教學重點：

a. 公里和公尺的整數倍雙向化聚

例如 $3\text{ 公里} = (\text{ })\text{公尺}$ ， $3000\text{ 公尺} = (\text{ })\text{公里}$

b. 公里和公分的整數倍化聚 (只處理大單位化為小單位)。

例如 $3\text{ 公里} = (\text{ })\text{公分}$

引入公里及公分化聚，是為了六年級比例尺的教學鋪路。

c. 引入二位小數後，可以處理公分聚成公尺或公尺化成公分的小數倍化聚。

例如 $3\text{ 公分} = (\text{ })\text{公尺}$ 。

$23\text{ 公分} = (\text{ })\text{公尺}$ 。

$3.65\text{ 公尺} = (\text{ })\text{公分}$ 。

d. 四年級不討論分數倍和小數倍的化聚。

例如 $3.8\text{ 公尺} = (\text{ })\text{公分}$ (利用乘法解題)。

$435\text{ 公尺} = (\text{ })\text{公里}$ (利用除法解題)。

分數倍和小數倍的化聚 (利用乘法或除法解題) 是五年級的教學重點。

(2) 學生不易掌握 1 公里的量感，建議教師透過下列方式幫助學生認識 1 公里大約有多長。

a. 學生走 30 分鐘的路徑大約長 1 公里，成人走 15 分鐘的路徑大約長 1 公里。

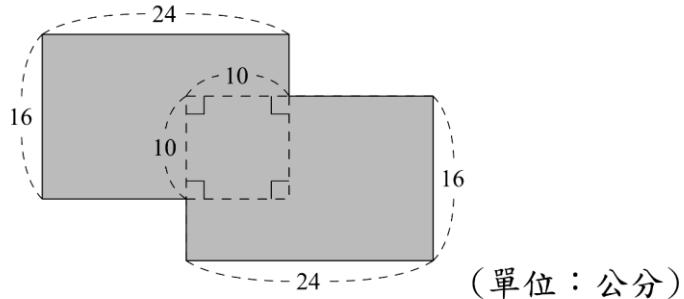
b. 操場跑道一圈長 200 公尺，走 5 圈大約是 1 公里。

(四)複合圖形的面積

1. 評量目標

第 14 題 (試題如下) 對應的學習內容是「S-4-3 正方形與長方形的面積與周長：理解邊長與周長或面積的關係，並能理解其公式與應用。簡單複合圖形。備註：邊長限整數。最後學生的計算是依據定義以乘法計算，而非測量合成之結果。簡單複合圖形限兩圖形之組合。」

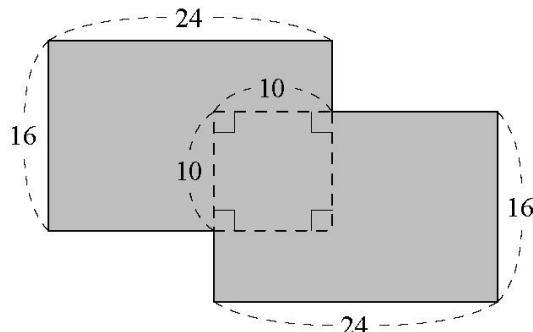
下面是兩個長方形疊合所成的圖形。
請問塗色部分的面積是多少平方公分？



- ① 768
- ② 668
- ③ 568
- ④ 384

本題給定兩個部分疊合的長方形，要求學生算出疊合所成圖形的面積，評量學生利用長方形面積公式解複合圖形面積的能力。

有兩種解決本題的方法，第一種是利用幾何的方法來解題，第二種是利用代數的方法來解題，教師應該都熟悉先算出兩個長方形的面積和，再扣除中間重疊正方形面積的幾何方法，下面提供利用代數解題的方法給老師們參考。



部分學生不易理解圖形有重疊部分時要如何解題，教師可以幫助學生先將複合圖形分割成多個不重疊的圖形，再將分割後的圖形重新組成有公式可以計算的圖形，最後將這些計算出的圖形加加減減，就能算出複合圖形的面積。

先將題目給定的複合圖形分割成多個不重疊的圖形，以本題為例，可以將圖形分割成甲、乙和丙三部分，甲是中間邊長 10 公分的正方形，乙是左邊長方形扣除正方形後的圖形，丙是右邊長方形扣除正方形後的圖形。

接下來再將分割的圖形重新組成有公式可以計算的圖形，例如圖形甲是正方形，可以用 $10 \times 10 = 100$ 算出圖形甲的面積是 100 平方公分，圖形「甲 + 乙」是長 24 公分、寬 16 公分的長方形，可以用 $24 \times 16 = 384$ 算出「甲 + 乙」的面積是 384 平方公分，「甲 + 丙」也是長 24 公分、寬 16 公分的長方形，可以用 $24 \times 16 = 384$ 算出「甲 + 丙」的面積是 384 平方公分。

接著列出甲 = 100、甲 + 乙 = 384、甲 + 丙 = 384，學生應該很容易地利用 $384 - 100 = 284$ ，算出乙和丙的面積都是 284 平方公分，題目給定的圖形是由甲、乙和丙合成的，可以利用 $100 + 284 + 284 = 668$ ，得到塗色部分圖形的面積是 668 平方公分。

2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為 0.55，正確答案為選項②，通過率為 50%，顯示五成的學生已具備利用長方形面積公式解複合圖形面積的能力。
- (2) 有 22% 的學生選擇①(低分組有 28%)，這些學生可能尚未具備利用長方形面積公式解複合圖形面積的能力；也可能誤解題意，算出兩個長方形的面積和。
- (3) 有 14% 的學生選擇③(低分組有 22%)，這些學生可能已具備利用長方形面積公式解複合圖形面積的能力，但是在計算時發生錯誤。
- (4) 有 13% 的學生選擇④(低分組有 25%)，這些學生可能尚未具備利用長方形面積公式解複合圖形面積的能力；也可能誤解題意，只算出其中一個長方形的面積。

3. 教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

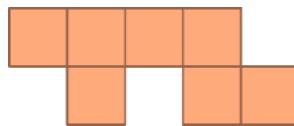
(1) 學生常混淆正方形及長方形周長及面積公式解題的意義，教師應多提供學生利用長度單位「1公分」或「1公尺」實測的經驗，例如50個「1公分」接起來，剛好和甲繩一樣長，可以稱甲繩的長度是50公分；也應該多提供學生利用面積單位「1平方公分」或「1平方公尺」實測的經驗，例如將30個「1平方公分」合起來，剛好和色紙一樣大，就可以稱色紙的面積是30平方公分。

「1公分」和「1平方公分」是兩種不相同的量，當學生有豐富的長度及面積單位實測的經驗，比較不會混淆正方形及長方形周長及面積公式解題的意義。

(2) 以「長5公分、寬3公分長方形的面積是多少平方公分？」為例，說明如何幫助學生理解長邊及寬邊都是整數公分的長方形面積公式。

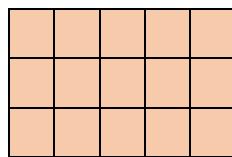
步驟一：建立單位面積1平方公分的概念

例如知道下圖是由7個1平方公分合起來的，所以下圖的面積是7平方公分。



步驟二：利用1平方公分的方瓦覆蓋給定的長方形，並利用乘法算式算出有多少個1平方公分

例如下圖是用1平方公分方瓦覆蓋的長方形，要求學生用一排有幾個1平方公分，一共有幾排的方式，利用乘法「 $5 \times 3 = 15$ 」算出面積是15平方公分。



步驟三：理解被乘數、乘數和長邊、寬邊的公分數之間的關係。

例如長邊是5公分，剛好有5個1平方公分的方瓦，也就是一排有5個1平方公分，寬邊是3公分，剛好有3個1平方公分的方瓦，也就是一共有3排。

步驟四：透過長邊和寬邊的公分數，直接用乘法算出單位面積的個數，並形成長乘以寬面積公式算法的共識。

長邊是 5 公分，表示一排有 5 個 1 平方公分，寬邊是 3 公分，表示一共有 3 排，因此可以透過長邊及寬邊的公分數，利用一排有幾個、有幾排的方式算出長方形的面積，並得到「長方形面積 = 長邊的公分數 × 寬邊的公分數」的結果。

當學生有一些利用上述公式解題的經驗後，教師可以將上述公式中「長邊的公數 × 寬邊的公分數」簡記為「長邊 × 寬邊」或「長 × 寬」。

(五) 連除兩步驟問題

1. 評量目標

第 3 題(試題如下)對應的學習內容是「N-4-3 解題：兩步驟應用問題(乘除 · 連除)。乘與除、連除之應用解題。備註：由於除法有等分除和包含除兩種類型，教學應注意題型的多元性。可和併式學習一起進行 (R-4-1)。」

糖果工廠一天生產 24000 顆糖果，每 60 顆糖果裝一包，每 4 包糖果裝一箱。請問糖果工廠一天生產多少箱糖果？

- ① 5760000
- ② 1600
- ③ 1000
- ④ 100

本題是連除兩步驟文字題，要求學生算出答案，評量學生連除兩步驟問題解題的能力。

本題的評量重點是解連除兩步驟文字題，但是在解題過程中，學生必須具備利用被除數和除數都有多個 0 大數除法直式計算解題的能力，下面說明如何幫助學生熟練被除數和除數都有多個 0 大數除法的直式計算。

「 $16000 \div 3000 = 5 \dots 1000$ 」，商是 5，餘數是 1000 個「一」。

「 $1600 \div 300 = 5 \dots 100$ 」，商是 5，餘數是 100 個「十」。

「 $160 \div 30 = 5 \dots 10$ 」，商是 5，餘數是 10 個「百」。

「 $16 \div 3 = 5 \dots 1$ 」，商是 5，餘數是 1 個「千」。

上面四個算式是相同的問題，只是被除數和除數的單位不一樣，得到的商和餘數都一樣，只是餘數的單位不一樣。被除數和除數同時換單位，會讓計算的數字變小。

建議教師應幫助學生熟練被除數和除數同時換單位的解題策略，國小六年級除數是分數和小數的除法問題，都是利用被除數和除數同時換單位來解題。

下面以「 $6000 \div 700 = (\quad) \dots (\quad)$ 」為例，說明如何幫助學生解題。

步驟一：先布問題「60 張百元鈔票，每人分 7 張，最多可以分給多少人？還剩下幾張百元鈔票？也就是多少元？」。

學生可以利用「 $60 \div 7 = 8 \dots 4$ 」，得到可以分給 8 人，還剩下 4 張百元鈔票也就是 400 元的答案。

步驟二：再布問題「6000 元，每人分 700 元，最多可以分給多少人？還剩下多少元？」，限制學生必須將 6000 元和 700 元都換成 100 元鈔票後再計算，學生將 6000 元換成 60 張 100 元，將 700 元換成 7 張 100 元，透過「 $60 \div 7 = 8 \dots 4$ 」，算出可以分給 8 人，還剩下 4 張百元鈔票，也就是 400 元。

教師可以說明此方法是將被除數和除數同時換成以 100 為單位的算法。

2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為 0.54，正確答案為選項④，通過率為 71%，顯示超過七成的學生已具備解決連除兩步驟問題的能力。
- (2) 有 5% 的學生選擇①（低分組有 14%），這些學生可能誤解題意，而以連乘的方式進行解題。
- (3) 有 14% 的學生選擇②（低分組有 30%），這些學生可能誤解題意，而以先除後乘的方式進行解題。

(4) 有 9% 的學生選擇③ (低分組有 16%)，這些學生可能已具備解決連除兩步驟問題的能力，但是不具備利用大數除法直式計算解題的能力，在計算 $24000 \div 60$ 時計算發生錯誤。

3. 教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

(1) 乘、除及連除兩步驟問題是兩步驟問題中最困難的題型，學生已熟練先乘後加 (減)、先加 (減) 後乘、先除後加 (減)、先加 (減) 後除、連乘兩步驟問題，並不表示學生也熟練乘、除及連除兩步驟問題。如果學生無法解乘、除及連除兩步驟問題，教師應透過分段布題的方式，幫助學生用兩個算式記錄解題活動。

(2) 以「1 袋餅乾有 30 包，老師買了 5 袋，平分給 25 個人，每個人可以分到多少包餅乾？」為例，教師可透過分段布題的方式，幫助學生用兩個算式記錄解題活動。

步驟一：先布問題「1 袋餅乾有 30 包，老師買了 5 袋，共有多少包？」，用算式把做法記下來。幫助學生用算式「 $30 \times 5 = 150$ 」把做法記下來。

步驟二：再布問題「150 包餅乾，平分給 25 個人，每個人可以分到多少包餅乾？」，用算式把做法記下來。幫助學生用算式「 $150 \div 25 = 6$ 」記錄解題活動。

步驟三：回到原問題「1 袋餅乾有 30 包，老師買了 5 袋，平分給 25 個人，每個人可以得多少包餅乾？」，用兩個算式把先算什麼，再算什麼的算法記下來。幫助學生用兩個算式「 $30 \times 5 = 150$ ， $150 \div 25 = 6$ 」把做法記下來。

114 年學力檢測測驗題本 數學四年級

作答注意事項：

各位同學：

你們好。

這是一份數學的試題，總共 25 題。

測驗時間為 40 分鐘。

每一題請選出一個最合適的答案，並用 2B 鉛筆在答案卡畫記，不可超出格線外，如果需要修改答案，請使用橡皮擦擦拭乾淨，再重新畫記。

畫記說明：

當你想選④時，請在「答案卡」該題題號後方把④的圓圈塗黑，如：① ② ③ ●

其他事項：

★ 每一題都要回答。

★ 試題如有錯誤，請立即告知老師。

學 校	
班 級	
座 號	
姓 名	

1. 「 $83 \div \square = 11 \cdots 6$ 」，請問 \square 內要填入哪個數？

- (1) 5
- (2) 7
- (3) 8
- (4) 9

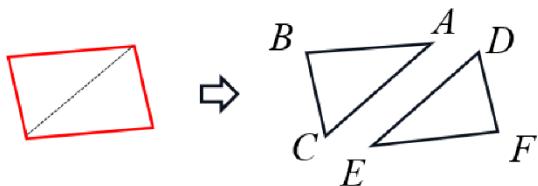
2. 百貨公司舉辦滿額集點送贈品活動，只要消費滿 1600 元，就可以累積 1 點，集滿 200 點，就可以兌換一臺微波爐。如果想要透過滿額集點兌換到一臺微波爐，最少需要在百貨公司消費多少元？

- (1) 3200
- (2) 32000
- (3) 320000
- (4) 3200000

3. 糖果工廠一天生產 24000 顆糖果，每 60 顆糖果裝一包，每 4 包糖果裝一箱。請問糖果工廠一天生產多少箱糖果？

- (1) 5760000
- (2) 1600
- (3) 1000
- (4) 100

4. 如圖，平行四邊形上、下兩邊的長都是 8 公分，左、右兩邊的長都是 6 公分。將左圖中的平行四邊形，沿著其中一條對角線剪開，剪開後得到右圖中兩個全等的三角形。



請問下面敘述何者正確？

- ① AB 邊和 DE 邊的長度相等
- ② BC 邊的對應邊是 FE 邊
- ③ $\angle B$ 和 $\angle F$ 的角度相等
- ④ $\angle C$ 的對應角是 $\angle E$

5. 爸爸的年終獎金是 12 萬 5300 元，年終獎金和 2 月份的薪水，合起來是 19 萬 700 元，爸爸 2 月份的薪水是多少元？

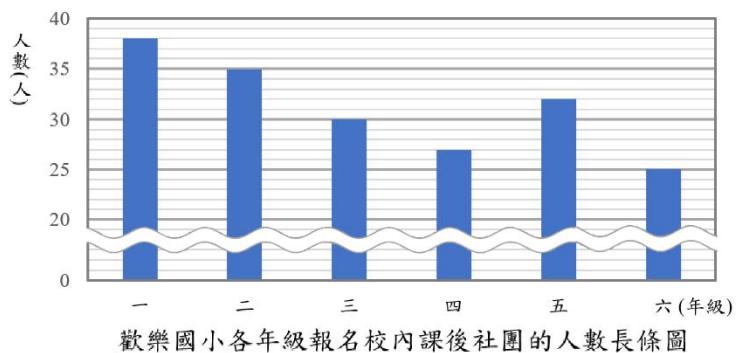
- ① 6 萬 5400 元
- ② 7 萬 4600 元
- ③ 7 萬 4700 元
- ④ 7 萬 5400 元

6. 下圖是 1 條緞帶，平分成 9 段後的 1 段是 $\frac{2}{5}$ 公尺。
請問這條緞帶長多少公尺？



- ① $\frac{2}{45}$
- ② $\frac{18}{45}$
- ③ $3\frac{3}{5}$
- ④ $9\frac{2}{5}$

7. 下圖是歡樂國小各年級報名校內課後社團的人數長條圖。



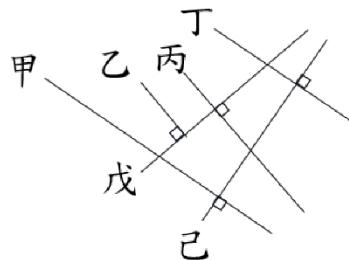
請問下列敘述何者正確？

- ① 上圖可以知道報名總人數，但是看不到男女生人數
- ② 低年級（一、二年級）報名總人數超過 80 人
- ③ 高年級（五、六年級）報名總人數比中年級（三、四年級）多
- ④ 低年級（一、二年級）報名總人數的 2 倍和全校報名總人數一樣多

8. 「小明有 120 顆糖果，留下 45 顆後，把剩下的糖果平分給 5 位朋友。
請問每位朋友可以分到多少顆糖果？」下面哪個算式和答案都正確？

- ① $120 - 45 \div 5 = 75 \div 5 = 15$ ，答：15 顆
- ② $120 - 45 \div 5 = 120 - 9 = 111$ ，答：111 顆
- ③ $(120 - 45) \div 5 = 75 \div 5 = 15$ ，答：15 顆
- ④ $(120 - 45) \div 5 = 120 - 9 = 111$ ，答：111 顆

9. 關於下面圖形中兩條直線平行或垂直關係的敘述，何者錯誤？



- ① 甲、丁兩條直線平行
- ② 乙、丙兩條直線平行
- ③ 甲、戊兩條直線垂直
- ④ 丁、己兩條直線垂直

10. 下面是甲和乙兩位老師描述四邊形ㄉ的說法：

甲說：四邊形ㄉ的 4 個邊一樣長。

乙說：四邊形ㄉ的四個角都不是直角。

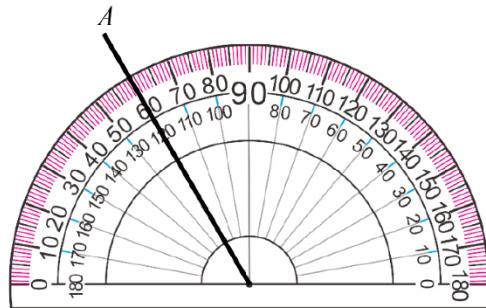
請問四邊形ㄉ是哪一種四邊形？

- (1) 正方形
- (2) 長方形
- (3) 梯形
- (4) 菱形

11. 下列哪個算式正確？

- (1) $109 - 50 + 10 = 109 - 60 = 49$
- (2) $60 \times (20 - 5) = 60 \times 15 = 900$
- (3) $45 \div 5 \times 3 = 45 \div 15 = 3$
- (4) $50 + 28 \div 2 = 78 \div 2 = 39$

12. 如圖，A 線在量角器外圈刻度 60 的位置。老師將 A 線做三次旋轉。
第一次順時針旋轉 40 度，第二次逆時針旋轉 80 度，第三次順時針旋轉 20 度。請問 A 線最後在量角器上外圈什麼刻度的位置？



- ① 40
- ② 60
- ③ 100
- ④ 120

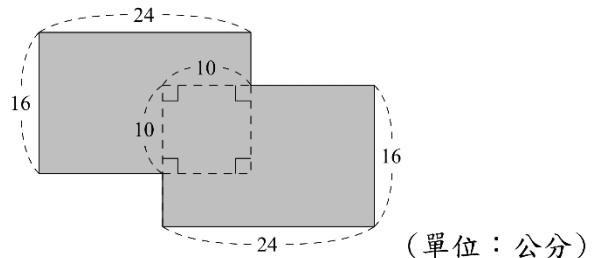
13. 下面是開心國小統計圖書館三種書籍類別借書量的統計表。

年級 \ 類別	科學類	文學類	繪本類	合計 (本)
低年級	13	?	78	106
中年級	89	43	57	?
高年級	68	53	34	155
合計 (本)	?	111	169	450

請依據統計表，選出正確的敘述？

- ① 低年級借書量最多的是文學類
- ② 從科學類書籍的借書量來看，借書量最多的是高年級
- ③ 低、中、高年級當中，借書量最多的是高年級
- ④ 三種書籍類別中，全校學生借書量最多的是科學類

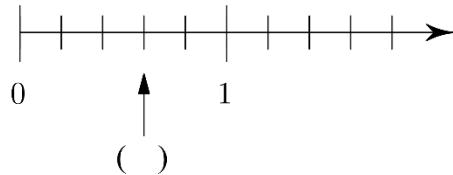
14. 下面是兩個長方形疊合所成的圖形。
請問塗色部分的面積是多少平方公分？



15. 布告欄是長 3.25 公尺，寬 2.8 公尺的長方形。
請問布告欄的周長是多少公尺？

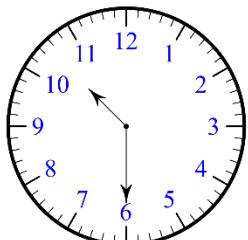
- (1) 3.53
- (2) 6.05
- (3) 7.06
- (4) 12.1

16. 下圖是一條數線，() 內要填入哪個數？

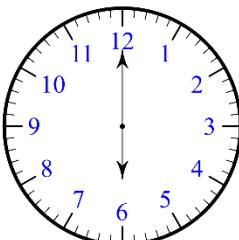


- (1) 0.3
- (2) $\frac{3}{5}$
- (3) $\frac{3}{9}$
- (4) $\frac{4}{6}$

17. 如圖，圖一是安安晚上就寢的時刻，圖二是安安早上起床的時刻。



圖一



圖二

請問安安睡了多久？

- (1) 6 小時
- (2) 7 小時 30 分鐘
- (3) 8 小時
- (4) 8 小時 30 分鐘

18. 下面有關面積大小的敘述，哪一個最不合理？

- ① 一張 100 元紙鈔的面積大約是 100 平方公分
- ② 數學課本封面的面積大約是 500 平方公分
- ③ 一張色紙的面積大約是 100 平方公分
- ④ 一條手帕的面積大約是 4 平方公分

19. 爸爸開車載四兄弟往嘉義的路上，看到下面的交通標誌。



大毛說：還要 3100 公尺就到嘉義。

二毛說：還要 18 公里就到大林。

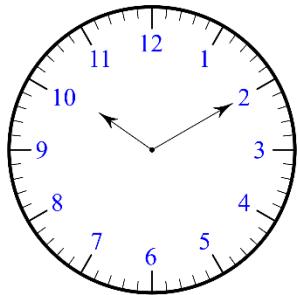
三毛說：還要 500 公尺就到斗南。

四毛說：還要 5000 公尺就到斗南。

請問哪兩個人的說法正確？

- ① 大毛和二毛
- ② 大毛和四毛
- ③ 二毛和三毛
- ④ 二毛和四毛

20. 從 10 時 10 分到 10 時 45 分，分針旋轉了多少度？



- ① 210
- ② 180
- ③ 70
- ④ 35

21. 下面是甲和乙兩人關於三角形的說法。

甲說：有兩個銳角的三角形一定是銳角三角形。

乙說：等腰直角三角形中有兩個一樣大的銳角。

請問哪些人的說法正確？

- ① 只有甲正確
- ② 只有乙正確
- ③ 甲、乙都正確
- ④ 甲、乙都不正確

22. 將 1 片百格板平分成 100 份，其中的 1 份是 1 格。

將 1 條橘色積木平分成 10 份，其中的 1 份也是 1 格。

甲說：0.99 片百格板和 1 格合起來，和 1 片百格板一樣多。

乙說：1 條橘色積木和 1 格合起來，和 0.11 片百格板一樣多。

請問哪些人的說法正確？

① 只有甲正確

② 只有乙正確

③ 甲和乙都正確

④ 甲和乙都不正確

23. 電梯的安全載重量是 629 公斤，指的是電梯最多只能載重 629 公斤，

載重超過 629 公斤就可能發生危險。

電梯的安全載重量是 629 公斤，我們習慣在電梯中標示限重 600 公斤。

已知 A 電梯的安全載重量是 790 公斤，

B 電梯的安全載重量是 709 公斤。

下面是甲、乙、丙、丁四人關於如何描述電梯限重幾公斤的說法。

甲說：A 電梯限重 700 公斤，B 電梯限重 800 公斤。

乙說：A 電梯限重 800 公斤，B 電梯限重 700 公斤。

丙說：A 電梯和 B 電梯都限重 700 公斤。

丁說：A 電梯和 B 電梯都限重 800 公斤。

請問誰的說法合理？

① 甲

② 乙

③ 丙

④ 丁

24. 一箱飲料有 24 瓶，我們可以用 $24 \div 4 = 6$ ， $6 \times 3 = 18$ ，
算出 $\frac{3}{4}$ 箱飲料有 18 瓶。小玉買了 $\frac{5}{3}$ 箱，小丸子買了 $\frac{11}{6}$ 箱，
花輪買了 38 瓶。請問誰買的飲料最多？誰買的飲料最少？

- ① 小丸子買的飲料最多，小玉買的飲料最少
- ② 小丸子買的飲料最多，花輪買的飲料最少
- ③ 花輪買的飲料最多，小玉買的飲料最少
- ④ 小玉買的飲料最多，花輪買的飲料最少

25. 「 $600000 \div 700$ 」的商是甲，餘數是 a 。
「 $60000 \div 70$ 」的商是乙，餘數是 b 。
「 $6000 \div 7$ 」的商是丙，餘數是 c 。
下列關於商和餘數的敘述，何者正確？

- ① 商都一樣大，餘數最大的是 a
- ② 商都一樣大，餘數也都一樣大
- ③ 商最大的是甲，餘數最大的是 a
- ④ 商最小的是丙，餘數最小的是 c