

114 年度縣市學生學習能力檢測

數學五年級施測結果報告

國立臺中教育大學

National Taichung University of Education

測驗統計與適性學習研究中心

中華民國 114 年 12 月

目 錄

壹、背景與目的	1
一、背景.....	1
二、目的.....	1
貳、參與縣市與檢測規模	2
參、檢測對象與檢測工具	3
一、檢測對象.....	3
二、檢測工具.....	3
肆、試題分析與教學建議	5
伍、整體學力表現分析	108
一、不同背景變項學生整體學力表現分析.....	108
二、國民小學五年級學生於不同學習重點之答對率表現.....	109
陸、整體教學建議	117
柒、附錄	135

壹、背景與目的

一、背景

測驗與評量是教育歷程中十分重要的一環，透過學力檢測可協助師生瞭解學生之學習成效與升學進路，及早發現待加強學生並啟動積極性教學介入，教育當局亦能評估施行的相關政策，透過調節教育資源來強化發展教學成效。

107 年開始，桃園市等五縣市以委託形式，由國立臺中教育大學測驗統計與適性學習研究中心協助辦理縣市學生學習能力檢測試題研發暨資料分析工作，108 年起，改以中心自辦學力檢測研發，各縣市依需求參與形式運作，114 年度有基隆市、新北市、桃園市、新竹縣、新竹市、苗栗縣、臺中市、南投縣、雲林縣、嘉義縣、嘉義市、臺南市、高雄市、屏東縣、花蓮縣、澎湖縣以及金門縣等十七縣市共同參與，檢測對象為國民中小學三年級至八年級學生，檢測科目包含國語文、數學和英語文。

此份報告係根據檢測分析結果撰寫，現場教師可據以瞭解學生於各評量向度之表現情形，進而對學生進行適性適才之教學；教育決策者亦可更精準的將相關資源挹注於需求性相對較高的教育現場，讓教育和教學有效的朝「把每一個孩子帶上來」的方向前進。

二、目的

- (一) 測驗專責單位統一研發試題，降低各縣市命題壓力和研發成本。
- (二) 國民小學及國民中學學生學習能力檢測分析結果，協助教師瞭解學生學習概況以及科目內有待加強之內容向度。
- (三) 不同背景變項國民小學及國民中學學生學習能力表現之差異分析，可做為學校輔導或教育政策研擬之參考。

貳、參與縣市與檢測規模

本年度縣市學生學習能力檢測於 114 年 5 月 29 日進行，數學五年級施測人數為 97,513 人。各縣市在數學五年級之詳細參與情形如下表 2-1 所示。

表 2-1 114 年度國民小學學生學習能力檢測數學五年級縣市參與人數摘要表

參與縣市	報考學生人數	到考人數	缺考人數
基隆市	2,517	2,435	82
新北市	33,435	32,302	1,133
新竹縣	6,508	6,240	268
新竹市	5,151	4,969	182
苗栗縣	4,576	4,469	107
臺中市	2,465	2,369	96
南投縣	3,554	3,431	123
雲林縣	4,938	4,757	181
嘉義縣	2,758	2,671	87
嘉義市	2,362	2,273	89
臺南市	14,930	14,475	455
高雄市	8,260	7,957	303
屏東縣	5,682	5,490	192
花蓮縣	2,548	2,493	55
澎湖縣	567	541	26
金門縣	644	641	3
總計	100,895	97,513	3,382

參、檢測對象與檢測工具

一、檢測對象

114 年參與國立臺中教育大學所承辦「國民小學數學五年級學生學習能力檢測」者為基隆市、新北市、新竹縣、新竹市、苗栗縣、臺中市、南投縣、雲林縣、嘉義縣、嘉義市、臺南市、高雄市、屏東縣、花蓮縣、澎湖縣及金門縣等十六縣市之國民小學五年級學生(未排除資源班及特殊生)，應考名冊羅列 100,895 人、實際施測人數 97,513 人，其中男生 51,584 人、女生 48,645 人、未填寫性別 666 人，整體缺考率約為 3.4%。

二、檢測工具

「國民小學數學五年級學生學習能力檢測」(以下簡稱學力檢測)由國立臺中教育大學測驗統計與適性學習研究中心邀集數學領域專家教授及現職國民小學教師組成命審題團隊。本次學力檢測試題包括「評量指標－知識向度」與「評量指標－認知向度」等兩個向度。其中，評量指標－知識向度包含數與計算、量與實測、空間與形狀以及關係等四個指標；評量指標－認知向度包含概念理解、程序執行與解題思考等三個指標。學力檢測施測之正式題本總題數為 25 題，試題評量架構與試題各面向之題數分布如表 3-1 所示。

表 3-1 數學領域五年級正式題本評量指標架構與試題之題數分布

知識向度 \ 認知向度	概念理解	程序執行	解題思考
數與計算	4	4	3
量與實測	-	-	1
空間與形狀	1	4	1
關係	3	2	2

命題團隊為顧及試題分布之均衡性，依概念理解、程序執行與解題思考等三個評量指標－認知向度；數與計算、量與實測、空間與形狀以及關係等四個評量指標－知識向度，二個面向進行測驗試題之設計。「**數與計算**」：等值分數；十進位的位值系統；多步驟應用問題；公因數和公倍數；異分母分數；分數的乘法；整數相除之分數表示；分數除以整數；小數的乘法；整數、小數除以整數(商為小數)；對小數取概數。「**量與實測**」：日常生活的時間加減問題(含進退位)；體積(立方公分)。「**空間與形狀**」：三角形與四邊形的性質；三角形與四邊形的面積；扇形；線對稱；正方體和長方體的體積；空間中面與面的關係；球、柱體與錐體。「**關係**」：數量模式與推理；三步驟問題併式；四則計算規律；以符號表示數學公式；乘法對加法的分配律。詳細試題內容於各評量指標之分布題數如表 3-2 所示。

表 3-2 數學領域五年級施測正式題本於評量指標之題數分析

向度	能力指標	題數	題號
數與計算	概念理解 N-5-3、N-5-3、N-5-5、N-5-11	4	01、16、18、22
	程序執行 N-5-9、N-5-1、N-5-8、N-5-6	4	02、07、08、24
	解題思考 N-4-6、N-5-4、N-5-7	3	14、20、25
量與實測	解題思考 N-4-13	1	21
空間與形狀	概念理解 S-5-6	1	05
	程序執行 S-5-1、S-5-3、S-5-2、S-5-5	4	09、15、17、23
	解題思考 S-5-7	1	10
關係	概念理解 R-5-2、R-5-3、R-4-2	3	04、11、12
	程序執行 R-5-1、R-5-2	2	03、13
	解題思考 R-4-4、R-5-1	2	06、19

肆、試題分析與教學建議

本報告先分析「114 年國民小學數學五年級學生學習能力檢測」結果，再針對各試題提供相關建議，本試卷信度 Cronbach's alpha 值為 0.8，具一致性、穩定性及可靠性。

整份試卷未作答、連續五題以上未作答或答對率低於 0.25，且作答反應中有疑似亂答為無效樣本者予以刪除，資料整理後納入分析之有效樣本數為 97,416 人，其中各科試題分析結果呈現時所涉及的名詞分別定義如表 4-1：

表 4-1 試題分析名詞解釋

試題分析名詞	解釋
高分組	參與測驗有效樣本總分排名前 27%之學生。
低分組	參與測驗有效樣本總分排名後 27%之學生。
選答率	參與測驗有效樣本於此試題選答各選項之比率。
通過率	參與測驗有效樣本之試題答對率。
鑑別度	高分組試題答對率與低分組試題答對率之差。

試題代碼：本次學力檢測試題分析報告中，每道數學題幹均配有一組試題代碼「114-Mn₁-□n₂-n₃」。其中，M 表示「數學科」；n₁ 表示「n₁ 年級」；□表示「知識向度」(A：數與計算；B：量與實測；C：空間與形狀；D：關係)；n₂ 表示「認知向度」(1：概念理解；2：程序執行；3：解題思考)；n₃ 表示「題號」(01 表示第 1 題)。

題號	試題代碼					答案	
1	114-M5-A1-01					3	
學習重點	N-5-3 公因數和公倍數：因數、倍數、公因數、公倍數、最大公因數、最小公倍數的意義。 備註：以概念認識為主，不用短除法（N-6-1、N-6-2）。						
知識向度	數與計算			認知向度		概念理解	
題目	已知 42 的倍數有 42 、84 、126 、168 、210 、…… 。 下列何者是 28 和 42 的最小公倍數？ ① 7 ② 14 ③ 84 ④ 168						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：59%
	全 體	0.27	0.06	0.59	0.08	0.00	
	高分組	0.07	0.01	0.86	0.06	0.00	鑑別度：0.57
	低分組	0.47	0.14	0.29	0.09	0.00	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定兩數及其中一數部分的倍數，要求學生找出兩數的最小公倍數，評量學生求兩數最小公倍數的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 59%，高分組答對率 86%，低分組答對率 29%，鑑別度 0.57。							
2. 59%的學生選擇正確答案③，27%的學生選擇①，6%的學生選擇②，8%的學生選擇④。							
(三) 選項及學生表現說明							
1. 本題鑑別度為 0.57，正確答案為選項③，通過率為 59%，顯示近六成的學生已具備求兩數最小公倍數的能力。							

2. 有 27% 的學生選擇① (低分組有 47%)，這些學生可能尚未具備求兩數最小公倍數的能力；也可能混淆「最小公倍數」和「最大公因數」的意義，以「最大公因數」當成「最小公倍數」的答案；也可能受到關鍵字「最小」的影響，選擇數字比較小的「最大公因數」為答案。
3. 有 6% 的學生選擇② (低分組有 14%)，這些學生可能尚未具備求兩數最小公倍數的能力，以兩數的公因數為答案。
4. 有 8% 的學生選擇④ (低分組有 9%)，這些學生可能尚未具備求兩數最小公倍數的能力，以兩數的公倍數為答案。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-2-6 乘法：乘法的意義與應用。在學習乘法過程，逐步發展「倍」的概念，做為統整乘法應用情境的語言。 備註：可在乘法解題脈絡中，自然使用連加算式，不限步驟。最後能以行列模型理解乘法交換律(R-2-3)。</p> <p>N-3-4 除法：除法的意義與應用。基於 N-2-9 之學習，透過幾個一數的解題方法，理解如何用乘法解決除法問題，熟練十乘法的範圍的除法，作為估商的基礎。</p>	<p>N-5-3 公因數和公倍數：因數、倍數、公因數、公倍數、最大公因數、最小公倍數的意義。 備註：以概念認識為主，不用短除法(N-6-1、N-6-2)。</p>	<p>N-6-2 最大公因數與最小公倍數：質因數分解法與短除法。兩數互質。運用到分數的約分與通分。 備註：不做三數的最大公因數與最小公倍數。應包含練習將分數化成最簡分數的問題。</p>

	備註：建議先處理整除情境，在處理有餘數的情境。教學中應有乘、除法並陳之單元，讓學生能主動察覺乘法與除法的問題差異。		
--	---	--	--

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能無法掌握最小公倍數的意義，混淆最小公倍數和最大公因數的求法。
把「42 和 28 的最大公因數」當成「42 和 28 的最小公倍數」。
2. 學生可能受到關鍵字「最小」的影響，選擇數字比較小的「最大公因數」為答案。
3. 部分安親班五年級就引入短除法幫助學生較快速的算出最大公因數和最小公倍數，以本題為例，建議教師在評量時儘量不要命「求 42 和 28 的最小公倍數」或「求 42 和 28 的最大公因數」這類題型，儘量命像本題這類的題型，學生只要逐一判斷給定 42 的倍數是否也是 28 的倍數，即可找出 42 和 28 的公倍數或公因數。

(二) 核心概念與本題的教學重點

下面以「求 8 和 12 的最小公倍數」為例，提出兩種幫助五年級學生解題的方法。

方法一：分別列出 8 和 12 的部分倍數。

8 的部分倍數：8、16、24、32、40、48、56、64、72、80、88、96.....。

12 的部分倍數：12、24、36、48、60、72、84、96.....。

再找出兩數的共同倍數有：24、48、72、96.....，其中 24 是最小公倍數。

方法二：先列出 12 部分的倍數 12、24、36、48、60、72、84、96.....，再判斷這些數是否為 8 的倍數，例如：24、48、72、96 也是 8 的倍數，所以 24、48、72、96 是 8 和 12 的公倍數，幫助學生簡化求公倍數的解題過程，並判斷兩數的公倍數中，最小公倍數為 24。

題號	試題代碼				答案		
2	114-M5-A2-02				2		
學習重點	N-5-9 整數、小數除以整數 (商為小數)：整數除以整數 (商為小數)、小數除以整數的意義。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。能用概數協助處理除不盡的情況。熟悉分母為 2、4、5、8 之真分數所對應的小數。 備註：原則上只處理商限三位小數的情況。可讓學生從計算中發現可能有除不盡的循環現象，教師以概數處理這類問題(N-5-11)，不處理「循環小數」的命名與課題。						
知識向度	數與計算		認知向度		程序執行		
題目	請問「 $1 \div 7$ 」商算到小數點後第三位時的餘數為何？ ① 0.0006 ② 0.006 ③ 0.06 ④ 0.6						
選答率	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率：66%
	全 體	0.10	0.66	0.16	0.08	0.00	
	高分組	0.07	0.86	0.05	0.01	0.00	鑑別度：0.44
	低分組	0.12	0.42	0.30	0.16	0.00	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題是整數除以整數且商為小數的計算題，要求學生算出餘數，評量學生除法直式計算的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 66%，高分組答對率 86%，低分組答對率 42%，鑑別度 0.44。							
2. 66%的學生選擇正確答案②，10%的學生選擇①，16%的學生選擇③，8%的學生選擇④。							

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.44，正確答案為選項②，通過率為 66%，顯示近七成的學生已具備商是小數除法直式計算的能力。
2. 有 10% 的學生選擇① (低分組有 12%)，這些學生可能已具備整數除以整數、商是整數情境除法直式計算的能力，但是尚未具備除數是整數且商是小數情境除法直式計算的能力。
3. 有 16% 的學生選擇③ (低分組有 30%)，這些學生可能已具備整數除以整數、商是整數情境除法直式計算的能力，但是尚未具備除數是整數且商是小數情境除法直式計算的能力。
4. 有 8% 的學生選擇④ (低分組有 16%)，這些學生可能已具備整數除以整數、商是整數情境除法直式計算的能力，但是尚未具備除數是整數且商是小數情境除法直式計算的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-4-2 較大位數之乘除計算：處理乘數與除數為多位數之乘除直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。 備註：直式計算乘數與除數限三位。直式計算須注意 0 的教學。較大位數除法須進行估商的教學。知道如「 1600×200 」與「 $60000 \div 400$ 」這類算式，可發展出更簡單的計算方法。	N-5-9 整數、小數除以整數 (商為小數)：整數除以整數 (商為小數)、小數除以整數的意義。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。能用概數協助處理除不盡的情況。熟悉分母為 2、4、5、8 之真分數所對應的小數。 備註：原則上只處理商限三位小數的情況。可讓學生從計算中發現可能有除不盡的循環現象，教師以	N-6-4 小數的除法：整數除以小數、小數除以小數的意義。直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。處理商一定比被除數小的錯誤類型。 備註：可不處理餘數問題，若要處理，限於具體合理的生活情境，商限定為整數，並小心在直式計算中處理餘數問題。餘數問題不評量。

		概數處理這類問題 (N-5-11)，不處理「循環小數」的命名與課題。	
--	--	------------------------------------	--

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能已具備整數除以整數、商是整數情境除法直式計算的能力，但是尚未具備除數是整數且商是小數情境除法直式計算的能力，無法掌握餘數的位值。
2. 學生可能不知道商是整數時，直式計算得到的餘數是多少個 1，商是一位小數時，直式計算得到的餘數是多少個 0.1，商是二位小數時，直式計算得到的餘數是多少個 0.01，商是三位小數時，直式計算得到的餘數是多少個 0.001。
3. 教師幫助學生解整數除以整數、商是整數情境除法直式計算時，應回到情境說明每一個步驟解題的意義，才能幫助學生將商是整數的情境延伸至商是小數的情境。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 教師可以先布小數除以整數，商數是小數且有餘數的問題，例如：「 $17.5 \div 4$ 」。
再布整數除以整數，商數是小數且有餘數的等分除問題，例如：「 $17 \div 4$ 」。
「 $17.5 \div 4$ 」的被除數是一位小數，學生較容易類比整數除法直式計算，將整數位的餘數 1 轉換成 10 個 0.1，再加上原有的 0.5 後繼續運算。而「 $17 \div 4$ 」的被除數是整數，學生不易自行加上小數點，再將整數位的餘數 1 轉換成 10 個 0.1。
2. 以「將 231.8 公升果汁，平分裝成 14 瓶，每瓶最多可以裝幾公升，剩下幾公升？（商數算到小數第一位）」為例，說明如何幫助學生解小數除以整數除法直式計算。
步驟一：將 231.8 分解為 2 個「100」、3 個「10」、1 個「1」和 8 個「0.1」。
步驟二：先分 2 個「100」，2 個「100」平分成 14 份不夠分，將 2 個「100」換成 20 個「10」，加上原有的 3 個「10」，合起來是 23 個「10」。
23 個「10」平分成 14 份，每份是 1 個「10」。

步驟三：還剩下 9 個「10」不夠分，9 個「10」再換成 90 個「1」，加上原有的 1 個「1」，合起來是 91 個「1」。

步驟四：91 個「1」平分成 14 份，每份是 6 個「1」，分掉 84 個「1」。

步驟五：還剩下 7 個「1」不夠分，7 個「1」換成 70 個「0.1」，加上原有的 8 個「0.1」，合起來是 78 個「0.1」。

步驟六：78 個「0.1」平分成 14 份，每份是 5 個「0.1」，分掉 70 個「0.1」。

步驟七：剩下 8 個「0.1」。

步驟八：每瓶分到 1 個「10」、6 個「1」和 5 個「0.1」，剩下 8 個「0.1」，也就是每瓶分到 16.5 公升，剩下 0.8 公升。

上述的解題活動，可以使用下列直式來記錄：

	1 6. 5	⇒ 步驟八
1 4) 2 3 1. 8	⇒ 步驟一
	1 4	⇒ 步驟二
	9 1	⇒ 步驟三
	8 4	⇒ 步驟四
	7 8	⇒ 步驟五
	7 0	⇒ 步驟六
	8	⇒ 步驟七

題號	試題代碼				答案	
3	114-M5-D2-03				4	
學習重點	R-5-1 三步驟問題併式：建立將計算步驟併式的習慣，以三步驟為主。介紹「平均」。與分配律連結。 備註：學習併式不表示此後所有解題教學都必須併式（N-6-9）。					
知識向度	關係		認知向度		程序執行	
題目	將下列三個算式合併成一個算式。 $750 + 599 = 1349$ $1349 \times 5 = 6745$ $7000 - 6745 = 255$ 下列哪個選項正確？ ① $750 + 599 \times 5 - 7000 = 255$ ② $(750 + 599) \times 5 - 7000 = 255$ ③ $7000 - 750 + 599 \times 5 = 255$ ④ $7000 - (750 + 599) \times 5 = 255$					
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他
	全 體	0.03	0.20	0.04	0.72	0.00
	高分組	0.00	0.06	0.01	0.93	0.00
	低分組	0.09	0.37	0.10	0.43	0.00
通過率：72%						
鑑別度：0.50						

一、試題分析

(一) 評量目標

本題給定三個算式，要求學生改記成一個算式，評量學生三步驟問題併式的能力。

(二) 數據說明

1. 整體通過率 72%，高分組答對率 93%，低分組答對率 43%，鑑別度 0.50。

2. 72%的學生選擇正確答案④，3%的學生選擇①，20%的學生選擇②，4%的學生選擇③。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.50，正確答案為選項④，通過率為 72%，顯示超過七成的學生已具備三步驟問題併式的能力，這些學生也掌握「括號先算」、「先乘除後加減」及「由左往右算」運算次序的約定。
2. 有 3%的學生選擇①（低分組有 9%），這些學生可能不具備三步驟問題併式的能力，依據給定三個算式的順序進行併式。
3. 有 20%的學生選擇②（低分組有 37%），這些學生可能具備兩步驟問題併式的能力，但不具備三步驟問題併式的能力，這些學生可能沒有數感，沒有察覺 6745 比 7000 小。
4. 有 4%的學生選擇③（低分組有 10%），這些學生可能不具備三步驟問題併式的能力，也可能已具備三步驟問題併式的能力，但是忘記先算的部分要加上括號。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	R-4-1 兩步驟問題併式：併式是代數學習的重要基礎。含四則混合計算的約定（由左往右算、先乘除後加減、括號先算）。學習逐次減項計算。 備註：限整數。2、3 年級已學習之兩步驟問題（N-2-8、N-3-7），也應複習並進行併式學習。	R-5-1 三步驟問題併式：建立將計算步驟併式的習慣，以三步驟為主。介紹「平均」。與分配律連結。 備註：學習併式不表示此後所有解題教學都必須併式（N-6-9）。	N-6-9 解題：由問題中的數量關係，列出恰當的算式解題（同 R-6-4）。可包含（1）較複雜的模式（如座位排列模式），（2）較複雜的計數：乘法原理、加法原理或其混合，（3）較複雜之情境：如年齡問題、流水問題、和差問題、雞兔問題。連結 R-6-2、R-6-3。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備三步驟問題併式的能力。
2. 學生可能已具備三步驟問題併式的能力，但是忘記先算的部分要加上括號。

3. 學生可能無法掌握「括號先算」、「先乘除後加減」及「由左往右算」運算次序的約定。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 整數兩步驟問題引入的順序包含三個部分：

第一部分：用兩個算式記錄解題活動。

二年級引入「加、減」及「加(減)、乘」兩步驟問題，

三年級引入「加(減)、除」及「連乘」兩步驟問題，

四年級引入「乘、除」及「連除」兩步驟問題。

第二部分：將兩個算式改記成一個併式，再用一個併式記錄解題活動。

第三部分：先列式，再用逐次減項的記法記錄解題過程。

第二及第三部分是四年級教學的重點。

2. 整數三步驟問題引入的順序包含兩個部分：

第一部分：用兩個算式(其中一個是併式)記錄解題活動。

第二部分：將兩個算式(其中一個是併式)改記成一個併式，再用一個併式記錄解題活動。

第三部分：先列式，再用逐次減項的記法記錄解題過程。

3. 建議教師幫助學生用併式列出三步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。可以先簡化問題，且利用有情境的問題著手，

例如： $20 + 5 = 25$ ， $25 \times 2 = 50$ ， $100 - 50 = 50$

由上述的三個算式要進行併式，我們可以設計以下問題情境，讓學生了解每個算式的意義，再進入併式的程式。

「一枝原子筆 20 元，一枝鉛筆 5 元，小李各買 2 枝，付了 100 元，請問找回多少元？」為例，說明三步驟問題的教學流程。

(1) 以「 $20 + 5 = 25$ 」此算式對照題意，讓學生明白算出的是各一枝的價錢。

(2) 以「 $25 \times 2 = 50$ 」此算式對照題意，讓學生明白算出的是買 2 組的價錢。

(3) 以「 $100 - 50 = 50$ 」此算式對照題意，讓學生明白用付的 100 元去減 2 組的價錢 50 元，算出的是找回的錢。

(4)當學生理解後，再將此三個算式讓學生練習合併成一個算式，在併成一個算式時，一定要讓學生理解每個步驟的意義是什麼。

a. $20 + 5$ 要先算，所以先用括號括起來： $(20 + 5)$

b. 25×2 算出的結果要 $\times 2$ ，所以算式繼續列出： $(20 + 5) \times 2$

c. $100 - 50$ 是要用 100 去減去剛才算出的答案，所以算式繼續列出：
 $100 - (20 + 5) \times 2$

(5)等併式成功後，再用逐次減項的記法記錄解題活動 $100 - (20 + 5) \times 2 = ()$

4. 學生解題習慣是單步驟來進行解題，一旦要用併式時會常出現問題，無法一下子將題目列成一個式子，因此建議教師在「將兩個或三個算式合併成一個算式時」，可以一開始先用情境導入，等學生理解每個步驟的意義及併式後，可以讓學生脫離情境，直接將 2~3 個算式進行併式練習，甚至可以再利用併式後的式子進行擬題的練習，如此一來，學生會更明白算式的意義。如下：

例一：

$$900 + 1500 = 2400$$

$$2400 \div 3 = 800$$

$$1000 - 800 = 200$$



$$\text{併式：} 1000 - (900 + 1500) \div 3 = 200$$



擬題：甲、乙、丙三人出遊，每人先交 1000 元，約定共同分攤旅遊花費，旅遊時花了交通費 900 元，飲食費 1500 元，請問每人可以退多少元？

例二：將三個算式合併成一個算式練習

$$(1) 300 \times 2 = 600, 600 + 250 = 850, 850 + 110 = 960$$

$$\rightarrow 300 \times 2 + 250 + 110 = 960$$

$$(2) 45 \times 6 = 270, 270 \times 3 = 810, 1000 - 810 = 190$$

$$\rightarrow 1000 - 45 \times 6 \times 3 = 190$$

$$(3) 20 \times 12 = 240, 5 \times 30 = 150, 240 + 150 = 390$$

$$\rightarrow 20 \times 12 + 5 \times 30 = 390$$

$$(4) 20 \times 8 = 160, 160 + 80 = 240, 240 \div 5 = 48$$

$$\rightarrow (20 \times 8 + 80) \div 5 = 48$$

$$(5) 12 + 15 = 27, 15 \times 27 = 405, 500 - 405 = 95$$

$$\rightarrow 500 - 15 \times (12 + 15) = 95$$

題號	試題代碼				答案		
4	114-M5-D1-04				3		
學習重點	R-5-2 四則計算規律（Ⅱ）：乘除混合計算。「乘法對加法或減法的分配律」。 將計算規律應用於簡化混合計算。熟練整數四則混合計算。 備註：乘除混合：含「連除兩數等於除以兩數之積」，不做 $a \div (b \div c)$ 之去括號。 必須呈現以下原則的範例：將應用問題轉化成算式後，再利用計算規律調 整算式進行計算解題（其中調整後的算式已無法以原情境來解釋）。						
知識向度	關係		認知向度		概念理解		
題目	「鉛筆一枝賣 39 元，哥哥早上買了 99 枝，下午又買了 1 枝，共花了多少元？」下列哪個算式 <u>無法</u> 算出正確答案？ ① $39 \times (99 + 1)$ ② $39 \times 99 + 39$ ③ $39 \times 99 + 99$ ④ $39 \times 1 + 39 \times 99$						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：76%
	全 體	0.12	0.06	0.76	0.06	0.00	
	高分組	0.02	0.02	0.96	0.00	0.00	鑑別度：0.51
	低分組	0.27	0.12	0.45	0.16	0.00	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題是先加後乘的文字題，要求學生選出可以算出答案的算式，評量學生利用乘法對加法分配律解題的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 76%，高分組答對率 96%，低分組答對率 45%，鑑別度 0.51。							
2. 76%的學生選擇正確答案③，12%的學生選擇①，6%的學生選擇②，6%的學生選擇④。							

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.51，正確答案為選項③，通過率為 76%，顯示超過七成五的學生已具備兩步驟或三步驟問題列式的能力，這些學生也具備利用乘法對加法分配律解題及簡化計算的能力。
2. 有 12%的學生選擇① (低分組有 27%)，這些學生已具備兩步驟或三步驟問題列式的能力，也具備利用乘法對加法分配律解題的能力，但是誤解題意，選出正確的選項。
3. 有 6%的學生選擇② (低分組有 12%)，這些學生可能已具備兩步驟或三步驟問題列式的能力，但是不具備利用乘法對加法分配律解題的能力，也可能誤解題意，選出正確的選項。
4. 有 6%的學生選擇④ (低分組有 16%)，這些學生可能已具備兩步驟或三步驟問題列式的能力，但是不具備利用乘法對加法分配律解題的能力，也可能誤解題意，選出正確的選項。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>R-4-2</p> <p>四則計算規律(Ⅰ)：兩步驟計算規則。加減混合計算、乘除混合計算。在四則混合計算中運用數的運算性質。</p> <p>備註：加減部分，不做 $a-(b-c)$ 之去括號。乘除只做「三數相乘，順序改變不影響其積」、「先乘後除與先除後乘的結果相同」。必須呈現以下原則的範例：將應用問題轉化成算式後，再利用計</p>	<p>R-5-2</p> <p>四則計算規律(Ⅱ)：乘除混合計算。「乘法對加法或減法的分配律」。將計算規律應用於簡化混合計算。熟練整數四則混合計算。</p> <p>備註：乘除混合：含「連除兩數等於除以兩數之積」，不做 $a \div (b \div c)$ 之去括號。必須呈現以下原則的範例：將應用問題轉化成算式後，再利用計算規律調整算式進行</p>	<p>R-6-1</p> <p>數的計算規律：小學最後應認識(1)整數、小數、分數都是數，享有一樣的計算規律。(2)整數乘除計算及規律，因分數運算更容易理解。(3)逐漸體會乘法和除法的計算實為一體。併入其他教學活動。</p> <p>備註：須理解小數和分數乘除混合計算時，常用的約分規則。在生活解題上，乘法和除法意義不同，但</p>

	算規律調整算式進行計算解題（其中調整後的算式已無法以原情境來解釋）。	計算解題（其中調整後的算式已無法以原情境來解釋）。	在計算上兩者實為一體，學生因此可提高數學認識之抽象層次。乘法和除法視為一體的好處是計算規律大為簡化。本條目不須另立獨立單元教學。
--	------------------------------------	---------------------------	--

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能誤解題意，選出正確的選項。
2. 學生可能不具備兩步驟或三步驟問題列式的能力。
3. 學生可能不具備利用乘法對加法分配律解題或簡化計算的能力。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 教師可透過宣告，告訴學生 $37 \times 99 + 37 = 37 \times 99 + 37 \times 1$ ，將 37 改記成 37×1
2. 幫助學生覺察能將 37 改記成 37×1

$$37 \times (99 + 1) = 37 \times 99 + 37 \times 1 = 37 \times 99 + 37$$

$$37 \times 99 + 37 = 37 \times 99 + 37 \times 1$$

3. 透過布情境問題，列出三個算式，理解情境並發現答案相同。以本題為例：

$$37 \times 99 + 37 = 3700$$

$$37 \times 99 + 37 \times 1 = 3700$$

$$37 \times (99 + 1) = 3700$$

4. 以「豆漿一杯 20 元，奶茶一杯 40 元，媽媽各買了 6 杯，要付多少元？」為例，說明如何幫助學生理解乘法對加法的分配律。

教學時應出現下面兩種解題的方法，如果學生只出現其中一種解法，

教師應提供另一種解法讓學生討論。

方法一：分別計算 6 杯豆漿和 6 杯奶茶的錢，再算合起來是多少錢。

$$20 \times 6 = 120, 40 \times 6 = 240, 120 + 240 = 360,$$

並改用併式「 $20 \times 6 + 40 \times 6 = 360$ 」來記錄。

方法二：將 1 杯豆漿和 1 杯奶茶看成 1 份，先算 1 份的錢，再算 6 份的錢。

$20 + 40 = 60$ ， $60 \times 6 = 360$ ，並改用併式「 $(20 + 40) \times 6 = 360$ 」來記錄。

理解乘法對加法的分配有兩個層次：

層次一：學生必須分別算出方法一的答案「 $20 \times 6 + 40 \times 6 = 360$ 」和方法二的答案「 $(20 + 40) \times 6 = 360$ 」，發現這兩種方法算出的答案相同，才可以記成「 $20 \times 6 + 40 \times 6 = (20 + 40) \times 6$ 」。

層次二：學生知道它們是同一個問題的兩種合理算法，不必算出答案，就能預期它們的答案一定相同，可以記成「 $20 \times 6 + 40 \times 6 = (20 + 40) \times 6$ 」

教師應幫助層次一的學生提升至層次二。

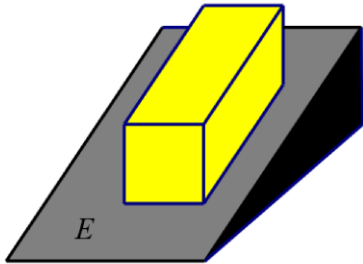
5. 可以透過面積模型幫助學生記憶乘法對加法分配律的意義，為國中利用長方形面積記憶乘法公式鋪路。

有兩種計算下列兩個長方形面積和的方法：

方法一： $5 \times 4 + 3 \times 4 = 32$

方法二： $(5 + 3) \times 4 = 32$

它們是同一個問題的兩種合理算法，不必算出答案，就能預期它們的答案一定相同，可以記成「 $5 \times 4 + 3 \times 4 = (5 + 3) \times 4$ 」。

題號	試題代碼				答案		
5	114-M5-C1-05				4		
學習重點	S-5-6 空間中面與面的關係：以操作活動為主。生活中面與面平行或垂直的現象。正方體（長方體）中面與面的平行或垂直關係。用正方體（長方體）檢查面與面的平行與垂直。 備註：強調操作與概念的合理性，不做嚴格定義。不用三角板檢查面與面的垂直，因為學生容易誤用。						
知識向度	空間與形狀		認知向度		概念理解		
題目	<p>將一個長方體放在一個斜板上，斜板的面為 E 面，請問長方體有多少個面和 E 面垂直？</p>  <p>① 0 ② 2 ③ 3 ④ 4</p>						
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率：67%
	全 體	0.13	0.15	0.05	0.67	0.00	
	高分組	0.08	0.06	0.01	0.86	0.00	鑑別度：0.44
	低分組	0.17	0.27	0.13	0.42	0.00	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定一個放在斜板上的長方體，要求學生找出和斜板垂直面的個數，評量學生是否掌握長方體中面與面的平行或垂直關係。							

(二) 數據說明

1. 整體通過率 67%，高分組答對率 86%，低分組答對率 42%，鑑別度 0.44。
2. 67%的學生選擇正確答案④，13%的學生選擇①，15%的學生選擇②，5%的學生選擇③。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.44，正確答案為選項④，通過率為 67%，顯示近七成的學生已掌握長方體中面與面的垂直與平行關係。
2. 有 13%的學生選擇① (低分組有 17%)，這些學生可能尚未掌握長方體中面與面的垂直與平行關係，也可能誤解題意，認為長方體中沒有和地面垂直的面。
3. 有 15%的學生選擇② (低分組有 27%)，這些學生可能尚未掌握長方體中面與面的垂直與平行關係，也可能學生已掌握長方體中面與面的垂直與平行關係，但是只算出視圖中看得到和斜板垂直的面。
4. 有 5%的學生選擇③ (低分組有 13%)，這些學生可能尚未掌握長方體中面與面的垂直與平行關係。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	S-4-5 垂直與平行：以具體操作為主。直角是 90 度。直角常用記號。垂直於一線的兩線相互平行。平行線間距離處處相等。作垂直線，作平行線。 備註：透過操作和觀察知道平行線間距離處處相等，非數學證明。	S-5-6 空間中面與面的關係：以操作活動為主。生活中面與面平行或垂直的現象。正方體（長方體）中面與面的平行或垂直關係。用正方體（長方體）檢查面與面的平行與垂直。 備註：強調操作與概念的合理性，不做嚴格定義。不用三角板	S-9-12 空間中的線與平面：長方體與正四面體的示意圖，利用長方體與正四面體作為特例，介紹線與線的平行、垂直與歪斜關係，線與平面的垂直與平行關係。 備註：S-5-6 僅教授「面與面的平行與垂直」，並且以操作活動為主。本條目則新增「空間中的線與線的

		檢查面與面的垂直， 因為學生容易誤用。	垂直、平行、歪斜，以 及線與面的平行與垂 直」，且以理解數學概 念為主。
--	--	------------------------	---

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能尚未掌握長方體中面與面的垂直與平行關係。
2. 學生可能誤解題意，只回答視圖中看的到與 E 面垂直的面之個數。
3. 學生可能誤解題意，認為長方體中沒有和地面垂直的面。
4. 學生可能誤以為當視圖中有斜面時，長方體就不會有面與 E 面垂直。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本學習內容只討論面與面的垂直與平行關係，不討論線與面的平行關係和垂直關係，也不討論空間中線與線的垂直關係。
2. 建議教師多舉一些日常生活中面與面互相垂直的例子，例如牆壁和地板、桌面和側面板等，以及面與面互相平行的例子，例如天花板和地板、桌面的隔板等，幫助學生認識面和面的垂直及平行的現象。
3. 面會向四面八方無限的延伸，而長方體的面是封閉的多邊形區域。在檢驗長方體底面和側面是否互相垂直時，常將長方體底面平放在桌面上來檢驗，當底面在桌面上時，無法檢驗底面和側面是否互相垂直，只能檢驗桌面和側面是否互相垂直，許多學生無法掌握長方體的底面與桌面之間的包含關係，不知道長方體的側面和桌面互相垂直時，長方體的側面也和底面互相垂直。
建議教師製作上底和下底是空的，而側面都存在的長方體燈籠骨架模型，將下底平放在桌面上，幫助學生察覺：燈籠骨架模型的底面都在桌面上，底面和桌面都是同一個平面，底面和桌面重合。
4. 本學習內容不引入面與面平行與垂直的嚴格定義。不宜將兩線平行的定義直接類比至兩平面的平行關係。
兩線平行的定義：和一線同時垂直的兩線互相平行。

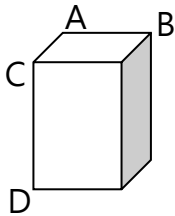
兩平面平行的定義不是：和一平面同時垂直的兩平面互相平行，

而是：和一線同時垂直的兩平面互相平行。

以下圖中的直線 AB 和 CD 為例，國小階段討論垂直時，討論的對象是兩條給定的線段，圖中 AB 和 CD 這兩條直線並沒有相交，所以沒有交角是直角，回到垂直的定義， AB 和 CD 兩線不垂直。

高中階段討論的對象是兩類直線（等價類），我們可以製定一個三維的直角坐標，將 AB 線段的 A 點平移至原點， CD 線段的 C 點也平移至原點，平移後的 AB 和 CD 線段相交於原點，且有一個交角是直角，所以高中階段稱 AB 和 CD 兩線互相垂直。

教師在評量時，不宜出現此類問題，避免引起爭議。



題號	試題代碼						答案																																																								
6	114-M5-D3-06						1																																																								
學習重點	R-4-4 數量模式與推理（Ⅱ）：以操作活動為主。二維變化模式之觀察與推理，如二維數字圖之推理。奇數與偶數，及其加、減、乘模式。 備註：含學生之簡單推理與說明。如百數表模式、月曆模式之數字模式等。不可出現公式，此非本條目之學習目標。																																																														
知識向度	關係			認知向度			解題思考																																																								
題目	<p>下圖是學校視聽教室的座位編號圖。</p> <table><tr><td colspan="10">前方舞臺區</td></tr><tr><td colspan="10"></td></tr><tr><td>1</td><td>3</td><td rowspan="4">走道</td><td>5</td><td>7</td><td>8</td><td>6</td><td rowspan="4">走道</td><td>4</td><td>2</td></tr><tr><td>9</td><td>11</td><td>13</td><td>15</td><td>A</td><td>14</td><td>12</td><td>10</td></tr><tr><td>17</td><td>B</td><td>21</td><td>C</td><td>24</td><td>22</td><td>D</td><td>18</td></tr><tr><td>⋮</td><td>⋮</td><td>⋮</td><td>⋮</td><td>⋮</td><td>⋮</td><td>⋮</td><td>⋮</td></tr></table> <p>甲說：A 座位的編號是奇數。 乙說：編號 30 的座位在走道旁邊。 丙說：B 座位的後方座位編號是 25。</p> <p>請問哪些人的說法正確？</p> <p>① 只有乙 ② 只有丙 ③ 只有甲和乙 ④ 只有乙和丙</p>									前方舞臺區																				1	3	走道	5	7	8	6	走道	4	2	9	11	13	15	A	14	12	10	17	B	21	C	24	22	D	18	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
前方舞臺區																																																															
1	3	走道	5	7	8	6	走道	4	2																																																						
9	11		13	15	A	14		12	10																																																						
17	B		21	C	24	22		D	18																																																						
⋮	⋮		⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮																																																						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：72%																																																								
	全 體	0.72	0.10	0.11	0.07	0.00																																																									
	高分組	0.91	0.04	0.03	0.03	0.00	鑑別度：0.48																																																								
	低分組	0.43	0.19	0.24	0.13	0.00																																																									

一、試題分析

(一) 評量目標

本題給定部分用符號表示的視聽教室座位表，要求學生選出正確的敘述，評量學生二維數量模式觀察與推理的能力。

(二) 數據說明

1. 整體通過率 72%，高分組答對率 91%，低分組答對率 43%，鑑別度 0.48。
2. 72%的學生選擇正確答案①，10%的學生選擇②，11%的學生選擇③，7%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.48，正確答案為選項①，通過率為 72%，顯示超過七成的學生已掌握二維數量模式觀察與推理的能力。
2. 有 10%的學生選擇② (低分組有 19%)，這些學生可能不具備二維數量模式觀察與推理的能力，無法掌握座位表編號的關係。
3. 有 11%的學生選擇③ (低分組有 24%)，這些學生可能不具備二維數量模式觀察與推理的能力，學生也可能受到 A 左邊的編號都是奇數，所以誤認為 A 也是奇數。
4. 有 7%的學生選擇④ (低分組有 13%)，這些學生可能不具備二維數量模式觀察與推理的能力，無法從編號 11 先推得 B 為 19 (前後差 8)，再由編號 19 推得後一個位置是 27。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	R-3-2 數量模式與推理(I)： 以操作活動為主。一 維變化模式之觀察與 推理，例如數列、一維 圖表等。 備註：含學生之簡單 推理與說明。本教學 活動不可出現公式，	R-4-4 數量模式與推理(II)： 以操作活動為主。二 維變化模式之觀察與 推理，如二維數字圖 之推理。奇數與偶數， 及其加、減、乘模式。 備註：含學生之簡單 推理與說明。如百數	N-6-9 解題：由問題中的數 量關係，列出恰當的 算式解題(同 R-6-4)。 可包含 (1) 較複雜的 模式 (如座位排列模 式)，(2) 較複雜的 計數：乘法原理、加法 原理或其混合，(3)

	此非本條目之學習目標。可結合表格教學 (D-3-1) 。	表模式、月曆模式之數字模式等。不可出現公式，此非本條目之學習目標。	較複雜之情境：如年齡問題、流水問題、和差問題、雞兔問題。連結 R-6-2、R-6-3。 備註：本條目不要求併式。
--	--------------------------------	-----------------------------------	---

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能無法透過觀察與推理，發現視聽教室座位排列的規律。
2. 學生可能尚未具備二維數量模式的觀察與推理的能力。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 以此題為例，可以讓學生先觀察第一排座位編號的規律，有跳動的規律，座位編號的排列是左 1，右 1，左 2，右 2，左 3，右 3，左 4，右 4，爾後進入第二列時，一樣依據此模式一一將數字列出來，就能找出 A、B、C、D 的編號，並回答問題，這種方式雖可解題，卻無法解決更複雜的問題。重要的是要讓學生看到二維數量間的關係才是此題的核心概念。
2. 除了觀察一列左右座位編號的排列規律外，應進一步讓學生看到前後座位編號的關係，如左靠窗的位置排列是 1、9、17.....，讓學生從這三個數中看看發現了什麼？學生可以發現前後座位編號差 8，然後再讓學生利用已知的座位編號來檢驗其它排，看看是否也有同樣的規律，如最右邊一排 (2、10、18)，或左邊走道右邊 (5、13、21) 的座位編號等。如此一來就能更進一步更快找出其它座位編號。

3. 當學生能用上述方法解題成功，且都理解後，教師可以進一步追問：座位編號是幾個一循環？（8 個）再讓學生看到每一排座位編號與 8 個一循環有什麼關係？例如最左邊 1 排座位編號是 1、9、17，這幾個數與 8 有什麼關係？讓學生能看出或說出都是 8 的倍數多 1，再進一步看看其它排又與 8 有什麼關係？最後能得出以下的規律。

此排除以8皆餘5

此排除以8皆餘4

此排除以8皆餘2

此排除以8皆餘1

前方舞臺區

1	3	走道	5	7	8	6	走道	4	2
9	11		13	15	A	14		12	10
17	B		21	C	24	22		D	18
⋮	⋮		⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮

題號	試題代碼					答案	
7	114-M5-A2-07					3	
學習重點	N-5-1 十進位的位值系統：「兆位」至「千分位」。整合整數與小數。理解基於位值系統可延伸表示更大的數和更小的數。 備註：熟練十進位系統「乘以十」、「除以十」所延伸的計算如「 300×1200 」與「 $600000 \div 4000$ 」之處理。						
知識向度	數與計算		認知向度		程序執行		
題目	請問「2.05 兆」是「2.05 萬」的多少倍？ ① 1 萬 ② 1 千萬 ③ 1 億 ④ 10 億						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：31%
	全 體	0.12	0.42	0.31	0.15	0.00	
	高分組	0.09	0.38	0.47	0.06	0.00	鑑別度：0.27
	低分組	0.15	0.40	0.19	0.25	0.00	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定兩個大數，要求學生回答兩數的倍數關係，評量學生利用十進位位值系統解題的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 31%，高分組答對率 47%，低分組答對率 19%，鑑別度 0.27。							
2. 31%的學生選擇正確答案③，12%的學生選擇①，42%的學生選擇②，15%的學生選擇④。							
(三) 選項及學生表現說明							
1. 本題鑑別度為 0.27，正確答案為選項③，通過率為 31%，顯示超過三成的學生已具備利用十進位位值系統解題的能力。							

2. 有 12% 的學生選擇① (低分組有 15%)，這些學生可能尚未具備利用十進位位值系統解題的能力，也可能誤認為 1 兆是 1 萬的 1 萬倍，所以 2.05 兆是 2.05 萬的 1 萬倍。
3. 有 42% 的學生選擇② (低分組有 40%)，這些學生可能尚未具備利用十進位位值系統解題的能力。
4. 有 15% 的學生選擇④ (低分組有 25%)，這些學生可能尚未具備利用十進位位值系統解題的能力，也可能誤認為 1 兆是 1 萬的 10 億倍，所以 2.05 兆是 2.05 萬的 10 億倍。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-4-1 一億以內的數：位值單位「萬」、「十萬」、「百萬」、「千萬」。建立應用大數時之計算習慣，如「30 萬 1200」與「21 萬 300」的加減法。 備註：教學可進行到最後的「一億」，但不進行超過一億的教學。</p> <p>N-4-7 二位小數：位值單位「百分位」。位值單位換算。比較、計算與解題。用直式計算二位小數的加、減與整數倍。 備註：小數之學習必須與整數經驗緊密連</p>	<p>N-5-1 十進位的位值系統：「兆位」至「千分位」。整合整數與小數。理解基於位值系統可延伸表示更大的數和更小的數。 備註：熟練十進位系統「乘以十」、「除以十」所延伸的計算如「300×1200」與「$600000 \div 4000$」之處理。</p>	<p>N-5-11 解題：對小數取概數。具體生活情境。四捨五入法。知道商除不盡的處理。理解近似的意義。 備註：教學討論近似問題時，不出現「誤差」、「近似值」之用語。</p>

	繫。直式計算應注意 小數點位置的教學。 小數應用情境以連續 量為主。		
--	---	--	--

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能尚未具備利用十進位位值系統解題的能力。
2. 學生可能尚未認識十進位的位值系統，無法將「個、十、百、千」的關係，類推到「萬、十萬、百萬、千萬」以及「億、十億、百億、千億」的關係。
3. 學生可能尚未掌握萬進位記數法中「一、萬、億、兆」四位一撇的關係，不認識大數位值間的倍數關係。
4. 學生可能能夠解決 1 兆是 1 萬多少倍的問題，但是無法解決 2.05 兆是 2.05 萬多少倍的問題。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 學生可能有下面三種解題的方法：

方法一：轉換成「1」單位利用除法解題

$$2.05 \text{ 兆} = 2,0500,0000,0000$$

$$2.05 \text{ 萬} = 2,0500$$

$$2,0500,0000,0000 \div 2,0500 = 1,0000,0000$$

方法二：轉換成「萬」單位利用除法解題(五年級尚未引入除數是小數的除法)

$$1 \text{ 兆} = 1,0000,0000 \text{ 萬}$$

$$2.05 \text{ 兆} = 2,0500,0000 \text{ 萬}$$

$$2,0500,0000 \text{ 萬} \div 2.05 \text{ 萬} = 1,0000,0000$$

方法三：利用位值概念解題

$$\begin{aligned}
 2.05 \text{ 兆} &= 2.05 \text{ 個 } 1 \text{ 兆} = 2.05 \text{ 個 } 1 \text{ 萬億} = 2.05 \text{ 個 } 1 \text{ 萬萬萬} = 2.05 \text{ 萬個 } 1 \text{ 萬萬} \\
 &= 2.05 \text{ 萬萬個 } 1 \text{ 萬} = 2.05 \text{ 億個 } 1 \text{ 萬}
 \end{aligned}$$

方法四：利用關係式的方式解題

$$\begin{aligned} 2.05 \text{兆} &\longleftrightarrow 2.05 \text{萬} \\ 1 \text{兆} &\longleftrightarrow 1 \text{萬} \\ &= 100000000 \text{萬} \longleftrightarrow 1 \text{萬} \end{aligned}$$

2. 大數的命名包含十進位記數法及萬進位記數法：

十進位記數法將 145240607143825 這個大數字讀做：一「百兆」四「十兆」五「兆」二「千億」四「百億」零「十億」六「億」零「千萬」七「百萬」一「十萬」四「萬」三「千」八「百」二「十」五（見下圖）。

百兆	十兆	兆	千億	百億	十億	億	千萬	百萬	十萬	萬	千	百	十	一
1	4	5	2	4	0	6	0	7	1	4	3	8	2	5

萬進位記數法先將「145240607143825」這個大數字由右至左、四位一撇改記成 145,2406,0714,3825 後，讀做：一百四十五「兆」、二千四百零六「億」、七百一十四「萬」、三千八百二十五（見下圖）。

兆	億	萬	—
145	2406	0714	3825

日常生活中大數的讀法都是萬進位的讀法，教師應透過萬進位記數法的定位板或改記成四位一撇的方法，幫助學生熟悉大數的讀法。

3. 教師應幫助學生將「個、十、百、千」的關係類推到「億、十億、百億、千億」、「兆、十兆、百兆、千兆」的關係。例如，由 1 個十是 10 個一，類推出 1 個十兆是 10 個兆，由 1 個百是 100 個一、也是 10 個十，類推出 1 個百兆是 100 個兆、也是 10 個十兆，由 1 個千是 1000 個一、也是 100 個十、也是 10 個百，類推出 1 個千兆是 1000 個兆、也是 100 個十兆，也是 10 個百兆。
4. 以「47 兆和多少個十億合起來一樣大？」為例，說明如何幫助學生理解大數的位值單位換算。

方法一：透過定位板來判斷將 47 兆記在十進位的定位板，在定位板上可以看到 47 兆和 47000 個十億合起來一樣大。

方法二：透過單位量轉換來判斷 1 兆和 1000 個十億合起來一樣大， $1000 \times 47 = 47000$ ，47 兆和 47000 個十億合起來一樣大。

題號	試題代碼					答案	
8	114-M5-A2-08					2	
學習重點	N-5-8 小數的乘法：整數乘以小數、小數乘以小數的意義。乘數為小數的直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。處理乘積一定比被乘數大的錯誤類型。 備註：先連結「乘以 0.1」和「乘以 0.01」的意義和乘法直式計算的經驗再做推廣。小數乘法直式計算的方法和整數類似，但須留意小數點記法和小數加減時記法不同。						
知識向度	數與計算		認知向度		程序執行		
題目	長方形甲的長是 230 公分，寬是 1025 公分。 可以用「 $230 \times 1025 = 235750$ 」算出長方形甲的面積是 235750 平方公分。 $230\text{公分} = 2.3\text{公尺}$ ， $1025\text{公分} = 10.25\text{公尺}$ ， 也可以用「 2.3×10.25 」算出長方形甲的面積是多少平方公尺。 請問長方形甲的面積是多少平方公尺？ ① 2.3575 ② 23.575 ③ 235.75 ④ 2357.5						
選答率	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率：58%
	全 體	0.05	0.58	0.29	0.08	0.00	
	高分組	0.01	0.70	0.25	0.04	0.00	鑑別度：0.29
	低分組	0.11	0.41	0.33	0.14	0.00	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定以公分為單位長方形的長和寬及算出面積的算式及答案，要求學生選出將長和寬改記成公尺時的答案是多少平方公尺，評量學生利用小數乘法直式計算解題的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 58%，高分組答對率 70%，低分組答對率 41%，鑑別度 0.29。							

2. 58%的學生選擇正確答案②，5%的學生選擇①，29%的學生選擇③，8%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.29，正確答案為選項②，通過率為 58%，顯示近六成的學生已具備利用小數乘法直式計算解題的能力。
2. 有 5%的學生選擇① (低分組有 11%)，這些學生可能不具備利用小數乘法直式計算解題的能力。
3. 有 29%的學生選擇③ (低分組有 33%)，這些學生可能不具備利用小數乘法直式計算解題的能力，也可能已具備利用小數乘法直式計算解題的能力，但是不知道將 230×1025 改記成公尺為單位的記法是 2.30×10.25 ，這些學生將 2.30 省略記成 2.3，得到小數點只移三位的答案，這些學生也沒有數感，不知道 2.3×10.25 的答案不會超過介於 2×10 和 3×11 之間。
4. 有 8%的學生選擇④ (低分組有 14%)，這些學生可能不具備利用小數乘法直式計算解題的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-4-7 二位小數：位值單位「百分位」。位值單位換算。比較、計算與解題。用直式計算二位小數的加、減與整數倍。</p> <p>備註：小數之學習必須與整數經驗緊密連繫。直式計算應注意小數點位置的教學。小數應用情境以連續量為主。</p> <p>N-5-5</p>	<p>N-5-8 小數的乘法：整數乘以小數、小數乘以小數的意義。乘數為小數的直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。處理乘積一定比被乘數大的錯誤類型。</p> <p>備註：先連結「乘以 0.1」和「乘以 0.01」的意義和乘法直式計算的經驗再做推廣。小數乘法直式計算的</p>	<p>N-6-5 解題：整數、分數、小數的四則應用問題。二到三步驟的應用解題。含使用概數協助解題。</p> <p>備註：含處理分數和小數混合乘除計算之常用技巧。</p> <p>N-6-6 比與比值：異類量的比與同類量的比之比值的意義。理解相等的比中牽涉到的兩種</p>

	<p>分數的乘法：整數乘以分數、分數乘以分數的意義。知道用約分簡化乘法計算。處理乘積一定比被乘數大的錯誤類型。透過分數計算的公式，知道乘法交換律在分數也成立。</p> <p>備註：建立例如「$\frac{1}{2}$」和「$\frac{1}{2}$ 倍」的關連。</p>	<p>方法和整數類似，但須留意小數點記法和分數加減時記法不同。</p>	<p>倍數關係（比例思考的基礎）。解決比的應用問題。</p> <p>備註：比中各數原則上為整數，但也可包含簡單之小數與分數。</p>	
--	---	-------------------------------------	--	--

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備利用小數乘法直式計算解題的能力。
2. 學生可能不知道將 230×1025 改記成公尺為單位的記法是 2.30×10.25 ，學生將 2.30 省略記成 2.3 ，得到小數點只移三位的答案。
3. 學生可能沒有數感，不知道 2.3×10.25 的答案不會超過 3×11 （答案介於 2×10 和 3×11 之間）。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 學生可能有下面三種解題的方法：

方法一：估算

學生只要能掌握估算的方法，就能很快找出答案。

方法二：運用已知條件將 2.3 看成 $230 \times \frac{1}{100}$ ， 10.25 看成 $1025 \times \frac{1}{100}$ 。

方法三：進行平方公分與平方公尺的換算。

2. 以二位小數乘以一位小數「 2.38×6.7 」為例，說明如何幫助學生理解小數乘以小數乘法直式計算的意義。

步驟一：複習整數乘以整數的乘法直式計算學生能算出「 $238 \times 67 = 15946$ 」。

步驟二：複習分數乘以分數的分數乘法計算

$$\text{學生能算出 } \frac{238}{100} \times \frac{67}{10} = \frac{238 \times 67}{100 \times 10} = \frac{15946}{1000}。$$

步驟三：幫助學生看到整數除以10、100、1000、10000等數時，被除數和商小數點位置移位的關係。

因為15946中沒有小數點，教師應先說明小數點可以告訴我們個位數字在哪裡，將「15946」改記成「15946.」後，再說明小數點移位的關係。

$$15946 \div 10 = 1594.6, \quad (\text{除以}10, \text{小數點向左移一位})$$

$$15946 \div 100 = 159.46, \quad (\text{除以}100, \text{小數點向左移二位})$$

$$15946 \div 1000 = 15.946, \quad (\text{除以}1000, \text{小數點向左移三位})$$

$$15946 \div 10000 = 1.5946, \quad (\text{除以}10000, \text{小數點向左移四位})$$

步驟四：透過比對小數乘以小數乘法直式算式和改記成分數乘以分數逐次減項的算式，幫助學生理解小數乘以小數乘法直式計算的意義。

$$2.38 \times 6.7$$

$$= \frac{238}{100} \times \frac{67}{10} \quad (\text{將小數} \times \text{小數, 改記成分數} \times \text{分數})$$

$$= \frac{238 \times 67}{100 \times 10} \quad (\text{分數乘法算則: 分子乘以分子、分母乘以分母})$$

$$= \frac{15946}{1000}$$

$$= 15946 \div 1000$$

$$= 15946. \div 1000 \quad (\text{在個位右邊加上小數點})$$

$$= 15.946 \quad (\text{小數點往左移3位})$$

步驟五：將步驟四的解題活動改記成直式

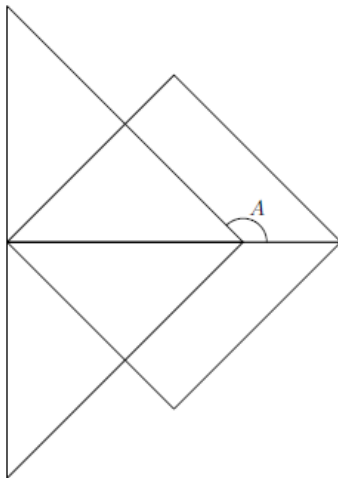
列出直式		算出 238×67 的乘		小數點往左移 3 位
$\begin{array}{r} 2.38 \\ \times 6.7 \\ \hline \end{array}$	\Rightarrow	$\begin{array}{r} 238 \\ \times 67 \\ \hline 1666 \\ 1428 \\ \hline 15946 \end{array}$	\Rightarrow	$\begin{array}{r} 2.38 \\ \times 6.7 \\ \hline 16.66 \\ 14.28 \\ \hline 15.946 \end{array}$

3. 當學生掌握小數乘以小數乘法直式算則解題的意義後，教師應幫助學生理解小數乘法中，積的小數位數 = 被乘數的小數位數 + 乘數的小數位數。

以「 $4.3 \times 1.5 = ?$ 」為例，「4.3」是一位小數，「1.5」也是一位小數，

在計算一位小數乘以一位小數時，先算出「 $43 \times 15 = 645.$ 」，再將乘積的小數點向左移(1 + 1)位，也就是移 2 位，就能得到「 $4.3 \times 1.5 = 6.45$ 」。

再以「 $2.38 \times 1.6 = ?$ 」為例，「2.38」是二位小數，「1.6」是一位小數，計算二位小數乘以一位小數時，先算出「 $238 \times 16 = 3808.$ 」，再將乘積的小數點向左移(2 + 1)位，也就是移 3 位，就能得到「 $2.38 \times 1.6 = 3.808$ 」。

題號	試題代碼				答案		
9	114-M5-C2-09				2		
學習重點	S-5-1 三角形與四邊形的性質：操作活動與簡單推理。含三角形三內角和為 180 度。三角形任意兩邊和大於第三邊。平行四邊形的對邊相等、對角相等。 備註：簡單推理，例如：四邊形四內角和為 360 度，三角形不可能有兩鈍角。						
知識向度	空間與形狀		認知向度		程序執行		
題目	<p>下圖是由 4 個全等的等腰直角三角形所組成的圖形。</p>  <p>請問角 A 是多少度？</p> <p>① 145 ② 135 ③ 125 ④ 120</p>						
選答率	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率：60%
	全 體	0.14	0.60	0.11	0.14	0.00	
	高分組	0.04	0.89	0.03	0.04	0.00	鑑別度：0.60
	低分組	0.25	0.30	0.20	0.25	0.00	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定由4個全等等腰直角三角形拼成圖形，要求學生算出指定角的角度，評量學生利用三角形內角和為180度性質解題的能力。							

(二) 數據說明

1. 整體通過率 60%，高分組答對率 89%，低分組答對率 30%，鑑別度 0.60。
2. 60%的學生選擇正確答案②，14%的學生選擇①，11%的學生選擇③，14%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.60，正確答案為選項②，通過率為 60%，顯示六成的學生已具備利用三角形內角和為 180 度性質解題的能力，這些學生應該也知道平角的角度為 180 度（四年級教材）及等腰直角三角形兩底角相等的性質（四年級教材）。
2. 有 14%的學生選擇①（低分組有 25%），這些學生可能不具備利用三角形內角和為 180 度性質解題的能力，也可能已具備利用三角形內角和為 180 度性質解題的能力，但是在計算時發生錯誤。
3. 有 11%的學生選擇③（低分組有 20%），這些學生可能不具備利用三角形內角和為 180 度性質解題的能力。
4. 有 14%的學生選擇④（低分組有 25%），這些學生可能不具備利用三角形內角和為 180 度性質解題的能力，也可能直觀的認為角 A 大約是 120 度。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-4-10 角度「度」（同 S-4-1）：量角器的操作。實測、估測與計算。以角的合成認識 180 度到 360 度之間的角度。「平角」、「周角」。指定角度作圖。 備註：量角器教學須包括從量角器左右兩側進行量角之活動。	S-5-1 三角形與四邊形的性質：操作活動與簡單推理。含三角形三內角和為 180 度。三角形任意兩邊和大於第三邊。平行四邊形的對邊相等、對角相等。 備註：簡單推理，例如：四邊形四內角和為 360 度，三角形不可能有兩鈍角。	S-5-2 三角形與四邊形的面積：操作活動與推理。利用切割重組，建立面積公式，並能應用。 備註：計算面積的問題，若採用分數或小數之邊長與高，必須在分數和小數的乘法後教學（N-5-5、N-5-8）。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備利用三角形內角和為 180 度性質解題的能力。
2. 學生可能不具備利用平角的角度為 180 度 (四年級教材) 解題的能力。
3. 學生可能不具備利用等腰直角三角形兩底角相等性質(四年級教材)解題的能力。
4. 低分組學生各選項的選答率為 25%、30%、20%、25%，顯示低分組學生無法解決較複雜的複合圖形。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 有兩種幫助學生理解三角形三內角和是 180 度的方法，分別說明如下：

方法一：拿出或畫出多個不同的三角形 (三角形要包含直角、銳角及鈍角三角形三類)，要求學生測量出這些三角形的所有角，再分別算出這些三角形三個角的角度和。幫助學生理解這些三角形三個角的角度和都是180度。

方法二：拿出一些三角形 (要包含直角、銳角及鈍角三角形三類)，要求學生剪下三角形的3個角，再將同一個三角形的3個角拼湊在一起，幫助學生理解這些三角形的三個角都可以拼成一個平角，因此這些三角形3個角的角度和都是180度。

2. 本學習內容教學重點是所有三角形的內角和都是 180 度，教師不宜只求出某一個三角形的內角和是 180 度，就說明所有三角形的內角和都是 180 度。

教師應幫助學生認識，直角三角形、銳角三角形及鈍角三角形的內角和都是 180 度。

3. 有兩種引入四邊形內角和是 360 度的方法，如果學生無法掌握方法一解題的意義，教師應引入方法二。

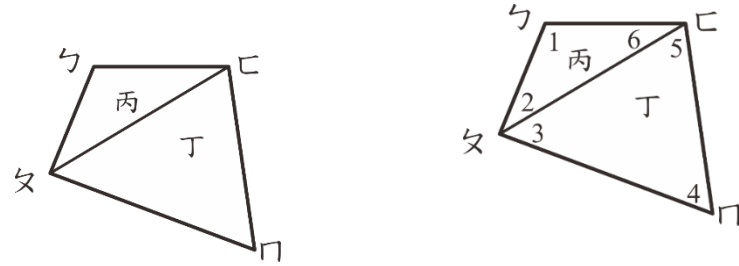
方法一：沿著對角線將四邊形切割成三角形丙和三角形丁。



(圖)

三角形丙和三角形丁的內角和都是180度， $180 + 180 = 360$ ，
所以四邊形內角和為360度。

方法二：沿著對角線將四邊形切割成三角形丙和三角形丁後，將兩個三角形每個內角都標示出來。



先列出已知的條件： $\angle 1 + \angle 2 + \angle 6 = \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 180$ (度)。

再列出待求的條件： $\angle ㄅ + \angle ㄅ + \angle ㄆ + \angle ㄆ = (\quad)$

幫助學生理解：

四邊形的內角和 = $\angle ㄅ + \angle ㄅ + \angle ㄆ + \angle ㄆ$

= $\angle 1 + (\angle 2 + \angle 3) + \angle 4 + (\angle 5 + \angle 6)$

= $(\angle 1 + \angle 2 + \angle 6) + (\angle 3 + \angle 4 + \angle 5)$

= $180 + 180 = 360$ (度)。

4. 教學或評量時不宜出現「內角」的名詞，未引入外角概念前，沒有區分內角及外角的需求。

題號	試題代碼					答案	
10	114-M5-C3-10					1	
學習重點	S-5-7 球、柱體與錐體：以操作活動為主。認識球、(直)圓柱、(直)角柱、(直)角錐、(直)圓錐。認識柱體和錐體之構成要素與展開圖。檢查柱體兩底面平行，檢查柱體側面和底面垂直，錐體側面和底面不垂直 備註：應知球的截面截痕是圓、球的球心與半徑(「截面」「截痕」一詞不出現)。「直」或「正」之用語可不出現。角柱只介紹三角柱、四角柱、五角柱、六角柱。角錐只介紹三角錐、四角錐、五角錐、六角錐(S-9-13)。						
知識向度	空間與形狀		認知向度		解題思考		
題目	請問下列哪種立體形體有 12 條邊？ ① 四角柱 ② 五角錐 ③ 六角柱 ④ 十二角錐						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：70%
	全 體	0.70	0.02	0.17	0.11	0.00	
	高分組	0.93	0.00	0.05	0.01	0.00	鑑別度：0.56
	低分組	0.37	0.05	0.32	0.25	0.00	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定某立體形體邊的個數，要求學生選出是哪種立體形體，評量學生是否認識柱體和錐體。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 70%，高分組答對率 93%，低分組答對率 37%，鑑別度 0.56。							

2. 70%的學生選擇正確答案①，2%的學生選擇②，17%的學生選擇③，11%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.56，正確答案為選項①，通過率為 70%，顯示七成的學生已認識柱體和錐體。
2. 有 2%的學生選擇② (低分組有 5%)，這些學生可能尚未認識柱體和錐體。
3. 有 17%的學生選擇③ (低分組有 32%)，這些學生可能尚未認識柱體和錐體，無法在心中形成給定柱體的形體，也可能無法畫出給定柱體的圖像，因此無法透過點數邊的個數來解題。
4. 有 11%的學生選擇④ (低分組有 25%)，這些學生可能尚未認識柱體和錐體，也可能不理解題意，選出和題目中給定數字 12 相同的立體形體。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>S-2-2</p> <p>簡單幾何形體：以操作活動為主。包含平面圖形與立體形體。辨認與描述平面圖形與立體形體的幾何特徵並做分類。</p> <p>備註：可做溝通使用之命名教學，但勿發展為嚴格定義之學習(S-4-7、S-4-8)。可配合資料分類與呈現之教學(D-2-1)。</p>	<p>S-5-7</p> <p>球、柱體與錐體：以操作活動為主。認識球、(直)圓柱、(直)角柱、(直)角錐、(直)圓錐。認識柱體和錐體之構成要素與展開圖。檢查柱體兩底面平行，檢查柱體側面和底面垂直，錐體側面和底面不垂直。</p> <p>備註：應知球的截面截痕是圓、球的球心與半徑(「截面」「截痕」一詞不出現)。「直」或「正」之用語可不出現。角柱只介紹三角柱、四角柱、五</p>	<p>S-6-4</p> <p>柱體體積與表面積：含角柱和圓柱。利用簡單柱體，理解「柱體體積 = 底面積 × 高」的公式。簡單複合形體體積。</p> <p>備註：柱體體積不用說明所有情況，即可告知體積公式為底面積 × 高。柱體限三角柱、四角柱、圓柱。複合形體之體積以兩形體組合為限。柱體表面積只處理底面為圓、長方形、直角三角形、平行四邊形的情況，且應注意底面邊</p>

		角柱、六角柱。角錐只介紹三角錐、四角錐、五角錐、六角錐(S-9-13)。	長的正確性。表面積不宜過度評量。表面積不處理複合形體。
--	--	--	-----------------------------

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能尚未認識柱體和錐體。
2. 學生無法在心中形成給定錐體或柱體的形體，無法點數邊的個數。
3. 學生無法畫出給定錐體或柱體的圖像，無法點數邊的個數。
4. 學生無法利用變數的概念，連結柱體或椎體底面形狀和頂點、面及邊個數的關係，例如六角柱的底面是六邊形，所以六角柱有 6×2 個頂點、 6×3 條邊及 $6 + 2$ 個面。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本學習內容只討論立體形體的幾何結構，瞭解立體形體的基本構成要素，教學時應以操作活動為主，不宜涉及量的計算。
2. 數學上透過角柱底面多邊形的形狀來命名角柱，例如底面是三角形區域的柱體稱為三角柱，底面是六邊形區域的柱體稱為六角柱。其中全等且互相平行的兩個平面區域稱為角柱的底，底依擺放的位置區分為上底及下底，底以外的其餘表面稱為角柱的側面。
3. 角柱可以區分為直角柱及斜角柱二類。
角柱的側面和上底及下底垂直，稱該角柱為直角柱，直角柱的側面是長方形。正角柱也是直角柱，如果直角柱的上底和下底都是正多邊形，稱這些直角柱為正角柱。例如上、下底為正五邊形的角柱稱為正五角柱。
角柱的側面和上底及下底不垂直，稱該角柱為斜角柱，斜角柱的側面不是長方形而是平行四邊形。
4. 本學習內容只討論直角柱，不討論斜角柱，稱直角柱為角柱。
5. 數學上透過底面多邊形區域的形狀來命名角錐，例如底面是三角形區域的錐體稱為三角錐，底面是五邊形區域的錐體稱為五角錐。數學上並沒有把角錐區分為直

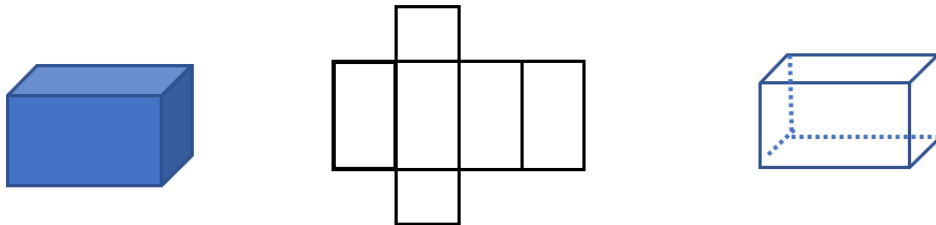
角錐和斜角錐，只有仿正角柱的方式定義正角錐，稱底面是正多邊形，且頂點到底面的垂線剛好經過底面正多邊形內切圓的圓心的角錐為正角錐。

6. 本學習內容只討論正角錐，稱正角錐為角錐。

7. 以長方體為例，眼睛看到的長方體，或照相機照出來的長方體就是視圖，

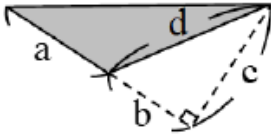
下面左邊的圖是長方體的視圖，在視圖中，我們只能看到 3 個面，9 條邊以及 7 個頂點。

長方體有 6 個面，12 條邊以及 8 個頂點，數學上常透過長方體的展開圖討論面與面的關係，透過長方體的透視圖討論邊與邊的關係。下面中間的圖就是長方體的展開圖，展開圖是由六個面組成的，沿著邊可以摺成一個長方體。下面右邊的圖是長方體的透視圖，長方體的視圖中看不到所有的邊，在視圖上以虛線描出長方體所有看不見的邊即為透視圖。



8. 透過變數的意義，瞭解命名與頂點、邊、面個數的關係。

五角柱	頂點的個數：	10	VS	5×2	有變數的概念
	邊的個數：	15	VS	5×3	
	面的個數：	7	VS	$5 + 2$	

題號	試題代碼				答案		
11	114-M5-D1-11				2		
學習重點	R-5-3 以符號表示數學公式：國中代數的前置經驗。初步體驗符號之使用，隱含「符號代表數」、「符號與運算符號的結合」的經驗。應併入其他教學活動。 備註：藉由幾何圖形的面積與體積公式較易進行。也可在分數乘法中運用。本條目並非取代「文字表示公式」(R-4-3)，後者較易理解之優點仍可保持。						
知識向度	關係		認知向度		概念理解		
題目	<p>如圖，下列哪個算式可以算出塗色部分三角形的面積是多少平方公分？</p>  <p>(單位：公分)</p> <p>① $a \times c$ ② $a \times c \div 2$ ③ $a \times d \div 2$ ④ $(a + b) \times c \div 2$</p>						
選答率	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率：43%
	全 體	0.05	0.43	0.28	0.25	0.00	
	高分組	0.03	0.72	0.13	0.12	0.00	鑑別度：0.54
	低分組	0.08	0.18	0.37	0.35	0.00	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定用符號標示部分長度三角形的圖像，要求學生選出能算出三角形面積的算式，評量學生是否具備以符號表示數學公式的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 43%，高分組答對率 72%，低分組答對率 18%，鑑別度 0.54。							

2. 43%的學生選擇正確答案②，5%的學生選擇①，28%的學生選擇③，25%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.54，正確答案為選項②，通過率為 43%，顯示超過四成的學生已具備以符號表示數學公式的能力。
2. 有 5%的學生選擇① (低分組有 8%)，這些學生可能尚未具備以符號表示數學公式的能力，或是這些學生可能已具備以符號表示數學公式的能力，但是誤認為三角形面積的公式為「底×高」。
3. 有 28%的學生選擇③ (低分組有 37%)，這些學生可能尚未具備以符號表示數學公式的能力，也可能尚未具備利用三角形面積公式解題的能力，誤將邊長看成高。
4. 有 25%的學生選擇④ (低分組有 35%)，這些學生可能尚未具備以符號表示數學公式的能力，或是這些學生可能已具備以符號表示數學公式的能力，但是誤解題意，求出直角三角形的面積。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>R-4-3</p> <p>以文字表示數學公式：理解以文字和運算符號聯合表示的數學公式，並能應用公式。可併入其他教學活動 (如 S-4-3)。</p> <p>備註：如 S-4-3 的「長方形面積 = 長×寬」、「正方形周長 = 邊長×4」等。</p>	<p>R-5-3</p> <p>以符號表示數學公式：國中代數的前置經驗。初步體驗符號之使用，隱含「符號代表數」、「符號與運算符號的結合」的經驗。應併入其他教學活動。</p> <p>備註：藉由幾何圖形的面積與體積公式較易進行。也可在分數乘法中運用。本條目並非取代「文字表示公式」(R-4-3)，後</p>	<p>R-6-3</p> <p>數量關係的表示：代數與函數的前置經驗。將具體情境或模式中的數量關係，學習以文字或符號列出數量關係的關係式。</p> <p>備註：數量關係的表示例如：晝長夜長的關係可列成晝長+夜長=24。連結 R-6-2。含部分運用符號的教學，連結國中「符號代表數」或「未知數」教學，其教學重點在「關</p>

		者較易理解之優點仍可保持。	係的表示」，而非抽象的「代數符號演算」。
--	--	---------------	----------------------

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能尚未具備以符號表示數學公式的能力。
2. 學生可能不具備利用三角形面積公式解題的能力。
3. 學生可能誤解題意，他們不是求出塗色三角形的面積，而是求出給定圖形中直角三角形的面積。

(二) 核心概念與本題的教學重點

以三角形面積公式為例，面積公式中的文字「底」、「高」是變數的概念，指的是三角形的底、高是任意的數字時，三角形的面積都可以表示「三角形面積 = 底 \times 高 $\div 2$ 」。建議教師透過以符號代表一個已知數的想法，幫助學生認識可以用符號表示求三角形面積計算過程中的底、高。

例如：「用 $5 \times 4 \div 2 = 10$ 」求出底是 5 公分、高是 4 公分的三角形面積後，可以將「三角形面積 = $5 \times 4 \div 2$ 」改記成「三角形面積 = 底 \times 高 $\div 2$ 」，此時的底只代表 5 公分、高只代表 4 公分，用 $12 \times 6 \div 2 = 36$ 求出底 12 公分、高 6 公分的三角形面積後，可以將「三角形面積 = $12 \times 6 \div 2$ 」改記成「三角形面積 = 底 \times 高 $\div 2$ 」，此時的底只代表 12 公分、高只代表 6 公分。當學生有足夠以底、高代表一個數的經驗後，才可能理解底、高可以代表任意數的意義。

題號	試題代碼				答案		
12	114-M5-D1-12				3		
學習重點	R-4-2 四則計算規律 (I)：兩步驟計算規則。加減混合計算、乘除混合計算。在四則混合計算中運用數的運算性質。 備註：加減部分，不做 $a-(b-c)$ 之去括號。乘除只做「三數相乘，順序改變不影響其積」、「先乘後除與先除後乘的結果相同」。必須呈現以下原則的範例：將應用問題轉化成算式後，再利用計算規律調整算式進行計算解題(其中調整後的算式已無法以原情境來解釋)。						
知識向度	關係		認知向度		概念理解		
題目	下列哪個算式的答案和其它三個算式的答案 <u>不一樣</u> ？ ① $21 \times 63 \div 3$ ② $21 \div 3 \times 63$ ③ $63 \times 3 \div 21$ ④ $63 \div 3 \times 21$						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：65%
	全 體	0.12	0.12	0.65	0.12	0.00	
	高分組	0.04	0.03	0.88	0.05	0.00	鑑別度：0.51
	低分組	0.21	0.23	0.37	0.19	0.00	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定四個乘除混合的算式，要求學生選出答案和其他三個算式不同的算式，評量學生是否已掌握先乘後除與先除後乘結果相同的性質。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 65%，高分組答對率 88%，低分組答對率 37%，鑑別度 0.51。							
2. 65%的學生選擇正確答案③，12%的學生選擇①，12%的學生選擇②，12%的學生選擇④。							

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.51，正確答案為選項③，通過率為 65%，顯示六成五的學生已具備利用先乘後除與先除後乘結果相同性質解題或簡化計算的能力。
2. 有 12%的學生選擇① (低分組有 21%)，這些學生可能尚未具備利用先乘後除與先除後乘結果相同性質解題或簡化計算的能力，這些學生可能直接算出乘積後判斷答案是否相等，但是計算時發生錯誤。
3. 有 12%的學生選擇② (低分組有 23%)，這些學生可能尚未具備利用先乘後除與先除後乘結果相同性質解題或簡化計算的能力，這些學生可能直接算出乘積後判斷答案是否相等，但是計算時發生錯誤。
4. 有 12%的學生選擇④ (低分組有 19%)，這些學生可能尚未具備利用先乘後除與先除後乘結果相同性質解題或簡化計算的能力，這些學生可能直接算出乘積後判斷答案是否相等，但是計算時發生錯誤。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	R-2-3 兩數相乘的順序不影響其積：乘法交換律。可併入其他教學活動。 備註：「乘法交換律」不宜太早教學，建議在 2 年級後期，以行列模型教學。教學不出現「乘法交換律」一詞。	R-4-2 四則計算規律(Ⅰ)：兩步驟計算規則。加減混合計算、乘除混合計算。在四則混合計算中運用數的運算性質。 備註：加減部分，不做 $a-(b-c)$ 之去括號。乘除只做「三數相乘，順序改變不影響其積」、「先乘後除與先除後乘的結果相同」。必須呈現以下原則的範例：將應用問題轉化成算式後，再利用計算規律調整算式進行	R-5-2 四則計算規律(Ⅱ)：乘除混合計算。「乘法對加法或減法的分配律」。將計算規律應用於簡化混合計算。熟練整數四則混合計算。 備註：乘除混合：含「連除兩數等於除以兩數之積」，不做 $a \div (b \div c)$ 之去括號。必須呈現以下原則的範例：將應用問題轉化成算式後，再利用計算規律調整算式進行計算解題(其中調整

		計算解題（其中調整後的算式已無法以原情境來解釋）。	後的算式已無法以原情境來解釋）。
--	--	---------------------------	------------------

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 這些學生可能尚未具備利用先乘後除與先除後乘結果相同性質解題或簡化計算的能力。
2. 這些學生可能直接算出乘積後判斷答案是否相等，但是計算時發生錯誤。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 建議教師在具體情境中，幫助學生理解先乘後除與先除後乘的結果相同。
以「美勞老師買了 63 包圖畫紙，每包有 21 張。老師要把這些圖畫紙平均分給 3 個班級，請問每個班級可以拿到多少張圖畫紙？」為例，幫助學生認識先算全部有多少張圖畫紙，再算平分給 3 個班級，記成 $21 \times 63 \div 3 = 441$ ，和先算一包分給 3 個班級箱，每個班級可以分到 7 張，再算有 63 包，記成 $21 \div 3 \times 63 = 441$ ，又和 63 包先平分給 3 班，每個班級分到 7 包，再算每包有 21 張，記成 $63 \div 3 \times 21 = 441$ ，因為答案相同，所以 $21 \times 63 \div 3 = 21 \div 3 \times 63 = 63 \div 3 \times 21$ 。
2. 教師應幫助學生從「觀察現象」的層次發展至「預期」的層次，以「美勞老師買了 63 包圖畫紙，每包有 21 張。老師要把這些圖畫紙平均分給 3 個班級，請問每個班級可以拿到多少張圖畫紙？」為例，有兩個認識先乘後除與先除後乘的結果相同的層次：
層次一：學生必須算出答案，才相信「 $21 \times 63 \div 3$ 」和「 $21 \div 3 \times 63$ 」的答案相同。
層次二：學生不必算出答案，就能預期它們的答案一定相同。
教師應幫助層次一的學生提升至層次二。

題號	試題代碼				答案		
13	114-M5-D2-13				2		
學習重點	R-5-2 四則計算規律（Ⅱ）：乘除混合計算。「乘法對加法或減法的分配律」。 將計算規律應用於簡化混合計算。熟練整數四則混合計算。 備註：乘除混合：含「連除兩數等於除以兩數之積」，不做 $a \div (b \div c)$ 之去括號。 必須呈現以下原則的範例：將應用問題轉化成算式後，再利用計算規律調整算式進行計算解題（其中調整後的算式已無法以原情境來解釋）。						
知識向度	關係		認知向度		程序執行		
題目	算算看， $360 - 120 \div (4 + 6 \times 6) = ?$ ① 358 ② 357 ③ 6 ④ 4						
選答率	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率：43%
	全 體	0.16	0.43	0.19	0.22	0.00	
	高分組	0.11	0.72	0.10	0.06	0.00	鑑別度：0.53
	低分組	0.17	0.19	0.27	0.37	0.00	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題是四步驟的四則混合計算問題，要求學生算出答案，評量學生整數四則混合計算的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 43%，高分組答對率 72%，低分組答對率 19%，鑑別度 0.53。							
2. 43%的學生選擇正確答案②，16%的學生選擇①，19%的學生選擇③，22%的學生選擇④。							

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.53，正確答案為選項②，通過率為 43%，顯示超過四成的學生已掌握多步驟算式運算次序的約定。
2. 有 16%的學生選擇① (低分組有 17%)，這些學生可能無法掌握多步驟算式運算次序的約定。他們的解法如下： $360 - 120 \div (4 + 6 \times 6) = 360 - 120 \div (10 \times 6) = 360 - 120 \div 60 = 360 - 2 = 358$ 。
3. 有 19%的學生選擇③ (低分組有 27%)，這些學生可能無法掌握多步驟算式運算次序的約定。他們的解法如下： $360 - 120 \div (4 + 6 \times 6) = 240 \div (4 + 6 \times 6) = 240 \div (4 + 36) = 240 \div 40 = 6$ 。
4. 有 22%的學生選擇④ (低分組有 37%)，這些學生可能無法掌握多步驟算式運算次序的約定。他們的解法如下： $360 - 120 \div (4 + 6 \times 6) = 240 \div (4 + 6 \times 6) = 240 \div (10 \times 6) = 240 \div 60 = 4$ 。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	R-4-2 四則計算規律(Ⅰ)：兩步驟計算規則。加減混合計算、乘除混合計算。在四則混合計算中運用數的運算性質。 備註：加減部分，不做 $a-(b-c)$ 之去括號。乘除只做「三數相乘，順序改變不影響其積」、「先乘後除與先除後乘的結果相同」。	R-5-2 四則計算規律(Ⅱ)：乘除混合計算。「乘法對加法或減法的分配律」。將計算規律應用於簡化混合計算。熟練整數四則混合計算。 備註：乘除混合：含「連除兩數等於除以兩數之積」，不做 $a \div (b \div c)$ 之去括號。必須呈現以下原則的範例：將應用問題轉化成算式後，再利用計算規律調整算式進行計算解題(其中調整	R-6-1 數的計算規律：小學最後應認識(1)整數、小數、分數都是數，享有一樣的計算規律。(2)整數乘除計算及規律，因分數運算更容易理解。(3)逐漸體會乘法和除法的計算實為一體。併入其他教學活動。 備註：本條目不須另立獨立單元教學。

		後的算式已無法以原情境來解釋)。	
--	--	------------------	--

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生不理解「先乘除後加減」的約定：算式中加、減，乘、除都有時，要先算乘、除的部分。
2. 學生不理解「由左往右算」的約定：算式中都是乘、除時，要由左往右算，算式中都是加、減時，也要由左往右算。
3. $2 \times 3 + 7 = 6 + 7 = 13$ 是利用「先乘除後加減」運算次序的約定，不是利用「由左往右算」運算次序的約定。
4. 「 $12 \div 3 \times 2 = 12 \div 6 = 2$ 」是學生常出現的迷思概念，這些學生混淆「先乘除後加減」運算次序的約定，誤認為乘的運算次序比除優先。教師應說明這些算式都是「乘、除」，要使用「由左往右算」運算次序的約定。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本學習指標為 1-a-01、1-a-02、2-a-03、4-a-01 及 5-a-01 之後續學習概念的統整，故學生應該已經能在具體情境中，認識加法交換律、加法結合律、乘法交換律、乘法結合律、乘法對加（減）法的分配律。而本指標旨在幫助學生熟練運用四則運算的性質，簡化整數四則混合計算。
2. 有關數的運算性質指的是：加法交換律：「 $a + b = b + a$ 」，加法結合律：「 $(a + b) + c = a + (b + c)$ 」，乘法交換律：「 $a \times b = b \times a$ 」，乘法結合律：「 $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ 」，乘法對加法的分配律：「 $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$ （右分配）」， $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ （左分配）。
3. 四年級兩步驟計算問題中，只會用到(1)括號先算、(2)先乘除後加減、(3)由左往右算，這三個約定其中的一個約定。建議教師將兩步驟計算問題分成有括號和沒有括號兩類，來幫助學生解題。

第一類：有括號的兩步驟計算問題

括號的部分要先算，簡稱為括號先算。

第二類：沒有括號的兩步驟計算問題

(1) 算式中加、減，乘、除都有時，要先算乘、除的部分。簡稱為先乘除後加減。

(2) 算式中都是乘、除時，要由左往右算，算式中都是加、減時，也要由左往右算。簡稱為由左往右算。

4. 五年級引入三步驟計算問題，學生只要知道第一步要算什麼，三步驟計算問題，就能簡化成二步驟計算問題。四年級將兩步驟計算問題分成有括號和沒有括號兩類，來幫助學生解題的約定，也能適用於三步驟問題及更多步驟的問題。

第一類：有括號的三步驟計算問題

括號的部分要先算，簡稱為括號先算。

第二類：沒有括號的三步驟計算問題

(1) 算式中加、減，乘、除都有時，要先算乘、除的部分。簡稱為先乘除後加減。

(2) 算式中都是乘、除時，要由左往右算，算式中都是加、減時，也要由左往右算。簡稱為由左往右算。

題號	試題代碼					答案	
14	114-M5-A3-14					2	
學習重點	N-4-6 等值分數：由操作活動中理解等值分數的意義。簡單異分母分數的比較、加、減的意義。簡單分數與小數的互換。 備註：簡單異分母分數指一分母為另一分母之倍數。與小數互換之簡單分數指分母為 2、5、10、100。						
知識向度	數與計算		認知向度		解題思考		
題目	有紅、黃、綠三張一樣大的色紙，老師將紅色色紙平分成 2 塊，黃色色紙平分成 4 份，綠色色紙平分成 8 片。 甲拿 1 塊紅色色紙、乙拿 3 份黃色色紙、丙拿 5 片綠色色紙。 請問誰拿的色紙面積最大，誰拿的色紙面積最小？ ① 甲最大、乙最小 ② 乙最大、甲最小 ③ 丙最大、甲最小 ④ 丙最大、乙最小						
選答率	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率：62%
	全 體	0.13	0.62	0.17	0.07	0.00	
	高分組	0.02	0.91	0.06	0.01	0.00	鑑別度：0.62
	低分組	0.27	0.29	0.30	0.14	0.01	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定一張色紙平分成不同份數的情境，要求學生選出面積最大和最小的色紙，評量學生利用等值分數比較分數大小的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 62%，高分組答對率 91%，低分組答對率 29%，鑑別度 0.62。							
2. 62%的學生選擇正確答案②，13%的學生選擇①，17%的學生選擇③，7%的學生選擇④。							

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.62，正確答案為選項②，通過率為 62%，顯示超過六成的學生已具備利用等值分數比較分數大小的能力，也具備離散量情境（單位分數內容物為多個個物）分數命名的能力。
2. 有 13%的學生選擇①（低分組有 27%），這些學生可能尚未具備利用等值分數比較分數大小的能力。
3. 有 17%的學生選擇③（低分組有 30%），這些學生可能尚未具備利用等值分數比較分數大小的能力，學生也可能沒有注意到單位不同，誤認為拿的份數愈多，拿的量愈多。甲拿了 1 塊、丙拿了 5 片，所以甲拿的面積最小、丙拿的面積最大。
4. 有 7%的學生選擇④（低分組有 14%），這些學生可能尚未具備利用等值分數比較分數大小的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-3-9</p> <p>簡單同分母分數：結合操作活動與整數經驗。簡單同分母分數比較、加、減的意義。牽涉之分數與運算結果皆不超過 2。</p> <p>以單位分數之點數為基礎，連結整數之比較、加、減。知道「和等於 1」的意義。</p> <p>備註：本年級分數教學只用「分數」一詞，不出現「真分數」與「假分數」的名詞，也不含帶分數的教學（N-4-5）。應區分真分數與假分數之教學</p>	<p>N-4-6</p> <p>等值分數：由操作活動中理解等值分數的意義。簡單異分母分數的比較、加、減的意義。簡單分數與小數的互換。</p> <p>備註：簡單異分母分數指一分母為另一分母之倍數。與小數互換之簡單分數指分母為 2、5、10、100。</p>	<p>N-5-4</p> <p>異分母分數：用約分、擴分處理等值分數並做比較。用通分做異分母分數的加減。養成利用約分化簡分數計算習慣。</p> <p>備註：通分不鼓勵以分母直接相乘。通分數字限（1）分母均為一位數，（2）一分母為另一分母的倍數，且兩數小於 100，（3）乘以 2、3、4、5 就可以找到兩分母之公倍數（如 12 與 18）。</p>

	<p>(例如分開於上、下學期)。初步認識分數的應用時，情境應以連續量為主。若要處理離散量情境，必須與連續模型表徵強烈結合，而且其計數單位須為以整體數量為分母的單位分數(如 1 盒餅乾有 6 塊，則只處理分母 6 之分數，不處理 2 或 3 的情況)。</p>			
--	---	--	--	--

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能尚未具備利用等值分數比較分數大小的能力。
2. 學生可能尚未具備離散量情境 (單位分數內容物為多個個物) 分數命名的能力。
3. 學生也可能沒有注意到單位不同，誤以為拿的份數愈少 (被平分的份數較少)，拿的量愈多，甲拿了 1 塊、丙拿了 5 片，所以甲拿的面積最大、丙拿的面積最小。
4. 學生也可能沒有注意到單位不同，誤認為拿的份數愈多，拿的量愈多。
甲拿了 1 塊、丙拿了 5 片，所以甲拿的面積最小、丙拿的面積最大。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 等值分數是約分、擴分和通分的前置經驗，以及異分母分數加減的基礎。
2. 稱 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{2}{4}$ 為等值分數，而不稱它們是相等的分數，表示它們是不同的兩個分數，只是等值 (量一樣多)。
3. 以 $\frac{1}{2}$ 條繩子和 $\frac{2}{4}$ 條繩子為例， $\frac{1}{2}$ 條繩子是將 1 條繩子平分成 2 段後其中 1 段的名字， $\frac{2}{4}$ 條繩子是將 1 條繩子平分成 4 段後其中 2 段的名字， $\frac{1}{2}$ 條和 $\frac{2}{4}$ 條和條

的分割和合成的方式都不相同，因此以 $\frac{1}{2}$ 條和 $\frac{2}{4}$ 條是兩個不同的分數。但是 $\frac{1}{2}$ 條和 $\frac{2}{4}$ 條繩子的長度相同，數學上稱長度相同的 $\frac{1}{2}$ 條和 $\frac{2}{4}$ 條繩子為等值分數，將 $\frac{1}{2}$ 條和 $\frac{2}{4}$ 條繩子長度相同的結果記成 $\frac{1}{2}$ 條 = $\frac{2}{4}$ 條。

4. 建議教師先引入「 $\frac{1}{2}$ 條 = $\frac{2}{4}$ 條」的記法，當學生掌握等值分數的意義後，才能將

「 $\frac{1}{2}$ 條 = $\frac{2}{4}$ 條」的記法簡記成「 $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ 」。

5. 四年級等值分數的教學必須在具體情境中進行，例如「 $\frac{1}{2}$ 條繩子的長度和 $\frac{2}{4}$ 條繩

子一樣長，可以記成 $\frac{1}{2}$ 條 = $\frac{2}{4}$ 條」，或「 $\frac{2}{3}$ 張色紙的面積和 $\frac{4}{6}$ 張色紙一樣大，可

以記成 $\frac{2}{3}$ 張 = $\frac{4}{6}$ 張」，或「 $\frac{2}{5}$ 包水餃和 $\frac{4}{10}$ 包水餃的個數一樣多，可以記成 $\frac{2}{5}$ 包

= $\frac{4}{10}$ 包」。

6. 本學習內容進行簡單異分母分數的大小比較，「進行簡單異分母分數的大小比」中的「簡單分母分數」，指的是一分母為另一分母之倍數。

7. 以「比較 $\frac{1}{2}$ 條和 $\frac{3}{4}$ 條誰比誰長？」為例，教師應在長度情境中，先找出 $\frac{1}{2}$ 條和 $\frac{2}{4}$

條一樣長，再比較出 $\frac{3}{4}$ 條比 $\frac{2}{4}$ 條長，最後才將 $\frac{3}{4}$ 條比 $\frac{2}{4}$ 條長的結果記成「 $\frac{3}{4}$ 條 >

$\frac{1}{2}$ 條」。當學生掌握等值分數的意義後，才能將「 $\frac{3}{4}$ 條 > $\frac{1}{2}$ 條」的記法簡記成「 $\frac{3}{4}$

> $\frac{1}{2}$ 」。

題號	試題代碼					答案	
15	114-M5-C2-15					4	
學習重點	S-5-3 扇形：扇形的定義。「圓心角」。扇形可視為圓的一部分。將扇形與分數結合（幾分之幾圓）。能畫出指定扇形。 備註：扇形含圓心角大於 180 度的情況。理解如「圓心角 90 度的扇形是 $\frac{1}{4}$ 圓」等的結論。畫出指定扇形包括「給定一圓，能畫出 $\frac{1}{3}$ 圓、 $\frac{1}{6}$ 圓等扇形」、「畫出指定半徑與圓心角的扇形」。						
知識向度	空間與形狀			認知向度		程序執行	
題目	甲為半徑 10 公分的 $\frac{1}{6}$ 圓，乙為半徑 5 公分的 $\frac{1}{3}$ 圓，甲和乙的圓心角相差多少度？ ① 0 ② 30 ③ 45 ④ 60						
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率：47%
	全 體	0.15	0.22	0.17	0.47	0.00	
	高分組	0.09	0.06	0.04	0.81	0.00	鑑別度：0.63
	低分組	0.16	0.38	0.28	0.17	0.01	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定兩個半徑不同的相異扇形，要求學生算出圓心角的差，評量學生是否認識幾分之一圓扇形的定義。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 47%，高分組答對率 81%，低分組答對率 17%，鑑別度 0.63。							
2. 47%的學生選擇正確答案④，15%的學生選擇①，22%的學生選擇②，17%的學生選擇③。							

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.63，正確答案為選項④，通過率為 47%，顯示近五成的學生已掌握幾分之一圓扇形的定義。
2. 有 15% 的學生選擇① (低分組有 16%)，這些學生可能無法掌握幾分之一圓扇形的定義，他們可能認為圓心角和半徑有關，扇形甲的半徑是扇形乙的 2 倍，但是 $\frac{1}{6}$ 是 $\frac{1}{3}$ 的一半，所以互相抵消，得到圓心角相差 0 度。
3. 有 22% 的學生選擇② (低分組有 38%)，這些學生可能無法掌握幾分之一圓扇形的定義，可能可以透過 $\frac{1}{6}$ 圓及 $\frac{1}{3}$ 圓算出圓心角，但是受到扇形甲的半徑是扇形乙 2 倍的影響，圓心角的差由 60 度變為差 30 度。
4. 有 17% 的學生選擇③ (低分組有 28%)，這些學生可能無法掌握幾分之一圓扇形的定義。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>S-4-2</p> <p>解題：旋轉角。以具體操作為主，並結合計算。以鐘面為模型討論從始邊轉到終邊所轉的角度。旋轉有兩個方向：「順時針」、「逆時針」。「平角」、「周角」。</p> <p>備註：不處理超過 360 度的問題。</p>	<p>S-5-3</p> <p>扇形：扇形的定義。「圓心角」。扇形可視為圓的一部分。將扇形與分數結合（幾分之幾圓）。能畫出指定扇形。</p> <p>備註：扇形含圓心角大於 180 度的情況。理解如「圓心角 90 度的扇形是 $\frac{1}{4}$ 圓」等的結論。畫出指定扇形包括「給定一圓，能畫出 $\frac{1}{3}$ 圓、$\frac{1}{6}$ 圓等扇形」。</p>	<p>S-6-3</p> <p>圓周率、圓周長、圓面積、扇形面積：用分割說明圓面積公式。求扇形弧長與面積。知道以下三個比相等：</p> <p>(1) 圓心角：360， (2) 扇形弧長：圓周長， (3) 扇形面積：圓面積，但應用問題只處理用 (1) 求弧長或面積。</p> <p>備註：由於圓周率取成 3.14，在計算時應以概念理解為原則，避免陷入複雜計算。可</p>

			形」、「畫出指定半徑與圓心角的扇形」	利用活動說明一般不規則區域的面積要如何理解和估計，但不評量。扇形面積與弧長只處理直接問題（如已知幾分之幾圓或圓心角求面積或弧長），不處理逆推或過多推理步驟的問題（屬於國中範圍，S-9-5）。	
--	--	--	--------------------	---	--

三、教學建議

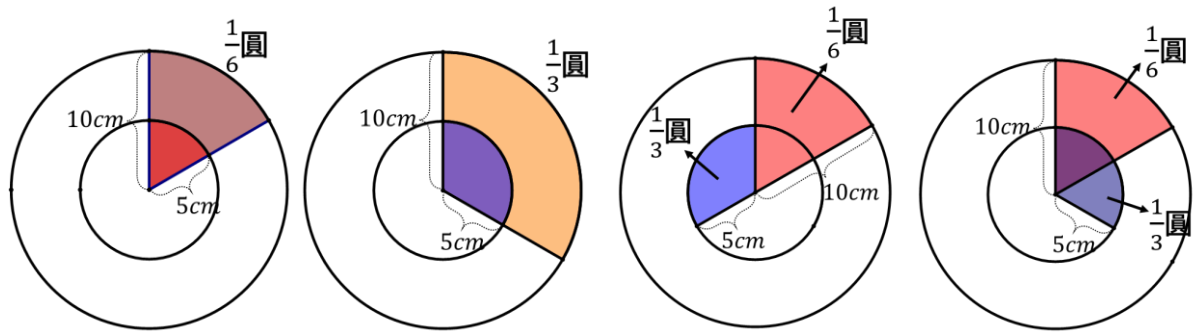
(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能無法掌握幾分之一圓扇形的定義。
2. 學生可能認為圓心角和半徑有關，相同的幾分之幾圓，半徑比較長的圓心角比較大，半徑比較短的圓心角比較大。
3. 學生可能無法掌握周角的意義，無法算出幾分之一圓扇形的圓心角。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本學習內容 S-3-3 之後續學習概念，故學生應該已經認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。本學習內容旨在幫助學生認識扇形及圓心角。
2. 圓的圓心角是周角，周角的角度是 360 度，而扇形的圓心角是周角的部分， $\frac{1}{6}$ 圓的圓心角是周角的 $\frac{1}{6}$ ，可以利用 $360 \times \frac{1}{6} = 60$ (度)，算出 $\frac{1}{6}$ 圓的圓心角是 60 度。相同的方式，可以透過 $360 \times \frac{1}{n}$ ，算出 $\frac{1}{n}$ 圓的圓心角是多少度。

3. 部分學生誤認為半徑比較長的 $\frac{1}{n}$ 圓，它的圓心角比較大，半徑比較短的 $\frac{1}{n}$ 圓，它的圓心角比較小。教師可以透過下列幾個圖，幫助學生理解，半徑的長度與圓心角大小無關，而 $\frac{1}{n}$ 圓中， n 的大小（即將圓等分成 n 份）才與圓心角有關。



題號	試題代碼					答案	
16	114-M5-A1-16					4	
學習重點	N-5-3 公因數和公倍數：因數、倍數、公因數、公倍數、最大公因數、最小公倍數的意義。 備註：以概念認識為主，不用短除法（N-6-1、N-6-2）。						
知識向度	數與計算		認知向度		概念理解		
題目	甲是 16 的因數，甲也是 16 的倍數。下列關於甲的敘述何者 <u>不正確</u> ？ ① 甲是 8 的倍數 ② 甲的因數有奇數個 ③ 4 是甲的因數 ④ 32 是甲的因數						
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率：46%
	全 體	0.12	0.31	0.11	0.46	0.00	
	高分組	0.04	0.15	0.05	0.76	0.00	鑑別度：0.55
	低分組	0.19	0.41	0.18	0.21	0.01	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題說明甲數是給定數的因數，也是給定數的倍數，要求學生選出正確的敘述，評量學生是否理解因數、倍數的意義。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 46%，高分組答對率 76%，低分組答對率 21%，鑑別度 0.55。							
2. 46%的學生選擇正確答案④，12%的學生選擇①，31%的學生選擇②，11%的學生選擇③。							
(三) 選項及學生表現說明							
1. 本題鑑別度為 0.55，正確答案為選項④，通過率為 46%，顯示近五成的學生已理解因數、倍數的意義。							

2. 有 12% 的學生選擇①(低分組有 19%)，這些學生可能不理解因數、倍數的意義，也可能已理解因數、倍數的意義，但是誤解題意，選出正確的敘述。
3. 有 31% 的學生選擇②(低分組有 41%)，這些學生可能已理解因數、倍數的意義，知道甲 = 16，但是不知道 16 因數的個數是 5 個 (奇數個)。
4. 有 11% 的學生選擇③(低分組有 18%)，這些學生可能不理解因數、倍數的意義，也可能已理解因數、倍數的意義，但是誤解題意，選出正確的敘述。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-2-6 乘法：乘法的意義與應用。在學習乘法過程，逐步發展「倍」的概念，做為統整乘法應用情境的語言。 備註：可在乘法解題脈絡中，自然使用連加算式，不限步驟。最後能以行列模型理解乘法交換律(R-2-3)。</p> <p>N-2-7 十十乘法：乘除直式計算的基礎，以熟練為目標。 備註：本單元應和乘法概念的學習同時進行，不可要求學生死背乘法表。本條目的學習可協助在除法情境(如 N-2-9)中察覺乘與除的關係。</p> <p>N-3-4</p>	<p>N-5-3 公因數和公倍數：因數、倍數、公因數、公倍數、最大公因數、最小公倍數的意義。 備註：以概念認識為主，不用短除法(N-6-1、N-6-2)。</p>	<p>N-6-1 20 以內的質數和質因數分解：小於 20 的質數與合數。2、3、5 的質因數判別法。以短除法做質因數的分解。 備註：被分解數的因數，在扣除 2、3、5 或其次方的部分後，只剩一因數，且此數除了 49、77 或 91 之外，只能是 11、13、17 或 19。</p>

		<p>除法：除法的意義與應用。基於 N-2-9 之學習，透過幾個一數的解題方法，理解如何用乘法解決除法問題，熟練十乘法的範圍的除法，作為估商的基礎。</p> <p>備註：建議先處理整除情境，再處理有餘數的情境。教學中應有乘、除法並陳之單元，讓學生能主動察覺乘法與除法的問題差異。</p>		
--	--	---	--	--

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能混淆因數與倍數的意義。
2. 學生可能已理解因數、倍數的意義，但是誤解題意，選出正確的敘述。
3. 學生可能不知道甲數最大的因數是甲、最小的倍數也是甲。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 多數國小五年級學生已經掌握整數情境的乘除互逆，因此教師可以透過乘法算式「 $5 \times 8 = 40$ ，5、8 以及 40 都是整數」，幫助學生認識 5 是 40 的因數，也可以透過除法算式「 $40 \div 5 = 8 \dots 0$ ，40、5 以及 8 都是整數」，幫助學生認識 5 是 40 的因數。
2. 國小五年級引入因數問題時，給定的數字多在九九乘法的範圍，因此部分教師喜歡透過乘法算式幫助學生認識因數。建議教師必須提供學生利用除法判斷因數的解題經驗，因為當數字變大時，無法直接利用乘法算式找出因數，以「23 是否為 12581 的因數」為例，學生不易透過乘法算式「 $23 \times () = 12581$ 」來判斷，必須透過除法算式「 $12581 \div 23$ 」來判斷。

3. 以「求 60 的因數和倍數」為例，五年級的教學重點是看著數字 60 找出 60 的因數及倍數，六年級的教學重點是看著 60 質因數分解的算式 $2 \times 2 \times 3 \times 5$ 找出 60 的因數及倍數。本學習內容限制五年級只能透過嘗試錯誤的方式，尋找兩數的公因數和最大公因數，以及公倍數和最小公倍數。

教師不宜引入短除法求最大公因數及最小公倍數的方法，利用短除法求最大公因數及最小公倍數是六年級的教學重點。

4. 利用嘗試錯誤找出一數所有的因數，或找出兩數的公因數或最大公因數，學生必須進行很多次的乘除計算，要花很多的時間，而且到六年級時，會引入比較有效率的解題策略，例如質因數分解法或短除法。建議教師只要讓學生有一些解題的經驗即可，不必要求學生熟練，也不宜過度評量。

5. 以「求 18 和 24 的所有公因數」為例，有兩種解題的方法。

方法一：分別求出 18 和 24 的所有因數，再找出共同的因數 1、2、3、6，共同的因數為 18 和 24 的公因數。

方法二：先求出 18 所有的因數 1、2、3、6、9、18，再判斷這些數是否為 24 的因數。

1、2、3、6 是 18 的因數，也是 24 的因數，所以 1、2、3、6 是 18 和 24 的公因數。

教師應引入方法二，幫助學生簡化求公因數的解題過程。

當學生求出 1、2、3、6 是 18 和 24 的公因數，6 是 18 和 24 的最大公因數後，教師應幫助學生認識公因數 1、2、3、6 是最大公因數 6 的因數，為六年級利用短除法解公因數的文字題鋪路。六年級利用短除法解題時，只能求出最大公因數，無法求出所有的公因數。

6. 教師應透過生活情境問題引入因數的意義，不宜直接在數的情境下引入因數的意義。

以「12 個蘋果想要分裝成幾袋，讓每袋的蘋果一樣多，有那些分法？」為例，教學的重點不是「可以分裝成多少袋」，也不是「有幾種分裝蘋果的方法」，教學的重點是「一袋可以有多少個蘋果」。針對 12 個蘋果，12 的因數指的是幾個蘋果可以整數倍合成為 12 個蘋果，2 個蘋果裝 1 袋，12 個蘋果可以裝滿 6

袋，2 個蘋果可以整數倍的合成為 12 個蘋果，所以 2 個蘋果是 12 個蘋果的因數，而 6 袋不是 12 個蘋果的因數。

7. 區分「倍數」與「幾倍」的意義。

學生可能混淆「倍數」與「幾倍」的意義，誤認為 2 是 0.1 的倍數。

正確的說法是：2 不是 0.1 的倍數，但 2 是 0.1 的 20 倍。

(1) 倍數的意義：

數學上只在整數的情境討論因數與倍數，因此，不論透過乘法 $b = a \times q$ 或除法 $b \div a = q \dots 0$ ，判斷 a 是否為 b 的因數時， a 、 b 和 q 都必須是整數。

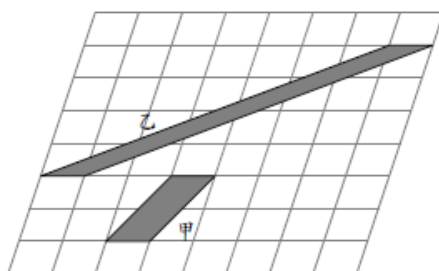
0.1 不是整數，因此 0.1 不是 2 的因數，2 也不是 0.1 的倍數。

(2) 幾倍的意義：

a 是 b 的 $\frac{a}{b}$ 倍，指的是將 b 視為基準量 1 時，比較量 a 是 $\frac{a}{b}$ 。

將 0.1 視為基準量 1，比較量 2 是 20 個 0.1，因此 2 是 0.1 的 20 倍。

8. 以求「8 和 12 的公倍數」為例，教師可以先求出 12 部分的倍數 12、24、36、48、60、72、84、96 等，再判斷這些數是否為 8 的倍數，例如 24、48、72、96 也是 8 的倍數，所以 24、48、72、96 是 8 和 12 的公倍數，幫助學生簡化求公倍數的解題過程。

題號	試題代碼				答案	
17	114-M5-C2-17				2	
學習重點	S-5-2 三角形與四邊形的面積：操作活動與推理。利用切割重組，建立面積公式，並能應用。 備註：計算面積的問題，若採用分數或小數之邊長與高，必須在分數和小數的乘法後教學（N-5-5、N-5-8）。					
知識向度	空間與形狀		認知向度		程序執行	
題目	<p>下圖是由 64 個全等的小平行四邊形拼成的圖形。</p>  <p>已經知道平行四邊形甲的面積是 21 平方公分，請問平行四邊形乙的面積是多少平方公分？</p> <p>① 21 ② 42 ③ 63 ④ 84</p>					
選答率	選 項	1	2*	3	4	其他
	全 體	0.21	0.43	0.21	0.15	0.00
	高分組	0.15	0.58	0.14	0.12	0.00
	低分組	0.24	0.29	0.27	0.19	0.01
						通過率：43%
						鑑別度：0.29

一、試題分析

(一) 評量目標

本題給定甲和乙兩個等底、不同高的平行四邊形和其中一個平行四邊形的面積，要求學生算出另一個平行四邊形的面積，評量學生利用平行四邊形面積公式解題的能力。

(二) 數據說明

1. 整體通過率 43%，高分組答對率 58%，低分組答對率 29%，鑑別度 0.29。
2. 43%的學生選擇正確答案②，21%的學生選擇①，21%的學生選擇③，15%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.29，正確答案為選項②，通過率為 43%，顯示超過四成的學生已具備利用平行四邊形面積公式解題的能力，這些學生也具備利用平行線間距離處處相等性質（四年級教材）解題的能力。
2. 有 21%的學生選擇①（低分組有 24%），這些學生可能尚未具備利用平行四邊形面積公式解題的能力，可能透過視覺直觀判斷，認為甲和乙兩個平行四邊形的面積相同。
3. 有 21%的學生選擇③（低分組有 27%），這些學生可能尚未具備利用平行四邊形面積公式解題的能力，可能不具備利用平行線間距離處處相等找出平行四邊形的高，學生誤以為平行四邊形乙的高是平行四邊形甲的 3 倍， $21 \times 3 = 63$ ，得到答案 63 平方公分。
4. 有 15%的學生選擇④（低分組有 19%），這些學生可能尚未具備利用平行四邊形面積公式解題的能力，可能無法掌握平行線間距離處處相等找出平行四邊形的高，學生誤以為平行四邊形乙的高是平行四邊形甲的 4 倍， $21 \times 4 = 84$ ，得到答案 84 平方公分。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	S-4-3 正方形與長方形的面積與周長：理解邊長	S-5-2 三角形與四邊形的面積：操作活動與推理。	S-6-4 柱體體積與表面積：含角柱和圓柱。利用

	<p>與周長或面積的關係，並能理解其公式與應用。簡單複合圖形。</p> <p>備註：邊長限整數。最後學生的計算是依據定義以乘法計算，而非測量合成之結果。簡單複合圖形限兩圖形之組合。</p>	<p>利用切割重組，建立面積公式，並能應用。</p> <p>備註：計算面積的問題，若採用分數或小數之邊長與高，必須在分數和小數的乘法後教學(N-5-5、N-5-8)。</p>	<p>簡單柱體，理解「柱體體積 = 底面積 × 高」的公式。簡單複合形體體積。</p> <p>備註：柱體體積不用說明所有情況，即可告知體積公式為底面積 × 高。柱體限三角柱、四角柱、圓柱。複合形體之體積以兩形體組合為限。柱體表面積只處理底面為圓、長方形、直角三角形、平行四邊形的情況，且應注意底面邊長的正確性。表面積不宜過度評量。表面積不處理複合形體。</p>
--	--	---	--

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能尚未具備利用平行四邊形面積公式解題的能力。
2. 學生可能無法掌握平行線間距離處處相等，找不到平行四邊形的高。
3. 本題沒有給定平行四邊形高的長度，學生無法利用平行四邊形乙的高是平行四邊形甲高的 2 倍，算出平行四邊形乙的面積。
4. 教師可以透過平行線間距離處處相等的性質及每個小平行四邊形的高都相等，幫助學生比較兩平行四邊形高之間倍數的關係。

(二) 核心概念與本題的教學重點

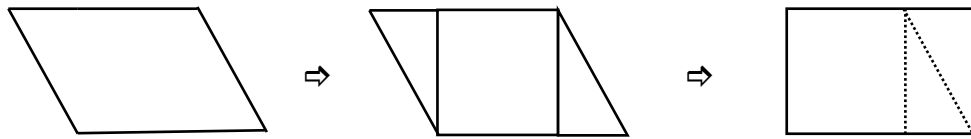
1. 教師應透過平行線間距離處處相等的性質及每個小平行四邊形的高都相等，幫助學生比較兩平行四邊形高之間倍數的關係。例如平行四邊形甲的高和 2 個小平行

四邊形高接起來一樣長，平行四邊形乙的高和 4 個小平行四邊形高接起來一樣長，所以平行四邊形乙的高是平行四邊形甲高的 2 倍。

2. 建議教師先透過將平行四邊形切割再重組成長方形的方式，引入平行四邊形的面積公式。

將平行四邊形先切割再重組 (如下圖)，將平行四邊形轉換成等積異形的長方形，其中長方形的長邊就是平行四邊形的底邊，長方形的寬邊就是平行四邊形的高。

平行四邊形面積 = 長方形面積 = 長 \times 寬 = 底 \times 高。



3. 教師應強調長方形的長邊和寬邊互相垂直，因此平行四邊形的底邊和高也互相垂直，為以後找不同形狀平行四邊形給定底邊求對應高的問題鋪路。

題號	試題代碼				答案	
18	114-M5-A1-18				4	
學習重點	N-5-5 分數的乘法：整數乘以分數、分數乘以分數的意義。知道用約分簡化乘法計算。處理乘積一定比被乘數大的錯誤類型。透過分數計算的公式，知道乘法交換律在分數也成立。 備註：建立例如「的 $\frac{1}{2}$ 」和「 $\frac{1}{2}$ 倍」的關連。					
知識向度	數與計算		認知向度		概念理解	
題目	已經知道「 $甲 \times \frac{11}{13} = 乙$ 、 $丙 \times 1.01 = 丁$ 」，而且甲和丙都不等於 0 。下列關於甲、乙和丙、丁大小關係的敘述，何者正確？ ① 甲 < 乙、丙 > 丁 ② 甲 < 乙、丙 < 丁 ③ 甲 > 乙、丙 > 丁 ④ 甲 > 乙、丙 < 丁					
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他
	全 體	0.15	0.22	0.16	0.47	0.00
	高分組	0.06	0.10	0.06	0.77	0.00
	低分組	0.22	0.30	0.26	0.21	0.01
通過率：47%						
鑑別度：0.56						

一、試題分析

(一) 評量目標

本題給定兩個被乘數及積以符號表示的乘法算式，要求學生透過給定的乘數判斷被乘數與積的大小關係，評量學生是否掌握分數及小數乘法的意義。

(二) 數據說明

1. 整體通過率 47%，高分組答對率 77%，低分組答對率 21%，鑑別度 0.56。

2. 47%的學生選擇正確答案④，15%的學生選擇①，22%的學生選擇②，16%的學生選擇③。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.56，正確答案為選項④，通過率為 47%，顯示近五成的學生已掌握分數及小數乘法的意義，認識乘數比 1 大 (小) 時，積會比被乘數大 (小) 的性質。
2. 有 15% 的學生選擇① (低分組有 22%)，這些學生可能無法掌握分數及小數乘法的意義，不認識乘數比 1 大 (小) 時，積會比被乘數大 (小) 的性質。
3. 有 22% 的學生選擇② (低分組有 30%)，這些學生可能無法掌握分數及小數乘法的意義，不認識乘數比 1 大 (小) 時，積會比被乘數大 (小) 的性質。
4. 有 16% 的學生選擇③ (低分組有 26%)，這些學生可能無法掌握分數及小數乘法的意義，不認識乘數比 1 大 (小) 時，積會比被乘數大 (小) 的性質。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-4-5</p> <p>同分母分數：一般同分母分數教學 (包括「真分數」、「假分數」、「帶分數」名詞引入)。假分數和帶分數之變換。同分母分數的比較、加、減與整數倍。</p> <p>備註：本條目教學，分子和分母的數字都不用太大，以能流暢學習同分母分數計算為目標。帶分數整數倍教學不宜強迫學生化成假分數進行，其中隱含之分配律思維來自操作經驗與數感，此非分配律教學。</p>	<p>N-5-5</p> <p>分數的乘法：整數乘以分數、分數乘以分數的意義。知道用約分簡化乘法計算。處理乘積一定比被乘數大的錯誤類型。透過分數計算的公式，知道乘法交換律在分數也成立。</p> <p>備註：建立例如「的 $\frac{1}{2}$」和「$\frac{1}{2}$ 倍」的關連。</p>	<p>N-6-3</p> <p>分數的除法：整數除以分數、分數除以分數的意義。最後理解除以一數等於乘以其倒數之公式。</p> <p>備註：可不處理餘數問題。若要處理，限於具體合理的生活情境。餘數問題不評量。</p>

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能無法掌握分數及小數乘法的意義。
2. 因為被乘數及積都是符號，學生可能認為沒有數字，無法計算來比較大小關係。
3. 學生可能不認識乘數比 1 大 (小) 時，積會比被乘數大 (小) 的性質。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 教師在教授「一數乘以一個比 1 小的數會小於該數」或「一數乘以一個比 1 大的數會大於該數」時，不應讓學生死記硬背，可以透過下方三個問題，讓學生看到且明白乘數是分數和整數問題的差異，甚至乘數若是大於 1、等於 1、小於 1，破除學生以前學習乘法時，會愈乘愈大的迷思。

【第一類問題】

問題 1：一桶果汁 10 公升，那麼 $2\frac{1}{2}$ 桶有多少公升？ $10 \times 2\frac{1}{2} = 25$

問題 2：一桶果汁 10 公升，那麼 1 桶有多少公升？ $10 \times 1 = 10$

問題 3：一桶果汁 10 公升，那麼 $\frac{1}{2}$ 桶有多少公升？ $10 \times \frac{1}{2} = 5$

【第二類問題】

問題 1：一瓶果汁 $\frac{1}{2}$ 公升，那麼 $2\frac{1}{2}$ 桶有多少公升？ $\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2} = \frac{5}{4}$

問題 2：一瓶果汁 $\frac{1}{2}$ 公升，那麼 1 桶有多少公升？ $\frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$

問題 3：一瓶果汁 $\frac{1}{2}$ 公升，那麼 $\frac{1}{2}$ 桶有多少公升？ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

【第三類問題】

問題 1：一桶果汁 10 公升，那麼 2.5 桶有多少公升？ $10 \times 2.5 = 25$

問題 2：一桶果汁 10 公升，那麼 1 桶有多少公升？ $10 \times 1 = 10$

問題 3：一桶果汁 10 公升，那麼 0.5 桶有多少公升？ $10 \times 0.5 = 5$

讓學生看到現象進行總結，明白「一數乘以一個比 1 小的數會小於該數」及「一數乘以一個比 1 大的數會大於該數」，而這比 1 小或比 1 大的數，可以是分數、

小數或整數。爾後再進入下方的問題進行討論：

【第四類問題】

問題 1：甲 $\times 1\frac{2}{3}$ =() \cdot ()裡的數會比甲大或小？

問題 2：甲 $\times 1$ =() \cdot ()裡的數會比甲大或小？

問題 3：甲 $\times \frac{1}{10}$ =() \cdot ()裡的數會比甲大或小？

待學生理解後，那麼就能針對此題進行討論，並說明原因。

2. 學生若能明白「一數乘以一個比 1 小的數會小於該數」及「一數乘以一個比 1 大的數會大於該數」此定義，那麼就可以用定義來解題：

(1) 若 $a > 1$ ，則甲 $\times a$ 其結果會 $>$ 甲

(2) 若 $a = 1$ ，則甲 $\times a$ 其結果會 $=$ 甲

(3) 若 $a < 1$ ，則甲 $\times a$ 其結果會 $<$ 甲

甲 $\times \frac{11}{13}$ = 乙， $\frac{11}{13} < 1$ ，所以會愈乘愈小，也就是乙會比較小，因此甲 $>$ 乙。

丙 $\times 1.01$ = 丁， $1.01 > 1$ ，所以會愈乘愈大，也就是丁會比較大，因此丙 $<$ 丁。

3. 教師也可以引導學生使用「代數字」進行運算的方式，再來判斷其兩數的關係：

$$\begin{aligned} \text{甲} \times \frac{11}{13} = \text{乙} &\Rightarrow 13 \times \frac{11}{13} = 11 & \text{丙} \times 1.01 = \text{丁} &\Rightarrow 1 \times 1.01 = 1.01 \\ &\Rightarrow \text{甲} > \text{乙} & &\Rightarrow \text{丙} < \text{丁} \end{aligned}$$

題號	試題代碼					答案	
19	114-M5-D3-19					3	
學習重點	R-5-1 三步驟問題併式：建立將計算步驟併式的習慣，以三步驟為主。介紹「平均」。與分配律連結。 備註：學習併式不表示此後所有解題教學都必須併式（N-6-9）。						
知識向度	關係		認知向度		解題思考		
題目	「小東全家人一起去旅遊，訂了 2 間雙人房，3 份晚餐，共花了 7900 元。一份晚餐 500 元，請問 1 間雙人房多少元？」 下列哪個算式可以算出正確的答案？ ① $7900 - (500 \times 3) \div 2$ ② $7900 - 500 \times 3 \times 2$ ③ $(7900 - 500 \times 3) \div 2$ ④ $7900 - (500 \times 3 \times 2)$						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：44%
	全 體	0.44	0.05	0.44	0.07	0.00	
	高分組	0.27	0.01	0.71	0.01	0.00	鑑別度：0.50
	低分組	0.50	0.12	0.21	0.16	0.01	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題是三步驟文字題，要求學生選出正確的算式，評量學生三步驟問題列式的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 44%，高分組答對率 71%，低分組答對率 21%，鑑別度 0.50。							
2. 44%的學生選擇正確答案③，44%的學生選擇①，5%的學生選擇②，7%的學生選擇④。							
(三) 選項及學生表現說明							
1. 本題鑑別度為 0.50，正確答案為選項③，通過率為 44%，顯示超過四成的學生已具備三步驟問題列式的能力。							

2. 有 44% 的學生選擇① (低分組有 50%)，這些學生可能尚未具備三步驟問題列式的能力，這些學生可能已具備三步驟問題列式的能力，但是可能無法掌握運算次序的約定，不知道 $7900 - (500 \times 3)$ 可以記成 $7900 - 500 \times 3$ ，也不知道 $7900 - (500 \times 3) \div 2$ 和 $(7900 - 500 \times 3) \div 2$ 的運算次序不相同。
3. 有 5% 的學生選擇② (低分組有 12%)，這些學生可能未具備三步驟問題列式的能力，這些學生可能已具備三步驟問題列式的能力，但是無法掌握運算次序的約定。
4. 有 7% 的學生選擇④ (低分組有 16%)，這些學生可能未具備三步驟問題列式的能力，這些學生可能已具備三步驟問題列式的能力，但是無法掌握運算次序的約定。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	R-4-1 兩步驟問題併式：併式是代數學習的重要基礎。含四則混合計算的約定（由左往右算、先乘除後加減、括號先算）。學習逐次減項計算。 備註：限整數。2、3 年級已學習之兩步驟問題（N-2-8、N-3-7），也應複習並進行併式學習。	R-5-1 三步驟問題併式：建立將計算步驟併式的習慣，以三步驟為主。介紹「平均」。與分配律連結。 備註：學習併式不表示此後所有解題教學都必須併式（N-6-9）。	N-6-5 解題：整數、分數、小數的四則應用問題。二到三步驟的應用解題。含使用概數協助解題。 備註：含處理分數和小數混合乘除計算之常用技巧。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能可以使用多個算式記錄解題活動，但是尚未具備三步驟問題列式的能力。

2. 學生可能無法掌握「括號先算」、「先乘除後加減」及「由左往右算」運算次序的約定。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 整數三步驟問題引入的順序包含兩個部分：

第一部分：用兩個算式（其中一個是併式）記錄解題活動。

第二部分：將兩個算式（其中一個是併式）改記成一個併式，再用一個併式記錄解題活動。

第三部分：先列式，再用逐次減項的記法記錄解題過程。

2. 建議教師幫助學生用併式列出三步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。

下面以「小洋原本有 100 元，買了 2 個 25 元的麵包後，爸爸又給他 48 元，請問小洋現在有多少元？」為例，說明三步驟問題的教學流程。

- (1) 用一個併式及一個算式記錄解題活動 $100 - 25 \times 2 = 50$ ， $50 + 48 = 98$ ，
答：現在有 98 元。

- (2) 將一個併式及一個算式改記成併式的記法將「 $100 - 25 \times 2 = 50$ ， $50 + 48 = 98$ 」改記成「 $100 - 25 \times 2 + 48 = 98$ 」。

- (3) 用併式記錄解題活動 $100 - 25 \times 2 + 48 = 98$ ，答：現在有 98 元。

- (4) 用算式填充題來列式 $100 - 25 \times 2 + 48 = (\quad)$ 。

- (5) 先列式，再用逐次減項的記法記錄解題活動 $100 - 25 \times 2 + 48 = (\quad)$
 $100 - 25 \times 2 + 48 = 100 - 50 + 48 = 50 + 48 = 98$ ，答：現在有 98 元。

3. 學生面對沒有見過的多步驟問題時，只能用多個算式來記錄解題活動，學生解題成功後，教師應要求學生將多個算式改記成併式。以後再遇到相同的問題時，應要求學生先用併式來列式，再利用逐次減項的記法記錄解題活動。儘量要求學生以併式的方法思考與演算，這是代數列式的前置經驗。

題號	試題代碼					答案	
20	114-M5-A3-20					1	
學習重點	N-5-4 異分母分數：用約分、擴分處理等值分數並做比較。用通分做異分母分數的加減。養成利用約分化簡分數計算習慣。 備註：通分不鼓勵以分母直接相乘。通分數字限 (1) 分母均為一位數，(2) 一分母為另一分母的倍數，且兩數小於 100，(3) 乘以 2、3、4、5 就可以找到兩分母之公倍數 (如 12 與 18)。						
知識向度	數與計算			認知向度		解題思考	
題目	下列哪個分數比 $\frac{25}{8}$ 大，但是比 $3\frac{10}{48}$ 小？ ① $\frac{19}{6}$ ② $\frac{26}{8}$ ③ $\frac{4}{24}$ ④ $3\frac{5}{48}$						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：42%
	全 體	0.42	0.23	0.11	0.23	0.00	
	高分組	0.71	0.15	0.04	0.10	0.00	鑑別度：0.55
	低分組	0.16	0.28	0.20	0.35	0.01	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定兩個分數，要求學生選出介於這兩個分數之間的分數，評量學生利用約分與擴分解題的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 42%，高分組答對率 71%，低分組答對率 16%，鑑別度 0.55。							

2. 42%的學生選擇正確答案①，23%的學生選擇②，11%的學生選擇③，23%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.55，正確答案為選項①，通過率為 42%，顯示超過四成的學生已具備利用約分與擴分解題的能力。

2. 有 23%的學生選擇②（低分組有 28%），這些學生可能不具備利用約分與擴分解題的能力。可能只考慮題目中的一條件，認為 $\frac{26}{8}$ 比 $\frac{25}{8}$ 大，就當成答案。未考慮另一條件——要比 $3\frac{10}{48}$ 小， $3\frac{10}{48}=3\frac{5}{24}$ ， $\frac{26}{8}=3\frac{2}{8}=3\frac{6}{24}$ ，也就是 $\frac{26}{8}>3\frac{10}{48}$ ，不符合。

3. 有 11%的學生選擇③（低分組有 20%），這些學生可能不具備利用約分與擴分解題的能力。他們忽略帶分數中的整數，只以分數部分來判斷。

4. 有 23%的學生選擇④（低分組有 35%），這些學生可能不具備利用約分與擴分解題的能力。只考慮題目中的一條件，認為 $3\frac{5}{48}$ 比 $3\frac{10}{48}$ 小，就當成答案。未考慮另一條件——要比 $\frac{25}{8}(=3\frac{6}{48})$ 大， $3\frac{5}{48}<3\frac{6}{48}$ ，不符合。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-4-6</p> <p>等值分數：由操作活動中理解等值分數的意義。簡單異分母分數的比較、加、減的意義。簡單分數與小數的互換。</p> <p>備註：簡單異分母分數指一分母為另一分母之倍數。與小數互</p>	<p>N-5-4</p> <p>異分母分數：用約分、擴分處理等值分數並做比較。用通分做異分母分數的加減。養成利用約分化簡分數計算習慣。</p> <p>備註：通分不鼓勵以分母直接相乘。通分數字限（1）分母均為</p>	<p>N-5-5</p> <p>分數的乘法：整數乘以分數、分數乘以分數的意義。知道用約分簡化乘法計算。處理乘積一定比被乘數大的錯誤類型。透過分數計算的公式，知道乘法交換律在分數也成立。</p>

	換之簡單分數指分母為 2、5、10、100。	一位數，(2) 一分母為另一分母的倍數，且兩數小於 100。(3) 乘以 2、3、4、5 就可以找到兩分母之公倍數 (如 12 與 18)。	備註：建立例如「的 $\frac{1}{2}$ 」和「 $\frac{1}{2}$ 倍」的關連。
--	------------------------	--	--

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備利用約分、擴分解題的能力。
2. 學生可能無法比較異分母分數的大小。
3. 學生可能不具備假分數和帶分數的互換的能力。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 區分等值分數和約分、擴分與通分的意義：

等值分數：在選取相同單位量的情境下，兩分數雖然等分割的份數與合成的份數不同，但是兩分數所代表的量 (值) 一樣多。

例如 $\frac{1}{2}$ 條繩子和 $\frac{4}{8}$ 條繩子一樣長，可以記成 $\frac{1}{2}$ 條 = $\frac{4}{8}$ 條， $\frac{2}{5}$ 盒蘋果和

$\frac{4}{10}$ 盒蘋果一樣多，可以記成 $\frac{2}{5}$ 盒 = $\frac{4}{10}$ 盒。

約分、擴分：將一個分數轉換成它的等值分數稱之為約分或擴分。

分割份數由少變多稱為擴分，例如 $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$ ，

分割份數由多變少稱為約分，例如 $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ 。

通分：透過約分或擴分，讓兩個分數分母相等的活動稱為通分。

2. 在約分與擴分教學時，因為分割的份數不同，因此要選用不同的量詞來描述，例如將 1 張圓形色紙平分成 3 大塊，將另一張一樣大的圓形色紙平分成 6 小塊。不可以說將 1 張圓形色紙平分成 3 塊，將另一張一樣大的圓形色紙平分成 6 塊，因為 3 塊中的「1 塊」和 6 塊中的「1 塊」大小不一樣，學生會混淆量詞「塊」的意義。建議教學方式如下：



平分成 3 大塊



平分成 6 小塊

擴分： $\frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$ (1 大塊可以換成 2 小塊)

約分： $\frac{2}{6} = \frac{2 \div 2}{6 \div 2} = \frac{1}{3}$ (2 小塊可以換成 1 大塊)

3. 以「 $\frac{12}{16} = \frac{(\quad)}{8}$ 」為例，說明如何幫助學生解決約分的問題。

步驟一：如圖A， $\frac{12}{16}$ 指的是將1張色紙平分成16小份，把其中的12等份塗上顏色。

如圖B， $\frac{(\quad)}{8}$ 指的是將1張色紙平分成8大份，不知道要塗其中的幾中份，

才會和圖A塗色的面積一樣大？

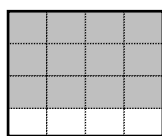


圖 A

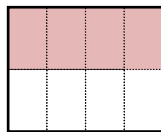


圖 B

步驟二：圖A的16小份合起來，和圖B的8大份合起來一樣大，所以1大份和2小份合起來一樣大。

步驟三：1大份和2小份合起來一樣大，16小份中的12小份合起來和8大份中的6

大份合起來一樣大，可以利用算式「 $\frac{12}{16} = \frac{12 \div 2}{16 \div 2} = \frac{6}{8}$ 」得到 $\frac{12}{16} = \frac{(6)}{8}$ 。

4. 以「 $\frac{12}{16} = \frac{3}{(\quad)}$ 」為例，說明如何幫助學生解決約分的問題。

步驟一：如圖C， $\frac{12}{20}$ 指的是將1張色紙平分成20小份，把其中的12小份塗上顏色。

如圖D，指的是不知道1張色紙被平分成幾大份，只知道把其中的3大份塗上顏色。

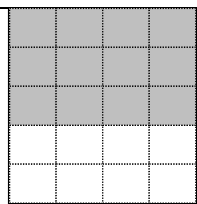


圖 C




圖 D

步驟二：12 小份合起來和 3 大份合起來一樣大，所以 1 大份和 4 小份合起來一樣大。也可以說圖 C 中，每 4 小份等於圖 D 的 1 大份，已知圖 C 全部平分成 20 小份，所以可以得知圖 D 被平分成 5 大份。

步驟三：圖C的20小份中的12小份合起來和5大份中的3大份合起來一樣大，可以

利用算式「 $\frac{12}{20} = \frac{12 \div 4}{20 \div 4} = \frac{3}{5}$ 」，得到 $\frac{12}{20} = \frac{3}{(5)}$ 。

題號	試題代碼					答案																	
21	114-M5-B3-21					4																	
學習重點	N-4-13 解題：日常生活的時間加減問題。跨時、跨午、跨日、24 小時制。含時間單位換算。 備註：教學須包含各種類型的時間加減問題。建議不直接談時差，與時差有關問題，可在布題時先處理。																						
知識向度	量與實測		認知向度		解題思考																		
題目	<p>爸爸要從<u>台南</u>搭<u>高鐵</u>到<u>新竹</u>出差，查詢<u>高鐵車次表</u>後，看到以下兩個車次。</p> <p style="text-align: center;">台南  新竹</p> <table><tr><th>出發時間</th><th></th><th>抵達時間</th><th>車次</th><th>自由座車廂</th><th>備註</th></tr><tr><td>07：41</td><td>→</td><td>09：07</td><td>0806</td><td>10-12</td><td>早鳥 65 折起</td></tr><tr><td>08：13</td><td>→</td><td>09：23</td><td>0612</td><td>10-12</td><td>-</td></tr></table> <p>下面是甲、乙、丙、丁四人關於爸爸搭<u>高鐵車次</u>的說法。</p> <p>甲說：0806 車次所需的行車時間比 0612 車次短。</p> <p>乙說：0806 車次會比 0612 車次早 16 分鐘抵達<u>新竹</u>。</p> <p>丙說：0806 車次的出發時間比 0612 車次早 28 分鐘。</p> <p>丁說：0612 車次所需的行車時間是 70 分鐘。</p> <p>請問哪兩個人的說法正確？</p> <p>① 甲和乙</p> <p>② 甲和丁</p> <p>③ 乙和丙</p> <p>④ 乙和丁</p>					出發時間		抵達時間	車次	自由座車廂	備註	07：41	→	09：07	0806	10-12	早鳥 65 折起	08：13	→	09：23	0612	10-12	-
出發時間		抵達時間	車次	自由座車廂	備註																		
07：41	→	09：07	0806	10-12	早鳥 65 折起																		
08：13	→	09：23	0612	10-12	-																		
選答率	選 項	1	2	3	4*	其他																	
	全 體	0.17	0.18	0.16	0.49	0.00																	
	高分組	0.06	0.08	0.07	0.79	0.00																	
	低分組	0.27	0.28	0.25	0.19	0.00																	
						通過率：49%																	
						鑑別度：0.60																	

一、試題分析

(一) 評量目標

本題是時間加減的文字題，要求學生選出正確的說法，評量學生時間複名數加減法的計算能力。

(二) 數據說明

1. 整體通過率 49%，高分組答對率 79%，低分組答對率 19%，鑑別度 0.60。
2. 49%的學生選擇正確答案④，17%的學生選擇①，18%的學生選擇②，16%的學生選擇③。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.60，正確答案為選項④，通過率為 49%，顯示近五成的學生已具備時間複名數加減法的計算能力。
2. 有 17%的學生選擇①（低分組有 27%），這些學生可能尚未具備時間複名數減法的計算能力，可能不理解選項「行車時間比較短」的意思，以為比較早抵達目的地，就是行車時間比較短，認為甲的說法正確。
3. 有 18%的學生選擇②（低分組有 28%），這些學生可能尚未具備時間複名數減法的計算能力，可能不理解選項「行車時間比較短」的意思，以為比較早抵達目的地，就是行車時間比較短，認為甲的說法正確。
4. 有 16%的學生選擇③（低分組有 25%），這些學生可能尚未具備時間複名數減法的計算能力，在計算「8 小時 13 分鐘-7 小時 41 分鐘」時解發生錯誤，學生可能的算法是 $41 - 13 = 28$ ，認為丙的說法正確。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-3-17 時間：「日」、「時」、「分」、「秒」。實測、量感、估測與計算。時間單位的換算。認識時間加減問題的類型。	N-4-13 解題：日常生活的時間加減問題。跨時、跨午、跨日、24 小時制。含時間單位換算。 備註：教學須包含各種類型的時間加減問	N-5-16 解題：時間的乘除問題。在分數和小數學習的範圍內，解決與時間相關的乘除問題。

	備註：時間加減問題以認識加減問題類型為原則（較深入者見 N-4-13），處理時刻或時間量等常見加減問題。本年級加減限（1）同單位時間量，（2）時、分複名數加減（無進、退位）。	題。建議不直接談時差，與時差有關問題，可在布題時先處理。	備註：含以分數和小數表示的時間量。如 15 分是 $\frac{1}{4}$ 時 ($\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$)， $\frac{1}{5}$ 時是 12 分 ($60 \times \frac{1}{5} = 12$)。可含工程問題。	
--	---	------------------------------	--	--

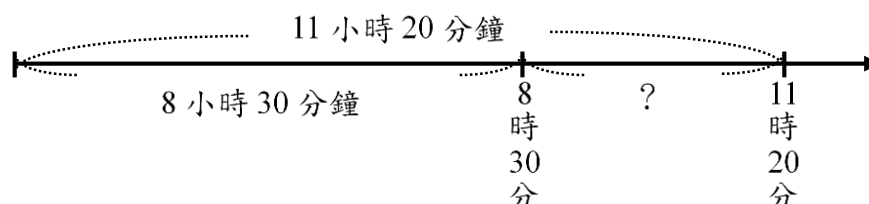
三、教學建議


(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備時間複名數加減法的計算能力。
2. 學生可能不具備將時刻轉換成時間的能力。
3. 學生可能不具備二維表格的報讀能力，無法正確提取解題所需的正確數字。
4. 學生可能不理解「行車時間比較短」的意思，以為比較早抵達目的地，就是行車時間比較短。

(二) 核心概念與本題的教學重點

教師可透過時間數線，幫助學生利用加減算式解決時刻及時間的加減問題。以「上午 8 時 30 分到上午 11 時 20 分，經過幾小時幾分鐘？」為例，可以透過時間數線，將「上午 8 時 30 分」解讀為和上午 0 時 0 分的距離是「8 小時 30 分鐘」，將「上午 11 時 20 分」解讀為和上午 0 時 0 分的距離是「11 小時 20 分鐘」，利用「11 小時 20 分鐘 - 8 小時 30 分鐘 = 2 小時 50 分鐘」，就能得到經過 2 小時 50 分鐘的答案。



題號	試題代碼			答案			
22	114-M5-A1-22			3			
學習重點	N-5-11 解題：對小數取概數。具體生活情境。四捨五入法。知道商除不盡的處理。理解近似的意義。 備註：教學討論近似問題時，不出現「誤差」、「近似值」之用語。						
知識向度	數與計算		認知向度		概念理解		
題目	<p>如圖，緞帶一邊對齊刻度 0，另一邊在刻度 7.54 公尺和 7.55 公尺之間。</p> <div><div><div>7.5</div><div>7.54 7.55</div><div>7.6</div></div><div>(單位：公尺)</div></div> <p>下列關於將緞帶長度取概數後的敘述，何者正確？</p> <p>① 用四捨五入法取概數到個位，緞帶的長度大約為 7 公尺</p> <p>② 用四捨五入法取概數到小數點第一位，緞帶的長度大約為 7.6 公尺</p> <p>③ 用四捨五入法取概數到小數點第二位，緞帶的長度大約為 7.55 公尺</p> <p>④ 因為不知道緞帶的實際長度，因此無法將緞帶長度用四捨五入法取概數</p>						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：31%
	全 體	0.12	0.29	0.31	0.27	0.01	
	高分組	0.06	0.23	0.39	0.32	0.00	鑑別度：0.13
	低分組	0.20	0.32	0.25	0.23	0.01	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定一條緞帶及刻度長為 0.01 的刻度尺，要求學生判斷緞帶的長度是幾公分，評量學生利用四捨五入法對小數取概數解題的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 31%，高分組答對率 39%，低分組答對率 25%，鑑別度 0.13。							
2. 31%的學生選擇正確答案③，12%的學生選擇①，29%的學生選擇②，27%的學生選擇④。							

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.13，正確答案為選項③，通過率為 31%，顯示超過三成的學生已具備利用四捨五入法對小數取概數解題的能力。
2. 有 12%的學生選擇①（低分組有 20%），這些學生可能尚未具備利用四捨五入法對小數取概數解題的能力。
3. 有 29%的學生選擇②（低分組有 32%），這些學生可能未掌握對小數以四捨五入法取概數的意義，不知道綬帶的長度比較接近 7.5 公尺，以四捨五入法取概數到小數點第一位的答案是 7.5 公尺。
4. 有 27%的學生選擇④（低分組有 23%），這些學生可能未掌握對小數以四捨五入法取概數的意義，認為沒有給定長度的數字就無法取概數。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-4-4 解題：對大數取概數。具體生活情境。四捨五入法、無條件進入、無條件捨去。含運用概數做估算。近似符號「 \approx 」的使用。 備註：估算解題的步驟應貼近生活情境。以概數協助估算須包含四則估算。	N-5-11 解題：對小數取概數。具體生活情境。四捨五入法。知道商除不盡的處理。理解近似的意義。 備註：教學討論近似問題時，不出現「誤差」、「近似值」之用語。	N-6-4 小數的除法：整數除以小數、小數除以小數的意義。直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。處理商一定比被除數小的錯誤類型。 備註：可不處理餘數問題，若要處理，限於具體合理的生活情境，商限定為整數，並小心在直式計算中處理餘數問題。

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能尚未具備利用四捨五入法對小數取概數解題的能力。
2. 學生可能認為沒有給定長度的數字就無法取概數。

3. 學生不知道緞帶的長度比較接近 7.5 公尺，以四捨五入法取概數到小數點第一位的答案是 7.5 公尺。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 日常生活中常見利用無條件進入法或無條件捨去法取概數的問題，但是它們取概數的單位不一定是十、百、千或萬等單位。

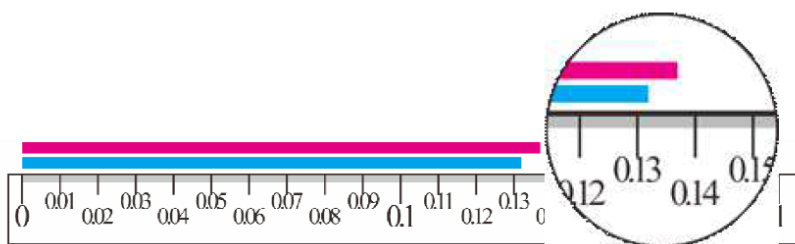
以包裝 734 個蘋果為例，並不一定要 10 個或 100 個蘋果才能裝一盒，8 個蘋果裝一袋，12 個蘋果裝一盒，120 個蘋果裝一箱，都是合理的情境。

2. 本學習內容限制只在具體情境中，對小數在指定位數利用四捨五入法取概數，不討論對小數在指定位數利用無條件進入法或無條件捨去法取概數的問題。

3. 本學習內容限制最多只能利用四捨五入法取概數到小數點第三位。

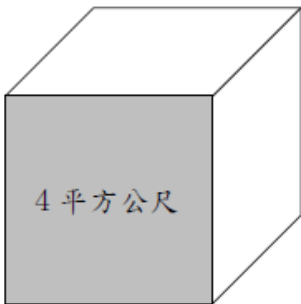
4. 以「7.2468 用四捨五入法取概數到小數第一位」為例，部分學生可能從小數點最後一位開始四捨五入，例如 7.2468 最後一位是 8，針對 8 四捨五入後得到 7.247，再針對 7 四捨五入得到 7.25，再針對 5 四捨五入得到 7.3。教師應說明四捨五入的意義，7.2468 介於 7.2 和 7.3 之間，用四捨五入法取概數到小數第一位，教學重點是判斷 7.2468 距離 7.2 比較近，或距離 7.3 比較近，因此當取概數到小數點第一位時，只要判斷小數點第二位即可，7.2468 小數點後第 2 位是 4，也就是 7.2468 距離 7.2 比較近，所以 7.2468 用四捨五入法取概數到小數第一位的結果是 7.2。

5. 建議透過下面的測量情境，幫助學生理解四捨五入法取概數的意義例子。



當我們用最小刻度是 0.01 公尺 (1 公分) 的直尺測量上圖的上、下兩條繩子長度時，如果用無條件捨去法取概數，剩下不到 0.01 公尺 (1 公分) 的捨去不算，兩條繩子的長度都是 0.13 公尺 (13 公分)，如果用無條件進入法取概數，剩下不到 0.01 公尺 (1 公分) 的也算 0.01 公尺 (1 公分)，兩條繩子的長度都是 0.14 公尺 (14 公分)，這兩種描述繩長的誤差很大。

如果繩子長度比較接近 0.14 公尺 (14 公分)，就記成 0.14 公尺，繩子長度比較接近 0.13 公尺 (13 公分)，就記成 0.13 公尺。因此，將下面藍色繩子的長度記成 0.13 公尺，上面紅色繩子的長度記成 0.14 公尺，這樣比較接近實際的長度，也是比較公平的記法，數學上稱這種取概數的方法為四捨五入法。0.135 公尺剛好介於 0.13 公尺和 0.14 公尺之間，為了讓下一位是 0、1、2、3、4 時都捨去，5、6、7、8、9 都進位，四捨五入法約定將 0.135 公尺記成 0.14 公尺。

題號	試題代碼					答案	
23	114-M5-C2-23					1	
學習重點	S-5-5 正方體和長方體：計算正方體和長方體的體積與表面積。正方體與長方體的體積公式。 備註：能算長方體的表面積，但不記成公式。						
知識向度	空間與形狀		認知向度		程序執行		
題目	<p>有一個正方體大理石塊，其中一個面的面積是 4 平方公尺，請問大理石塊的體積是多少立方公尺？</p> <div></div> <p>① 8 ② 16 ③ 24 ④ 64</p>						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：33%
	全 體	0.33	0.10	0.33	0.24	0.00	
	高分組	0.66	0.03	0.18	0.13	0.00	鑑別度：0.57
	低分組	0.09	0.17	0.43	0.30	0.01	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定正方體一個面的面積，要求學生算出正方體的體積，評量學生利用正方體體積公式解題的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 33%，高分組答對率 66%，低分組答對率 9%，鑑別度 0.57。							

2. 33%的學生選擇正確答案①，10%的學生選擇②，33%的學生選擇③，24%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.57，正確答案為選項①，通過率為 33%，顯示超過三成的學生已具備利用正方體體積公式解題的能力，這些學生也具備利用正方形面積公式（四年級教材）解題的能力，知道面積 4 平方公尺正方形的邊長是 2 公尺。
2. 有 10%的學生選擇②（低分組有 17%），這些學生可能不具備利用正方形面積公式及正方體體積公式解題的能力，這些學生也可能誤解題意，將 4 平方公尺看成正方形的邊長，算出正方形的面積為答案。
3. 有 33%的學生選擇③（低分組有 43%），這些學生可能不具備利用正方形面積公式及正方體體積公式解題的能力，這些學生也可能誤解題意，算出正方體的表面積。
4. 有 24%的學生選擇④（低分組有 30%），這些學生可能不具備利用正方形面積公式及正方體體積公式解題的能力，這些學生也可能誤解題意，將 4 平方公尺看成正方體的邊長， $4 \times 4 \times 4 = 64$ ，算出正方體的體積為 64 立方公尺。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>S-4-4</p> <p>體積：以具體操作為主。在活動中認識體積的意義與比較。認識 1 立方公分之正方體，能理解並計數正方體堆疊的體積。</p> <p>備註：教學應注意體積不容易做直接與間接比較，應和 1 立方公分之正方體一起教學。</p>	<p>S-5-5</p> <p>正方體和長方體：計算正方體和長方體的體積與表面積。正方體與長方體的體積公式。</p> <p>備註：能算長方體的表面積，但不記成公式。</p>	<p>S-6-4</p> <p>柱體體積與表面積：含角柱和圓柱。利用簡單柱體，理解「柱體體積 = 底面積 × 高」的公式。簡單複合形體體積。</p> <p>備註：柱體體積不用說明所有情況，即可告知體積公式為底面積 × 高。柱體限三角柱、四角柱、圓柱。複合形體之體積以兩形</p>

			體組合為限。柱體表面積只處理底面為圓、長方形、直角三角形、平行四邊形的情況，且應注意底面邊長的正確性。表面積不宜過度評量。表面積不處理複合形體。
--	--	--	--

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不具備利用正方形面積公式及正方體體積公式解題的能力。
2. 學生可能無法透過正方形的面積 4 平方公尺，反求出正方形的邊長為 2 公尺。
3. 學生可能混淆長度、面積及體積的關係。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 長方形將平面分割成長方形、長方形內部和長方形外部三部分，長方形的面積指的是長方形和長方形內部合起來的大小。

引入長方形面積公式時，會在長方形內部鋪設 1 平方公分的方瓦，學生很容易理解這些方瓦合起來的面積，和長方形的面積一樣大，因此可以透過比對長邊和寬邊公分數和長邊和寬邊方瓦個數的方式，導出長方形的面積公式。

長方體將空間分割成長方體、長方體內部和長方體外部三部分，長方體的體積指的是長方體和長方體內部合起來的大小。

引入長方體體積公式時，無法在長方體甲內部填入 1 立方公分的白色積木，必須用白色積木堆疊出一個和長方體甲一模一樣的長方體乙，算出長方體乙的體積後，再透過比對長方體甲的長邊、寬邊和高邊的公分數和長方體乙長邊、寬邊和高邊白色積木個數的方式，導出長方體的體積公式。

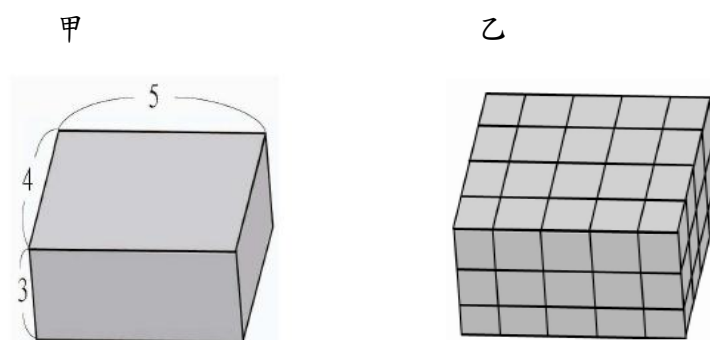
2. 下面以「長 5 公分、寬 4 公分、高 3 公分長方體的體積是多少立方公分？」為例，說明如何幫助學生理解長方體的體積公式。

可以透過將 1 平方公分的方瓦鋪蓋在長方形上的方式，引入長方形的面積公式，因為學生很容易理解這些方瓦合起來的面積和長方形面積一樣大。

但是無法透過將 1 立方公分的白色積木塞入長方體的方式，引入長方體的體積公式，因此引入長方形面積公式和引入長方體體積公式的方式並不相同。

建議教師依下列四個步驟幫助學生解題：

步驟一：給定一個長方體積木甲，要求學生用 1 立方公分的白色積木堆疊出一個和積木甲一模一樣的長方體乙。再利用一排有 5 個、有 4 排、有 3 層的想法， $(5 \times 4) \times 3 = 20 \times 3 = 60$ 算出長方體乙的體積是 60 立方公分。



步驟二：長方體乙和長方體甲一模一樣，長方體乙的體積是 60 立方公分，所以長方體甲的體積也是 60 立方公分。

步驟三：幫助學生觀察長方體甲長邊、寬邊、高邊長度的公分數，和求出答案算式「 $(5 \times 4) \times 3 = 20 \times 3 = 60$ 」間的關係。幫助學生理解長方體甲長邊是 5 公分，也就是底層一排和 5 個白色積木一樣多，寬邊是 4 公分，也就是最底層和 4 排白色積木一樣多，高邊是 3 公分，也就是和 3 層白色積木一樣多。

步驟四：利用長方體甲長邊、寬邊、高邊的公分數，直接利用乘法算出長方體甲的體積，並形成「長乘以寬乘以高」公式算法的共識，
長方體的體積公式 = 長 \times 寬 \times 高。

題號	試題代碼				答案		
24	114-M5-A2-24				1		
學習重點	N-5-6 整數相除之分數表示：從分裝 (測量) 和平分的觀點，分別說明整數相除為分數之意義與合理性。 備註：本條目的困難在於概念理解而非計算，教師應積極協助學生突破整數除法有餘數之固定想法，並轉化成商為分數的合理性。包含除可和「比率」的課題結合 (N-5-10)。						
知識向度	數與計算		認知向度		程序執行		
題目	一盒餅乾 40 片，媽媽買了 2 盒餅乾，姊姊吃了 12 片，請問姊姊吃了多少盒餅乾？ ① $\frac{12}{40}$ ② $\frac{40}{12}$ ③ $\frac{12}{80}$ ④ $\frac{80}{12}$						
選答率	選 項	1*	2	3	4	其他	通過率：26%
	全 體	0.26	0.04	0.66	0.03	0.01	
	高分組	0.34	0.01	0.64	0.01	0.00	鑑別度：0.12
	低分組	0.23	0.09	0.60	0.07	0.01	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定1盒餅乾的片數及購買的盒數，要求學生選出給定的片數是多少盒餅乾，評量學生是否理解整數相除為分數之意義與合理性。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 26%，高分組答對率 34%，低分組答對率 23%，鑑別度 0.12。							
2. 26%的學生選擇正確答案①，4%的學生選擇②，66%的學生選擇③，3%的學生選擇④。							

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.12，正確答案為選項①，通過率為 26%，顯示近三成的學生已理解整數相除為分數之意義與合理性。
2. 有 4%的學生選擇②(低分組有 9%)，這些學生可能不理解整數相除為分數之意義與合理性。
3. 有 66%的學生選擇③(低分組有 60%)，這些學生可能不理解整數相除為分數之意義與合理性，也可能混淆被分割單位量的意義，題目最後問幾盒，被分割的單位量是 1 盒(40 片)，學生誤認為被分割單位量是全部購買的 2 盒(80 片)。
4. 有 3%的學生選擇④(低分組有 7%)，這些學生可能不理解整數相除為分數之意義與合理性。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-3-4 除法：除法的意義與應用。基於 N-2-9 之學習，透過幾個一數的解題方法，理解如何用乘法解決除法問題，熟練十乘法的範圍的除法，作為估商的基礎。</p> <p>備註：建議先處理整除情境，再處理有餘數的情境。教學中應有乘、除法並陳之單元，讓學生能主動察覺乘法與除法的問題差異。</p> <p>N-3-9 簡單同分母分數：結合操作活動與整數經</p>	<p>N-5-6 整數相除之分數表示：從分裝(測量)和平分的觀點，分別說明整數相除為分數之意義與合理性。</p> <p>備註：本條目的困難在於概念理解而非計算，教師應積極協助學生突破整數除法有餘數之固定想法，並轉化成商為分數的合理性。包含除可和「比率」的課題結合(N-5-10)。</p>	<p>N-5-5 分數的乘法：整數乘以分數、分數乘以分數的意義。</p> <p>知道用約分簡化乘法計算。處理乘積一定比被乘數大的錯誤類型。透過分數計算的公式，知道乘法交換律在分數也成立。</p> <p>備註：建立例如「的 $\frac{1}{2}$」和「$\frac{1}{2}$ 倍」的關連。</p> <p>N-5-7 分數除以整數：分數除以整數的意義。最後將問題轉化為乘以單位分數。</p>

	<p>驗。簡單同分母分數比較、加、減的意義。牽涉之分數與運算結果皆不超過 2。以單位分數之點數為基礎，連結整數之比較、加、減。知道「和等於 1」的意義。</p> <p>備註：本年級分數教學只用「分數」一詞，不出現「真分數」與「假分數」的名詞，也不含帶分數的教學 (N-4-5)。應區分真分數與假分數之教學 (例如分開於上、下學期)。初步認識分數的應用時，情境應以連續量為主。若要處理離散量情境，必須與連續模型表徵強烈結合，而且其計數單位須為以整體數量為分母的單位分數(如 1 盒餅乾有 6 塊，則只處理分母 6 之分數，不處理 2 或 3 的情況)。</p>		<p>備註：等分除教學可運用乘法分數倍之經驗 (N-5-5)。包含除可和「比率」的課題結合 (N-5-10)。</p>	
--	---	--	---	--

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生不理解整數相除為分數之意義與合理性。

2. 學生混淆被分割單位量的意義，不知道最後問多少盒餅乾，就是以 1 盒餅乾為單位。
3. 學生習慣以全部為被分割的單位 1，媽媽買了 2 盒，就以 2 盒 (80 片) 為被分割的單位。
4. 建議教師養成強調單位的習慣，如果題目中有 2 個單位，必須強調這兩個單位的意義，命題時，必須養成最後問單位的習慣，因為布題時如果沒有問單位，答案可以有很多種，例如「將 1 公尺平分成 2 份，1 份有多長？」，答案可以是 0.5 公尺？也可以是 50 公分或 0.0005 公里。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本學習內容首次引入整數除以整數，商是分數，且沒有餘數問題，建議教師先布等分除情境問題，再布包含除情境問題，最後布測量情境問題。
 等分除情境：3 個 (或 13 個) 蘋果平分給 5 個人，全部分完，每人分到多少個蘋果？
 包含除情境：一盒蘋果有 5 個，3 個 (或 13 個) 蘋果相當於幾盒？
 測量情境：一條繩子長 5 公分，3 公分 (或 13 公分) 相當於幾條？
2. 本學習內容為整數乘以分數問題的先備知識，以整數乘以分數的乘法問題「一瓶果汁有 3 公升， $\frac{2}{7}$ 瓶果汁是多少公升？」為例，學生必須透過先除「 $3 \div 7 = \frac{3}{7}$ 」再乘「 $\frac{3}{7} \times 2 = \frac{6}{7}$ 」兩個步驟，才能算出 $\frac{2}{7}$ 瓶果汁有 $\frac{6}{7}$ 公升，其中整數除以整數「 $3 \div 7 = \frac{3}{7}$ 」是本基本學習內容教學的重點。
3. 學生常有分數必須比 1 小的迷思概念，建議教師先處理商數小於 1 的問題，再處理商數大於 1 的問題，但是教學及評量時，這兩類問題都必須處理。
4. 區分有餘數及沒有餘數問題的意義及記法：
 有餘數問題的記法： $a \div b = q \dots r$ ， q 是整數， $0 \leq r < b$ 。
 沒有餘數問題的記法： $a \div b = \frac{a}{b}$ ， $b \neq 0$ 。

有餘數的等分除問題：13 個蘋果平分給 5 個人，每人最多分到幾個？

剩下幾個蘋果？

$$13 \div 5 = 2 \dots 3$$

答：每人最多分到 2 個，剩下 3 個蘋果。

沒有餘數的等分除問題：13 個蘋果平分給 5 個人，全部分完，每人分到幾個蘋果？

$$13 \div 5 = \frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$$

答：每人分到 $\frac{13}{5}$ (或 $2\frac{3}{5}$) 個蘋果。

有餘數的包含除問題：13 公分長的繩子，5 公分剪一段，最多可以剪幾段，剩下幾公分？

$$13 \div 5 = 2 \dots 3$$

答：最多可以剪成 2 段，剩下 3 公分。

沒有餘數的包含除問題：13 公分長的繩子，5 公分剪成一段，全部剪完，相當於剪成幾段？

$$13 \div 5 = \frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$$

答：相當於剪成 $\frac{13}{5}$ (或 $2\frac{3}{5}$) 段。

下列問題的餘數是 0，餘數是 0 的問題也屬於有餘數的問題：15 個蘋果平分給 5 個人，每人最多分到幾個？剩下幾個蘋果？

$$15 \div 5 = 3 \dots 0$$

答：每人最多分到 3 個，剩下 0 個蘋果。

5. 以等分除問題「5 公升果汁，平分裝成 3 瓶，全部裝完，每瓶裝幾公升？」為例，可以有兩種解題的策略，第一種是回到整數除以整數，商數是整數，餘數是 0 的舊經驗，第二種是回到分數命名的舊經驗（每次拿 1 公升來分），建議教師必須引入第二種解題策略，幫助學生擴展分數的意義。

下面分別說明這兩種解題策略。

第一種：回到整數除以整數，商是整數，餘數是 0 的舊經驗

$$5 \text{ 公升} = \frac{15}{3} \text{ 公升} \left(15 \text{ 個 } \frac{1}{3} \text{ 公升} \right), 15 \div 3 = 5 \left(5 \text{ 個 } \frac{1}{3} \text{ 公升} \right),$$

答：每瓶裝 $\frac{5}{3}$ 公升。

第二種：回到分數命名的舊經驗（每次拿 1 公升來分）

$$1 \div 3 = \frac{1}{3} \left(1 \text{ 公升果汁平分成 3 份，其中的 1 份是 } \frac{1}{3} \text{ 公升} \right)$$

$$5 \text{ 公升是 5 個 1 公升} \Rightarrow \frac{1}{3} \times 5 = \frac{5}{3} \left(\text{公升} \right)$$

答：每瓶裝 $\frac{5}{3}$ 公升。

當學生有一些解題成功的經驗後，應要求學生用沒有餘數的除法算式「 $5 \div 3 = \frac{5}{3}$ 」

把問題和答案記下來，並說明以後再遇到這個問題時，可以直接利用整數除以整

數的算式「 $5 \div 3 = \frac{5}{3}$ 」算出答案。

6. 學生三年級時，已有離散量情境分數命名的舊經驗，以「一盒蘋果有 10 顆，7 顆

蘋果相當於多少盒？」為例，學生已經知道 1 顆蘋果是 $\frac{1}{10}$ 盒，7 顆蘋果是 7 個

$\frac{1}{10}$ 盒，也就是 $\frac{7}{10}$ 盒。

因此本學習內容的教學重點不是解題，而是能用商是分數的除法算式「 $7 \div 10 =$

$\frac{7}{10}$ 」記錄解題過程。

7. 包含除情境中之整數相除問題「一盒蘋果有 10 顆，7 顆蘋果相當 $\frac{7}{10}$ 盒？」，是

比率問題「有 10 顆蘋果，7 顆蘋果佔 $\frac{7}{10}$ 」的先備知識。

8. 部分教師常要求學生最後的答案如果是假分數，必須要改記成帶分數，這是不合理的要求。

建議當學生最後算出的答案是假分數時，就記成假分數，最後算出的答案是帶分數時，就記成帶分數。本基本學習內容提供的算法，最後算出的答案都是假分數。

9. 以包含除問題「一盒蘋果有 5 個，8 個蘋果相當於幾盒？」為例，教師可以透過將「1 盒」及「5 個」同時平分成 5 份的方式，幫助學生解題。

「1 盒」有「5 個」⇒

5 個平分成 5 份，1 份是 1 個

1 盒平分成 5 份，1 份是 $\frac{1}{5}$ 盒

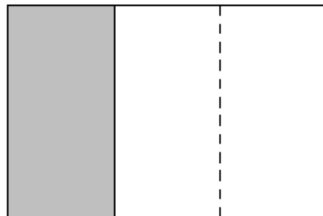
⇒ 1 個是 $\frac{1}{5}$ 盒

⇒ 8 個是 $\frac{8}{5}$ 盒

當學生有一些解題成功的經驗後，教師應要求學生用沒有餘數的除法算式

「 $8 \div 5 = \frac{8}{5}$ 」把問題和答案記下來，並說明以後再遇到這個問題時，

可以直接利用整數除以整數的算式「 $8 \div 5 = \frac{8}{5}$ 」算出答案。

題號	試題代碼				答案		
25	114-M5-A3-25				3		
學習重點	N-5-7 分數除以整數:分數除以整數的意義。最後將問題轉化為乘以單位分數。 備註：等分除教學可運用乘法分數倍之經驗（N-5-5）。包含除可和「比率」的課題結合（N-5-10）。						
知識向度	數與計算		認知向度		解題思考		
題目	<p>下圖中塗色的部分是 $\frac{1}{3}$ 張色紙。</p>  <p>老師將 $\frac{1}{3}$ 張色紙平分成 4 份，再將 1 份色紙平分成 2 片。</p> <p>甲說：1 片色紙和 $\frac{1}{24}$ 張色紙一樣大。</p> <p>乙說：$\frac{1}{3}$ 張色紙和 8 片色紙一樣大。</p> <p>請問哪些人的說法正確？</p> <p>① 只有甲正確</p> <p>② 只有乙正確</p> <p>③ 甲和乙都正確</p> <p>④ 甲和乙都不正確</p>						
選答率	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率：34%
	全 體	0.19	0.24	0.34	0.22	0.01	
	高分組	0.12	0.14	0.62	0.12	0.01	鑑別度：0.46%
	低分組	0.26	0.30	0.16	0.28	0.01	

一、試題分析

(一) 評量目標

本題給定 $\frac{1}{3}$ 張色紙的圖像，要求學生選出正確的敘述，評量學生是否理解分數除以整數的意義。

(二) 數據說明

1. 整體通過率 34%，高分組答對率 62%，低分組答對率 16%，鑑別度 0.46。
2. 34%的學生選擇正確答案③，19%的學生選擇①，24%的學生選擇②，22%的學生選擇④。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.46，正確答案為選項③，通過率為 34%，顯示超過三成的學生已理解分數除以整數的意義。
2. 有 19%的學生選擇①（低分組有 26%），這些學生可能不理解分數除以整數的意義。這些學生可能知道 $\frac{1}{3}$ 張色紙平分成 4 份，1 份是 $\frac{1}{12}$ 張色紙， $\frac{1}{12}$ 張色紙分成 2 片，1 片是 $\frac{1}{24}$ 張色紙，所以 1 片色紙和 $\frac{1}{24}$ 張色紙一樣大，但是不知道 $\frac{1}{3}$ 張色紙和 $\frac{8}{24}$ 張色紙一樣大，所以 $\frac{1}{3}$ 張色紙和 8 片色紙一樣大。
3. 有 24%的學生選擇②（低分組有 30%），這些學生可能不理解分數除以整數的意義。這些學生可能不知道 $\frac{1}{3}$ 張色紙平分成 4 份，1 份是 $\frac{1}{12}$ 張色紙， $\frac{1}{12}$ 張色紙分成 2 片，1 片是 $\frac{1}{24}$ 張色紙，所以 1 片色紙和 $\frac{1}{24}$ 張色紙一樣大。
4. 有 22%的學生選擇④（低分組有 28%），這些學生可能不理解分數除以整數的意義。這些學生可能不知道 $\frac{1}{3}$ 張色紙平分成 4 份，1 份是 $\frac{1}{12}$ 張色紙， $\frac{1}{12}$ 張色紙分成 2 片，1 片是 $\frac{1}{24}$ 張色紙，所以 1 片色紙和 $\frac{1}{24}$ 張色紙一樣大。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-5-6</p> <p>整數相除之分數表示：從分裝(測量)和平分的觀點，分別說明整數相除為分數之意義與合理性。</p> <p>備註：本條目的困難在於概念理解而非計算，教師應積極協助學生突破整數除法有餘數之固定想法，並轉化成商為分數的合理性。包含除可和「比率」的課題結合(N-5-10)。</p>	<p>N-5-7</p> <p>分數除以整數：分數除以整數的意義。最後將問題轉化為乘以單位分數。</p> <p>備註：等分除教學可運用乘法分數倍之經驗(N-5-5)。包含除可和「比率」的課題結合(N-5-10)。</p>	<p>N-5-5</p> <p>分數的乘法：整數乘以分數、分數乘以分數的意義。知道用約分簡化乘法計算。處理乘積一定比被乘數大的錯誤類型。透過分數計算的公式，知道乘法交換律在分數也成立。</p> <p>備註：建立例如「的$\frac{1}{2}$」和「$\frac{1}{2}$倍」的關連。</p>

三、教學建議

(一) 錯誤類型的可能原因

1. 學生可能不理解分數除以整數的意義。
2. 學生可能不理解分數除以整數指的是將單位量兩次分割的意義。
3. 學生無法掌握 1 張、1 份和 1 片這三個單位的意義。

(二) 核心概念與本題的教學重點

1. 本學習內容為分數乘以分數問題的先備知識，以分數乘以分數的乘法問題「一瓶果汁有 $\frac{3}{5}$ 公升， $\frac{2}{7}$ 瓶果汁是多少公升？」為例，學生必須透過先除「 $\frac{3}{5} \div 7 = \frac{3}{35}$ 」再乘「 $\frac{3}{35} \times 2 = \frac{6}{35}$ 」兩個步驟，才能算出 $\frac{2}{7}$ 瓶果汁有 $\frac{6}{35}$ 公升，其中分數除以整數「 $\frac{3}{5} \div 7 = \frac{3}{35}$ 」是本學習內容教學的重點。

2. 以等分除問題「 $\frac{3}{5}$ 公升果汁，平分裝成 4 瓶，全部裝完，每瓶裝幾公升？」為例，

可以有兩種解題的策略，建議教師必須引入第二種解題策略，幫助學生擴展分數的意義。

第一種：回到整數除以整數，商數是整數，餘數是 0 的舊經驗

$$\frac{3}{5} \text{公升} = \frac{3 \times 4}{5 \times 4} = \frac{12}{20} \text{公升} \left(12 \text{ 個 } \frac{1}{20} \text{公升} \right), 12 \div 4 = 3 \left(3 \text{ 個 } \frac{1}{20} \text{公升} \right)$$

答：每瓶裝 $\frac{3}{20}$ 公升。

第二種：回到分數命名的舊經驗（每次拿 $\frac{1}{5}$ 公升來分）

$$\frac{1}{5} \div 4 = \frac{1}{5 \times 4} = \frac{1}{20} \left(\frac{1}{5} \text{公升果汁平分成 4 份，其中的 1 份是 } \frac{1}{20} \text{公升} \right)$$

$$\frac{3}{5} \text{公升是 3 個 } \frac{1}{5} \text{公升} \Rightarrow \frac{1}{20} \times 3 = \frac{3}{20} \left(\text{公升} \right),$$

答：每瓶裝 $\frac{3}{20}$ 公升。

當學生有一些解題成功的經驗後，應要求學生用沒有餘數的除法算式

$$\left[\frac{3}{5} \div 4 = \frac{3}{5 \times 4} = \frac{3}{20} \right] \text{把問題和答案記下來，並說明以後再遇到這個問題時，可}$$

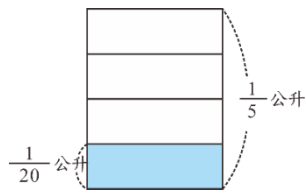
以直接利用整數除以整數的算式「 $\frac{3}{5} \div 4 = \frac{3}{5 \times 4} = \frac{3}{20}$ 」算出答案。

3. 以「將 $\frac{1}{5}$ 公升漂白水全部平分成 4 杯，其中的一杯是幾公升？」為例，說明如何幫助學生解題。

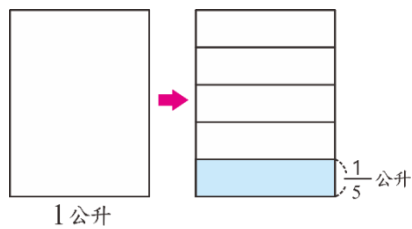
教師不宜先畫出一個長方形代表 $\frac{1}{5}$ 公升，再將長方形平分成 4 份，透過算式「 $\frac{1}{5}$

$$\div 4 = \frac{1}{5 \times 4} = \frac{1}{20}$$

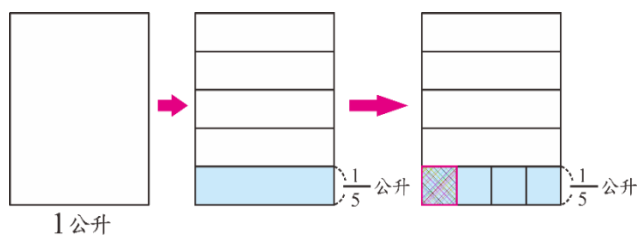
」說明其中 1 份是 $\frac{1}{20}$ 公升，因為在圖中看不到 $\frac{1}{20}$ 公升。



教師應先強調題目最後問的單位是什麼，題目最後問的單位是「公升」，因此先畫出一個長方形代表 1 公升，再將 1 公升平分成 5 大份，得到其中的 1 大份是 $\frac{1}{5}$ 公升。



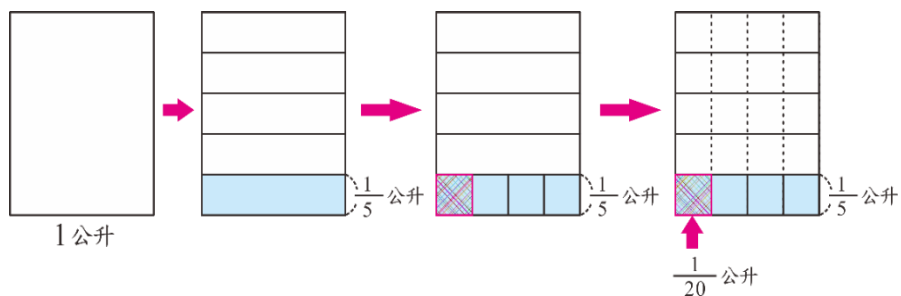
再將 $\frac{1}{5}$ 公升平分成 4 小份。



因為看不到 1 小份和 1 公升的關係，因此將平分成 4 小份的線延長，就能看到

1 公升被分割成 20(5×4)小份，並透過算式「 $\frac{1}{5} \div 4 = \frac{1}{5 \times 4} = \frac{1}{20}$ (公升)」，說

明其中的 1 小份是 $\frac{1}{20}$ 公升。



伍、整體學力表現分析

一、不同背景變項學生整體學力表現分析

本計畫同時採用古典測驗理論(classical test theory, CTT)與試題反應理論(item response theory, IRT) 三參數模式作為試題分析理論基礎，並以三參數模式進行學生能力估計。三參數模式有 a、b、c 三種參數，分別代表鑑別度、難度以及猜測度。學生能力估計值則參考 PISA 與 TIMSS 等國際大型測驗的作法，將估計出來的能力轉換至平均分數 500，標準差 100 的量尺上，再以轉換所得量尺分數進行不同背景變項學生表現分析。本年度數學五年級整體學生學力表現分布狀況，如圖 5-1 所示。

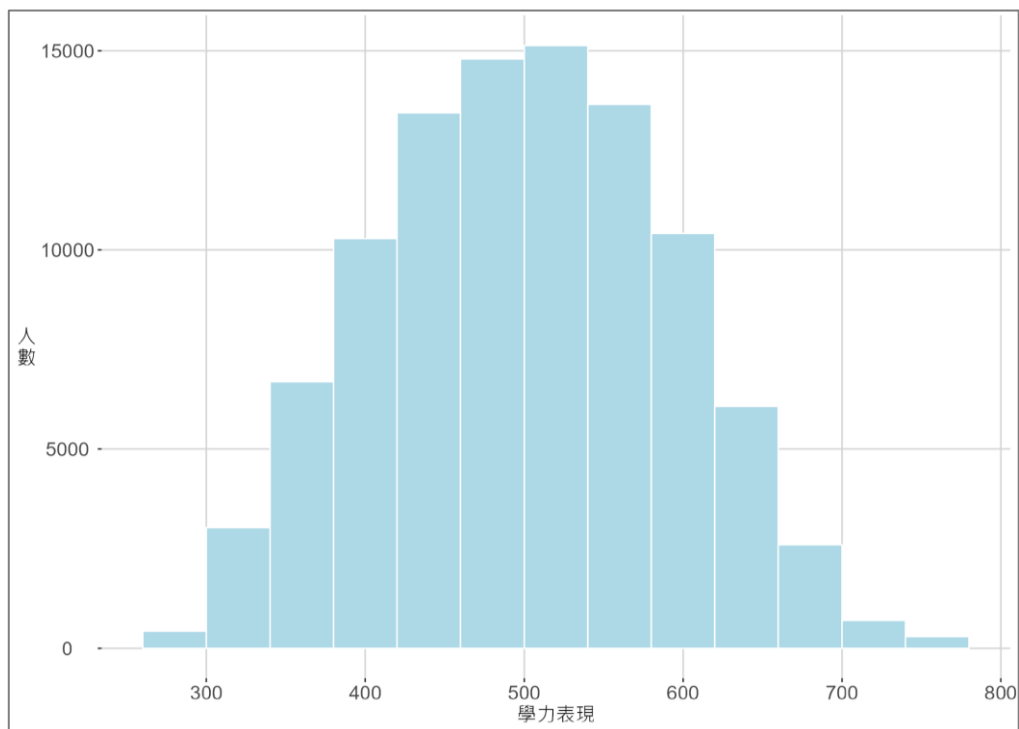


圖 5-1 數學五年級整體學生學力表現分布圖

二、國民小學五年級學生於不同學習重點之答對率表現

藉由將「國民小學數學五年級學生學習能力檢測」題號，對應之十二年國教課程綱要學習重點和答對率進行交叉對照，可更明確檢視學生表現較優異和有待加強之處，相關整理如表 5-1 所示。

表 5-1-1 數與計算學習重點及其答對率之交叉對照表

答對率%	題號	學習重點
91~100		
81~90		
71~80		
		整數、小數除以整數(商為小數)：整數除以整數(商為小數)、小數除以整數的意義。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。能用概數協助處理除不盡的情況。熟悉分母為 2、4、5、8
	2	N-5-9 之真分數所對應的小數。
61~70		備註：原則上只處理商限三位小數的情況。可讓學生從計算中發現可能有除不盡的循環現象，教師以概數處理這類問題(N-5-11)，不處理「循環小數」的命名與課題。
	14	N-4-6 等值分數：由操作活動中理解等值分數的意義。簡單異分母分數的比較、加、減的意義。簡單分數與小數的互換。 備註：簡單異分母分數指一分母為另一分母之倍數。與小數互換之簡單分數指分母為 2、5、10、100。
	1	N-5-3 公因數和公倍數：因數、倍數、公因數、公倍數、最大公因數、最小公倍數的意義。
51~60		備註：以概念認識為主，不用短除法(N-6-1、N-6-2)。
	8	N-5-8 數的乘法：整數乘以小數、小數乘以小數的意義。乘數為小數的直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。處理乘積一定比被乘數大的錯誤類型。

		備註：先連結「乘以 0.1」和「乘以 0.01」的意義和乘法直式計算的經驗再做推廣。小數乘法直式計算的方法和整數類似，但須留意小數點記法和小數加減時記法不同。
		公因數和公倍數：因數、倍數、公因數、公倍數、最大公因數、
41~50	16	N-5-3 最小公倍數的意義。 備註：以概念認識為主，不用短除法（N-6-1、N-6-2）。
	18	N-5-5 分數的乘法：整數乘以分數、分數乘以分數的意義。知道用約分簡化乘法計算。處理乘積一定比被乘數大的錯誤類型。透過分數計算的公式，知道乘法交換律在分數也成立。 備註：建立例如「的 $\frac{1}{2}$ 」和「 $\frac{1}{2}$ 倍」的關連。
	20	N-5-4 異分母分數：用約分、擴分處理等值分數並做比較。用通分做異分母分數的加減。養成利用約分化簡分數計算習慣。 備註：通分不鼓勵以分母直接相乘。通分數字限（1）分母均為一位數；（2）一分母為另一分母的倍數，且兩數小於 100；（3）乘以 2、3、4、5 就可以找到兩分母之公倍數（如 12 與 18）。
	7	N-5-1 十進位的位值系統：「兆位」至「千分位」。整合整數與小數。理解基於位值系統可延伸表示更大的數和更小的數。 備註：熟練十進位系統「乘以十」、「除以十」所延伸的計算如「 300×1200 」與「 $600000 \div 4000$ 」之處理。
	22	N-5-11 解題：對小數取概數。具體生活情境。四捨五入法。知道商除不盡的處理。理解近似的意義。 備註：教學討論近似問題時，不出現「誤差」、「近似值」之用語。
31~40	25	N-5-7 分數除以整數：分數除以整數的意義。最後將問題轉化為乘以單位分數。 備註：等分除教學可運用乘法分數倍之經驗（N-5-5）。包含除可和「比率」的課題結合（N-5-10）。

整數相除之分數表示：從分裝（測量）和平分的觀點，分別說明整數相除為分數之意義與合理性。

21~30 24 N-5-6 備註：本條目的困難在於概念理解而非計算，教師應積極協助學生突破整數除法有餘數之固定想法，並轉化成商為分數的合理性。包含除可和「比率」的課題結合（N-5-10）。

11~20

0~10

表 5-1-2 量與實測學習重點及其答對率之交叉對照表

答對率%	題號	學習重點
91~100		
81~90		
71~80		
61~70		
51~60		
41~50	21	N-4-13 解題：日常生活的時間加減問題。跨時、跨午、跨日、24 小時制。 含時間單位換算。 備註：教學須包含各種類型的時間加減問題。建議不直接談時差， 與時差有關問題，可在布題時先處理。
31~40		
21~30		
11~20		
0~10		

表 5-1-3 空間與形狀學習重點及其答對率之交叉對照表

答對率%	題號	學習重點
91~100		
81~90		
71~80		
	5	<p>S-5-6 用正方體 (長方體) 檢查面與面的平行與垂直。</p> <p>備註：強調操作與概念的合理性，不做嚴格定義。不用三角板檢查面與面的垂直，因為學生容易誤用。</p>
61~70	10	<p>S-5-7 球、柱體與錐體：以操作活動為主。認識球、(直) 圓柱、(直) 角柱、(直) 角錐、(直) 圓錐。認識柱體和錐體之構成要素與展開圖。檢查柱體兩底面平行；檢查柱體側面和底面垂直，錐體側面和底面不垂直。</p> <p>備註：應知球的截面截痕是圓、球的球心與半徑 (「截面」「截痕」一詞不出現)。「直」或「正」之用語可不出現。角柱只介紹三角柱、四角柱、五角柱、六角柱。角錐只介紹三角錐、四角錐、五角錐、六角錐 (S-9-13)。</p>
51~60	9	<p>S-5-1 三角形與四邊形的性質：操作活動與簡單推理。含三角形三內角和為 180 度。三角形任意兩邊和大於第三邊。平行四邊形的對邊相等、對角相等。</p> <p>備註：簡單推理，例如：四邊形四內角和為 360 度，三角形不可能有兩鈍角。</p>

S-5-3 扇形：扇形的定義。「圓心角」。扇形可視為圓的一部分。

將扇形與分數結合（幾分之幾圓）。能畫出指定扇形。

備註：扇形含圓心角大於 180 度的情況。理解如「圓心角 90

15 S-5-3 度的扇形是 $\frac{1}{4}$ 圓」等的結論。畫出指定扇形包括「給定

41~50 一圓，能畫出 $\frac{1}{3}$ 圓、 $\frac{1}{6}$ 圓等扇形」、「畫出指定半徑與圓心角的扇形」。

17 S-5-2 三角形與四邊形的面積：操作活動與推理。利用切割重組，建立面積公式，並能應用。

備註：計算面積的問題，若採用分數或小數之邊長與高，必須在分數和小數的乘法後教學（N-5-5、N-5-8）。

31~40	23	S-5-5	正方體和長方體：計算正方體和長方體的體積與表面積。正方體與長方體的體積公式。 備註：能算長方體的表面積，但不記成公式。
-------	----	-------	--

21~30

11~20

0~10

表 5-1-4 關係學習重點及其答對率之交叉對照表

答對率%	題號	學習重點
91~100		
81~90		
71~80	3	R-5-1 三步驟問題併式：建立將計算步驟併式的習慣，以三步驟為主。介紹「平均」。與分配律連結。 備註：學習併式不表示此後所有解題教學都必須併式(N-6-9)。
	4	R-5-2 四則計算規律 (II)：乘除混合計算。「乘法對加法或減法的分配律」。將計算規律應用於簡化混合計算。熟練整數四則混合計算。 備註：乘除混合：含「連除兩數等於除以兩數之積」；不做 $a \div (b \div c)$ 之去括號。必須呈現以下原則的範例：將應用問題轉化成算式後，再利用計算規律調整算式進行計算解題（其中調整後的算式已無法以原情境來解釋）。
	6	R-4-4 數量模式與推理 (II)：以操作活動為主。二維變化模式之觀察與推理，如二維數字圖之推理。奇數與偶數，及其加、減、乘模式。 備註：含學生之簡單推理與說明。如百數表模式、月曆模式之數字模式等。不可出現公式，此非本條目之學習目標。
61~70	12	R-4-2 四則計算規律 (I)：兩步驟計算規則。加減混合計算、乘除混合計算。在四則混合計算中運用數的運算性質。 備註：加減部分，不做 $a-(b-c)$ 之去括號。乘除只做「三數相乘，順序改變不影響其積」、「先乘後除與先除後乘的結果相同」。必須呈現以下原則的範例：將應用問題轉化成算式後，再利用計算規律調整算式進行計算解題（其中調整後的算式已無法以原情境來解釋）。
51~60		

41~50	11	R-5-3	<p>以符號表示數學公式：國中代數的前置經驗。初步體驗符號之使用，隱含「符號代表數」、「符號與運算符號的結合」的經驗。應併入其他教學活動。</p> <p>備註：藉由幾何圖形的面積與體積公式較易進行。也可在分數乘法中運用。本條目並非取代「文字表示公式」(R-4-3)，後者較易理解之優點仍可保持。</p>
	13	R-5-2	<p>四則計算規律(II)：乘除混合計算。「乘法對加法或減法的分配律」。將計算規律應用於簡化混合計算。熟練整數四則混合計算。</p> <p>備註：乘除混合：含「連除兩數等於除以兩數之積」；不做$a \div (b \div c)$之去括號。必須呈現以下原則的範例：將應用問題轉化成算式後，再利用計算規律調整算式進行計算解題(其中調整後的算式已無法以原情境來解釋)。</p>
	19	R-5-1	<p>三步驟問題併式：建立將計算步驟併式的習慣，以三步驟為主。</p> <p>介紹「平均」。與分配律連結。</p> <p>備註：學習併式不表示此後所有解題教學都必須併式(N-6-9)。</p>
31~40			
21~30			
11~20			
0~10			

陸、整體教學建議

一、學生整體表現

由表 6-1 觀之，本次測驗全體學生的平均通過率是 51%。從學生在各評量指標-知識向度與認知向度的解題表現來看，其中，在知識向度方面，學生在關係向度的平均通過率最高 (59%)，其次是空間與形狀向度 (53%)、量與實測向度 (49%)，而在數與計算向度的平均通過率最低 (46%)；在認知向度方面，學生在概念理解向度的平均通過率最高 (54%)，在程序執行向度的平均通過率為 (48%)，解題思考向度的平均通過率為 (53%)。進一步分析資料，學生在空間與形狀*解題思考向度的平均通過率最佳 (全：70%，高分組：93%，低分組：37%)；學生在數與計算*程序執行向度的平均通過率最低 (全：45%，高分組：59%，低分組：31%)。

此結果顯示針對五年級學生的數學課室教學，教師應多提供學生在操作及運算等程序執行的練習；針對各內容向度部分，在數與計算上應重視數的十進系統、分數的概念、運算及解題思考能力，量與實測的部分則須著重真實複雜情境問題的理解，空間與形狀部分則須教師多指導學生如何理解圖形中的角度、面積與體積的關係，而關係部分教師應協助學理解結合律、分配律等四則運算的性質，以提升學生更高階段的學習成效。

表 6-1 整體學生及高分組、低分組學生於各評量向度之通過率

五	概念理解			程序執行			解題思考			整體		
	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率	術語	分組	通過率	題數	分組	通過率
數與 計算	01、16、 18、22	高	0.70	02、 07、 08、 24	高	0.59	14、 20、 25	高	0.75	共 11 題	高	0.67
		全	0.46		全	0.45		全	0.46		全	0.46
		低	0.24		低	0.31		低	0.21		低	0.26
量與 實測							21	高	0.79	共 1 題	高	0.79
								全	0.49		全	0.49
								低	0.19		低	0.19

五	概念理解			程序執行			解題思考			整體		
	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率	術語	分組	通過率	題數	分組	通過率
空間 與形 狀	05	高	0.86	09、 15、 17、 23	高	0.74	10	高	0.93	共 6 題	高	0.79
		全	0.67		全	0.46		全	0.70		全	0.53
		低	0.42		低	0.21		低	0.37		低	0.27
關係	04、11、 12	高	0.85	03、13	高	0.83	06、 19	高	0.81	共 7 題	高	0.83
		全	0.61		全	0.57		全	0.58		全	0.59
		低	0.33		低	0.31		低	0.32		低	0.32
整體	共 8 題	高	0.77	共 10 題	高	0.70	共 7 題	高	0.80	共 25 題	高	0.75
		全	0.54		全	0.48		全	0.53		全	0.51
		低	0.30		低	0.27		低	0.26		低	0.28

二、對學習待加強學生的觀察

本次測驗對象是國小五年級的學生，測驗的內容是以十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校-數學領域中所羅列之五年級學生應學習的學習內容為命題依據。因此，高、低分組學生在這些題目的答對率上應相距不遠；但是，由上表 6-1 呈現的數據發現，有些題目高分組學生與低分組學生的通過率落差很大。因此，我們特別針對鑑別度較高的試題（第 15、14、21、9、1、23 題）再做進一步的分析與討論，提供老師作為教學上的參考。

(一) 扇形圓心角

1. 評量目標

第 15 題(試題如下)對應的學習內容是「S-5-3 扇形：扇形的定義。『圓心角』。扇形可視為圓的一部分。將扇形與分數結合(幾分之幾圓)。能畫出指定扇形。備註：

扇形含圓心角大於 180 度的情況。理解如『圓心角 90 度的扇形是 $\frac{1}{4}$ 圓』等的結論。

畫出指定扇形包括『給定一圓，能畫出 $\frac{1}{3}$ 圓、 $\frac{1}{6}$ 圓等扇形』、『畫出指定半徑與圓心角的扇形。』

甲為半徑 10 公分的 $\frac{1}{6}$ 圓，乙為半徑 5 公分的 $\frac{1}{3}$ 圓，
甲和乙的圓心角相差多少度？

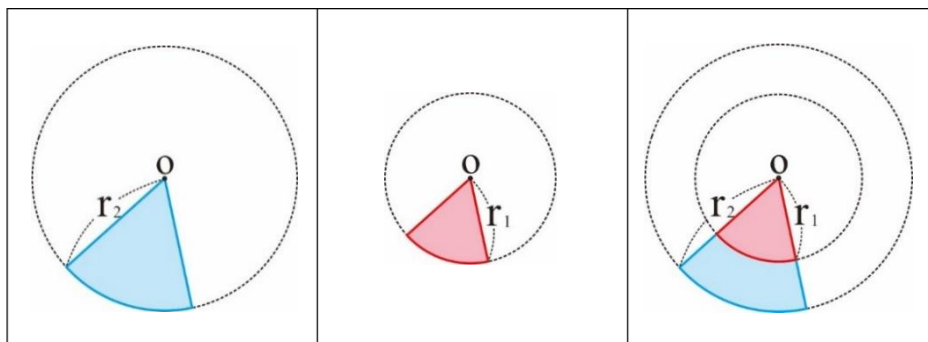
- ① 0
- ② 30
- ③ 45
- ④ 60

本題給定兩個半徑不同的相異扇形，要求學生算出圓心角的差，評量學生是否認識幾分之一圓扇形的定義。

部分學生誤認為半徑比較長的 $\frac{1}{n}$ 圓，它的圓心角比較大，半徑比較短的 $\frac{1}{n}$ 圓，它的圓心角比較小，可能的原因是教師教學時，都只呈現一個幾分之一圓，幾分之

一圓是集合的概念，可以有很多大小不同的幾分之一圓，教師如果沒有同時呈現一些大小不同的幾分之一圓，學生可能無法看到它們之間共同的特徵及差異。

教師可以透過下圖，幫助學生理解，半徑比較長的 $\frac{1}{6}$ 圓，扇形面積比較大，圓心角對應的圓弧比較長，但是它們的圓心角都是 60 度，都一樣大。



2. 試題分析

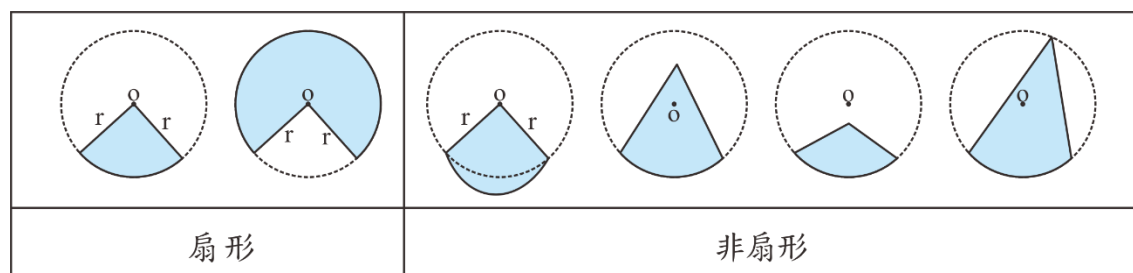
- (1) 本題鑑別度為0.63，正確答案為選項④，通過率為47%，顯示近五成的學生已掌握幾分之一圓扇形的定義。
- (2) 有15%的學生選擇①（低分組有16%），這些學生可能無法掌握幾分之一圓扇形的定義；他們可能認為圓心角和半徑有關，扇形甲的半徑是扇形乙的2倍，但是 $\frac{1}{6}$ 是 $\frac{1}{3}$ 的一半，所以互相抵消，得到圓心角相差0度。
- (3) 有22%的學生選擇②（低分組有38%），這些學生可能無法掌握幾分之一圓扇形的定義；可能可以透過 $\frac{1}{6}$ 圓及 $\frac{1}{3}$ 圓算出圓心角，但是受到扇形甲的半徑是扇形乙2倍的影響，圓心角的差由60度變為差30度。
- (4) 有17%的學生選擇③（低分組有28%），這些學生可能無法掌握幾分之一圓扇形的定義。

3. 教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

- (1) 扇形和圓有密切關係，圓上的一段圓弧，以及該圓弧兩端點和圓心連成的兩條半徑，它們所合成的圖形稱為扇形。很多學生不理解數學上扇形的意義，誤認為像扇子形狀的圖形就是扇形，下圖都是由共端點兩條長度是r的線段夾一段圓弧所

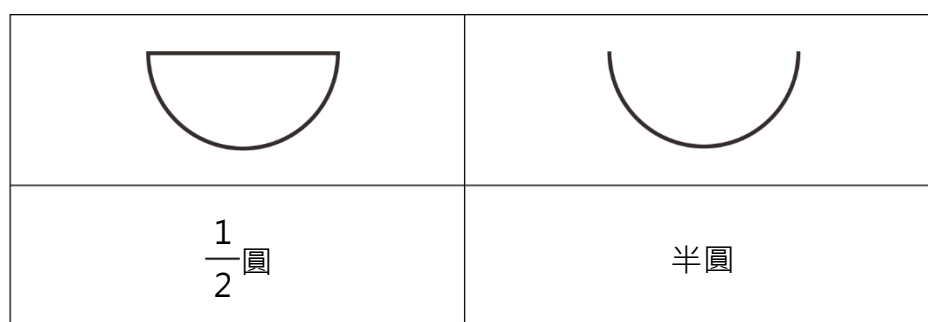
合成像扇子的圖形，如果該圓弧是半徑 r 的圓弧，該圖形是扇形，如果該圓弧不是半徑 r 的圓弧，該圖形不是扇形。



(2) 教師應區分半圓和 $\frac{1}{2}$ 圓的意義，半圓指的是圓的一半，因此半圓只有半個圓弧，

不包含兩條半徑（直徑）的部分。而 $\frac{1}{2}$ 圓是扇形，是由兩條半徑（連成一直線）

和圓弧構成的。建議教師多使用 $\frac{1}{2}$ 圓的名詞，不要使用半圓的名詞。



(3) 圓的圓心角是周角，周角的角度是360度，而扇形的圓心角是周角的部分， $\frac{1}{2}$ 圓

的圓心角是周角的 $\frac{1}{2}$ ，可以利用 $360 \times \frac{1}{2} = 180$ （度），算出 $\frac{1}{2}$ 圓的圓心角是

180度。相同的方式，可以透過 $360 \times \frac{1}{n}$ ，算出 $\frac{1}{n}$ 圓的圓心角是多少度。

(4) 學生可以直觀的比較扇形面積的大小和圓弧的長短，但是不可以評量與扇形周長或面積有關的問題，六年級才引入圓的周長與面積公式。

(5) 下面說明如何幫助學生解題：

步驟一：畫出幾個半徑不同的 $\frac{1}{6}$ 圓，幫助學生察覺所有 $\frac{1}{6}$ 圓的圓心角都相同接著

檢查學生是否知道半徑不同的 $\frac{1}{3}$ 圓，他們的圓心角也都相同。

步驟二：複習圓的圓心角是周角（四年級的教材），周角的角度是360度。

步驟三：畫出一個 $\frac{1}{6}$ 圓，幫助學生認識 $\frac{1}{6}$ 圓是把1個圓（面積）平分成6份後其中的1份，也是把周角平分成6份後其中的1份， $360 \div 6 = 60$ 度，得到 $\frac{1}{6}$ 圓的圓心角是60度。

學生可以利用 $360 \div 3 = 120$ 度，得到 $\frac{1}{3}$ 圓的圓心角是120度。

步驟四： $120 - 60 = 60$ ，得到 $\frac{1}{3}$ 圓和 $\frac{1}{6}$ 圓的圓心角相差60度。

(二) 等值分數

1. 評量目標

第 14 題（試題如下）對應的學習內容是「N-4-6 等值分數：由操作活動中理解等值分數的意義。簡單異分母分數的比較、加、減的意義。簡單分數與小數的互換。備註：簡單異分母分數指一分母為另一分母之倍數。與小數互換之簡單分數指分母為 2、5、10、100。」

有紅、黃、綠三張一樣大的色紙，老師將紅色色紙平分成 2 塊，黃色色紙平分成 4 份，綠色色紙平分成 8 片。
甲拿 1 塊紅色色紙、乙拿 3 份黃色色紙、丙拿 5 片綠色色紙。
請問誰拿的色紙面積最大，誰拿的色紙面積最小？

- ① 甲最大、乙最小
- ② 乙最大、甲最小
- ③ 丙最大、甲最小
- ④ 丙最大、乙最小

本題給定一張色紙平分成不同份數的情境，要求學生選出面積最大和最小的色紙，評量學生利用等值分數比較分數大小的能力。

稱 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{2}{4}$ 為等值分數，而不稱它們是相等的分數，表示它們是不同的兩個分數，

只是等值（量一樣多）。

以 $\frac{1}{2}$ 條繩子和 $\frac{2}{4}$ 條繩子為例， $\frac{1}{2}$ 條繩子是將 1 條繩子平分成 2 段後其中 1 段

的名字， $\frac{2}{4}$ 條繩子是將 1 條繩子平分成 4 段後其中 2 段的名字， $\frac{1}{2}$ 條和 $\frac{2}{4}$ 條的分割

和合成的方式都不相同，因此以 $\frac{1}{2}$ 條和 $\frac{2}{4}$ 條是兩個不同的分數。但是 $\frac{1}{2}$ 條和 $\frac{2}{4}$ 條繩

子的長度相同，數學上稱長度相同的 $\frac{1}{2}$ 條和 $\frac{2}{4}$ 條繩子為等值分數，將 $\frac{1}{2}$ 條和 $\frac{2}{4}$ 條繩

子長度相同的結果記成 $\frac{1}{2}$ 條 = $\frac{2}{4}$ 條。

建議教師先引入「 $\frac{1}{2}$ 條 = $\frac{2}{4}$ 條」的記法，當學生掌握等值分數的意義後，才能

將「 $\frac{1}{2}$ 條 = $\frac{2}{4}$ 條」的記法簡記成「 $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ 」。

2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為0.62，正確答案為選項②，通過率為62%，顯示超過六成的學生已具備利用等值分數比較分數大小的能力，也具備離散量情境（單位分數內容物為多個個物）分數命名的能力。
- (2) 有13%的學生選擇①（低分組有27%），這些學生可能尚未具備利用等值分數比較分數大小的能力。
- (3) 有17%的學生選擇③（低分組有30%），這些學生可能尚未具備利用等值分數比較分數大小的能力；學生也可能沒有注意到單位不同，誤認為拿的份數愈多，拿的量愈多。甲拿了1塊、丙拿了5片，所以甲拿的面積最小、丙拿的面積最大。
- (4) 有7%的學生選擇④（低分組有14%），這些學生可能尚未具備利用等值分數比較分數大小的能力。

3. 教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

(1) 四年級等值分數的教學必須在具體情境中進行，例如「 $\frac{1}{2}$ 條繩子的長度和 $\frac{2}{4}$ 條繩

子一樣長，可以記成 $\frac{1}{2}$ 條 $=\frac{2}{4}$ 條」，或「 $\frac{2}{3}$ 張色紙的面積和 $\frac{4}{6}$ 張色紙一樣大，可

以記成 $\frac{2}{3}$ 張 $=\frac{4}{6}$ 張」，或「 $\frac{2}{5}$ 包水餃和 $\frac{4}{10}$ 包水餃的個數一樣多，可以記成 $\frac{2}{5}$ 包

$=\frac{4}{10}$ 包」。

(2) 以「比較 $\frac{1}{2}$ 條和 $\frac{3}{4}$ 條誰比誰長？」為例，教師應在長度情境中，先找出 $\frac{1}{2}$ 條和 $\frac{2}{4}$

條一樣長，再比較出 $\frac{3}{4}$ 條比 $\frac{2}{4}$ 條長。最後才將 $\frac{3}{4}$ 條比 $\frac{2}{4}$ 條長的結果記成「 $\frac{3}{4}$ 條

$>\frac{1}{2}$ 條」。當學生掌握等值分數的意義後，才能將「 $\frac{3}{4}$ 條 $>\frac{1}{2}$ 條」的記法簡記成

「 $\frac{3}{4}>\frac{1}{2}$ 」。

(3) 下面說明如何幫助學生解題：

本題的評量重點有兩個，第一個是連續量情境分數的命名，分數的命名是三年級的教材；另一個重點是簡單異分母分數的比較，簡單異分母分數指一分母為另一分母之倍數。

步驟一：連續量情境分數的命名

老師將1張紅色色紙平分成2塊，其中的1塊是 $\frac{1}{2}$ 張。

老師將1張黃色色紙平分成4份，其中1份是 $\frac{1}{4}$ 張，3份是 $\frac{3}{4}$ 張。

老師將1張綠色色紙平分成8片，其中1份是 $\frac{1}{8}$ 張，5片是 $\frac{5}{8}$ 張。

步驟二：比較 $\frac{1}{2}$ 張、 $\frac{3}{4}$ 張、 $\frac{5}{8}$ 張面積的大小

因為2和4都是8的倍數，先求出 $\frac{1}{2}$ 張、 $\frac{3}{4}$ 張分母為8時的等值分數

$$\frac{1}{2}\text{張} = \frac{4}{8}\text{張}, \quad \frac{3}{4}\text{張} = \frac{6}{8}\text{張}$$

甲拿1塊紅色色紙，也就是拿了 $\frac{1}{2}$ 張 ($\frac{4}{8}$ 張)

乙拿3份黃色色紙，也就是拿了 $\frac{3}{4}$ 張 ($\frac{6}{8}$ 張)

丙拿5片綠色色紙，也就是拿了 $\frac{5}{8}$ 張

$$\frac{4}{8}\text{張} < \frac{5}{8}\text{張} < \frac{6}{8}\text{張}, \text{ 得到乙最大、甲最小。}$$

(三) 時間和時刻的加減

1. 評量目標

第 21 題 (試題如下) 對應的學習內容是「N-4-13 解題：日常生活的時間加減問題。跨時、跨午、跨日、24 小時制。含時間單位換算。備註：教學須包含各種類型的時間加減問題。建議不直接談時差，與時差有關問題，可在布題時先處理。」

爸爸要從台南搭高鐵到新竹出差，查詢高鐵車次表後，看到以下兩個車次。

台南  新竹

出發時間		抵達時間	車次	自由座車廂	備註
07:41	→	09:07	0806	10-12	早鳥 65 折起
08:13	→	09:23	0612	10-12	-

下面是甲、乙、丙、丁四人關於爸爸搭高鐵車次的說法。

甲說：0806 車次所需的行車時間比 0612 車次短。

乙說：0806 車次會比 0612 車次早 16 分鐘抵達新竹。

丙說：0806 車次的出發時間比 0612 車次早 28 分鐘。

丁說：0612 車次所需的行車時間是 70 分鐘。

請問哪兩個人的說法正確？

- ① 甲和乙
- ② 甲和丁
- ③ 乙和丙
- ④ 乙和丁

本題是時間加減的文字題，要求學生選出正確的說法，評量學生時間複名數加減法的計算能力。

四年級時間的加減包含下列類型，都可以進退位：

(1) 時間量的加減：

例如：「3小時50分鐘和2小時30分鐘合起來是多少小時多少分鐘？」。

(2) 時刻及時間的加減：

a. 兩時刻間經過多少時間：

上午3時45分到下午7時18分經過多少小時多少分鐘？

b. 甲時刻經過某時間量後是什麼時刻：

現在是3時25分，經過5小時47分鐘後是幾時幾分？

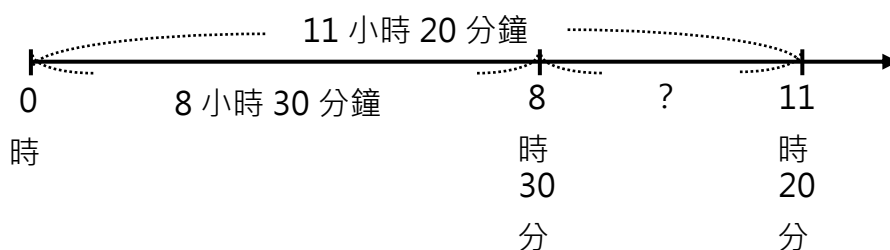
c. 甲時刻在某時間量之前是什麼時刻：

現在是下午3時25分，5小時47分鐘前是上午幾時幾分？

教師可透過時間數線，幫助學生利用加減算式解決時刻及時間的加減問題。

以「上午 8 時 30 分到上午 11 時 20 分，經過幾小時幾分鐘？」為例，可以透

過時間數線，將「上午 8 時 30 分」解讀為和上午 0 時 0 分的距離是「8 小時 30 分鐘」，將「上午 11 時 20 分」解讀為和上午 0 時 0 分的距離是「11 小時 20 分鐘」，利用「11 小時 20 分鐘 - 8 小時 30 分鐘 = 2 小時 50 分鐘」，就能得到經過 2 小時 50 分鐘的答案。



2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為0.60，正確答案為選項④，通過率為49%，顯示近五成的學生已具備時間複名數加減法的計算能力。
- (2) 有17%的學生選擇①(低分組有27%)，這些學生可能尚未具備時間複名數減法的計算能力；可能不理解選項「行車時間比較短」的意思，以為比較早抵達目的地，就是行車時間比較短，認為甲的說法正確。
- (3) 有18%的學生選擇②(低分組有28%)，這些學生可能尚未具備時間複名數減法的計算能力；可能不理解選項「行車時間比較短」的意思，以為比較早抵達目的地，就是行車時間比較短，認為甲的說法正確。
- (4) 有16%的學生選擇③(低分組有25%)，這些學生可能尚未具備時間複名數減法的計算能力，在計算「8小時13分鐘-7小時41分鐘」時解發生錯誤，學生可能的算法是 $41 - 13 = 28$ ，認為丙的說法正確。

3. 教學建議

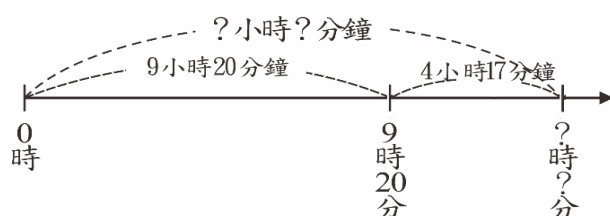
依據分析結果，教學建議如下：

- (1) 教師應分辨日常生活中的說法與數學上說法的異同。
 - a. 「現在是什麼時間？」是日常生活中經常使用的說法，數學上的說法是「現在是什麼時刻？」。
 - b. 「下午12時40分」是日常生活中經常使用的說法，而數學上的說法是「下午0時40分」，因為12時制不會超過12時。
 - c. 「11時至13時或12時至13時都稱為中午」是日常生活中經常使用的說法；數

學上的說法是「中午是為了區分上午和下午，因此只有12時是中午」。

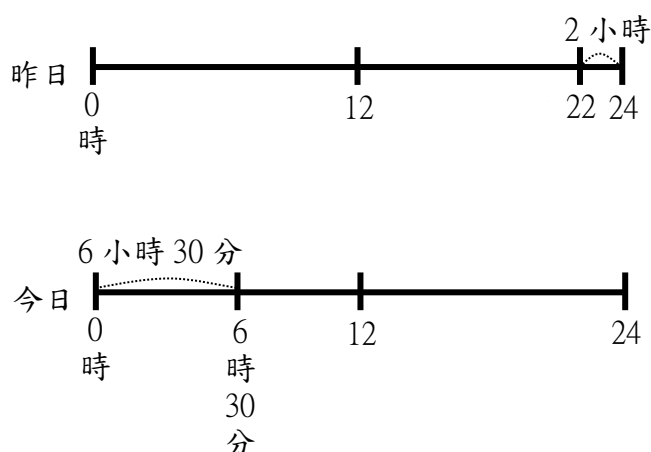
(2) 學生必須熟悉12時制，才能將12時制改記成24時制，並進行12時制和24時制的互換。在二、三年級時，教師宜培養學生使用12時制的習慣，例如「上午7時40分到校」、「中午12時用餐」、「下午3點10分打掃工作」等，為四年級引入24時制，以及12時制及24時制的互換鋪路。

(3) 以「一部電影片長4小時17分鐘，從上午9時20分開始播放，電影結束是幾時幾分？（用12時制表示）」為例，可以透過時間數線，將「上午9時20分」解讀為和上午0時0分的距離是「9小時20分鐘」，利用「9小時20分鐘 + 4小時17分鐘 = 13小時37分鐘」，算出結束的時間是「13時37分」。13時37分就是下午1時37分。



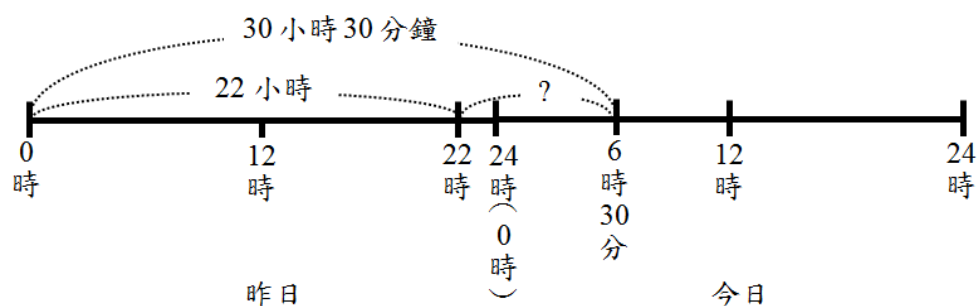
(4) 以「哥哥昨天下午10時上床睡覺，今天上午6時30分起床，他總共睡了幾小時幾分鐘？」為例，教師透過時間數線進行跨日時間教學時，宜先畫出兩日的兩條時間數線幫助學生解題，解題成功後再將兩日的時間數線合併。

方法一：畫出兩日的時間數線解題



下午10時改記成24時制是22時， $24 - 22 = 2$ ，表示昨日睡了2小時。
6時30分到0時的距離是6小時30分鐘，表示今日睡了6小時30分鐘，
 $2\text{小時} + 6\text{小時}30\text{分鐘} = 8\text{小時}30\text{分鐘}$ ，表示哥哥從昨日下午10時到今日上午6時30分，共睡了8小時30分鐘。

方法二：連接兩日時間數線解題



下午10時改記成24時制是22時，0時到22時的距離是22小時。

$24\text{小時} + 6\text{小時}30\text{分鐘} = 30\text{小時}30\text{分鐘}$ ，表示昨日0時到今日6時30分的距離是30小時30分鐘。

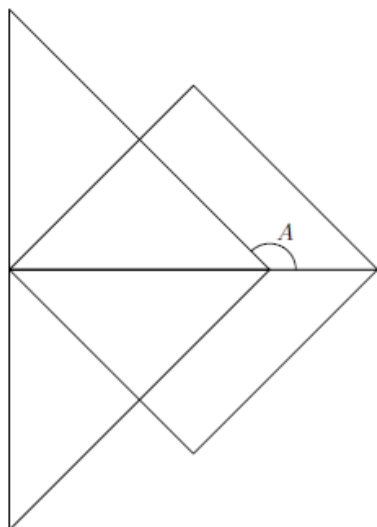
$30\text{小時}30\text{分鐘} - 22\text{小時} = 8\text{小時}30\text{分鐘}$ ，表示哥哥從昨日下午10時到今日上午6時30分，共睡了8小時30分鐘。

(四) 三角形內角和為180度的應用

1. 評量目標

第9題（試題如下）對應的學習內容是「S-5-1 三角形與四邊形的性質：操作活動與簡單推理。含三角形三內角和為180度。三角形任意兩邊和大於第三邊。平行四邊形的對邊相等、對角相等。備註：簡單推理，例如：四邊形四內角和為360度，三角形不可能有兩鈍角。」

下圖是由 4 個全等的等腰直角三角形所組成的圖形。



請問角 A 是多少度？

- ① 145
- ② 135
- ③ 125
- ④ 120

本題給定由 4 個全等等腰直角三角形拼成圖形，要求學生算出指定角的角度，評量學生利用三角形內角和為 180 度性質解題的能力。

本題低分組學生的選答率為 25%、30%、20%、25%，顯示低分組學生無法解決較複雜的複合圖形。

教師在幫助學生解複合圖形問題時，通常會直接告訴學生解題的重要資訊，學生得到這些資訊後，就能成功解題，教師可能認為學生已學會這個問題。其實不然，因為評量時，教師不在學生旁邊，無法提供學生資訊，而學生可能無法自行找出重要的解題資訊，因此無法解題。

下面以本題為例，簡單說明如何幫助學生解複合圖形。

步驟一：複習等腰直角三角形及平角的性質

四年級已引入等腰直角三角形的性質，等腰直角三角形有一個直角、兩個銳角，等腰直角三角形兩腰等長，兩底角一樣大。

四年級已引入平角的名詞，平角的角度是 180 度，以這幾年學力檢測的數據顯示，只要評量的角度超過 180 度，學生的通過率都很低（請參閱 112 學力檢測第 25 題，整體通過率 23%、高分組 37%、低分組 16%），建議教師必須檢查學生是否掌握平角及比平角大的角的意義。

步驟二：檢查學生是否認識三角形的內角和為 180 度，並利用該性質算出等腰直角三角形兩底角都是 45 度。

步驟三：要求學生指出題目給定的 4 個等腰直角三角形，並標示出所有等腰直角三角形底角的角度。學生有足夠的解題經驗後，就能自行判斷並找出重要的解題資訊。

步驟四：要求學生指出重要的解題資訊，利用 $180 - 45 = 135$ 算出角 A 是 135 度。

2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為 0.60，正確答案為選項②，通過率為 60%，顯示六成的學生已具備利用三角形內角和為 180 度性質解題的能力；這些學生應該也知道平角的角度為 180 度（四年級教材）及等腰直角三角形兩底角相等的性質（四年級教材）。
- (2) 有 14% 的學生選擇①（低分組有 25%），這些學生可能不具備利用三角形內角和為 180 度性質解題的能力；也可能已具備利用三角形內角和為 180 度性質解題的能力，但是在計算時發生錯誤。
- (3) 有 11% 的學生選擇③（低分組有 20%），這些學生可能不具備利用三角形內角和為 180 度性質解題的能力。
- (4) 有 14% 的學生選擇④（低分組有 25%），這些學生可能不具備利用三角形內角和為 180 度性質解題的能力；也可能直觀的認為角 A 大約是 120 度。

3. 教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

- (1) 本學習內容教學重點是所有三角形的內角和都是 180 度，教師不宜只求出某一個三角形的內角和是 180 度，就說明所有三角形的內角和都是 180 度。
教師應幫助學生認識，直角三角形、銳角三角形及鈍角三角形的內角和都是 180 度。有兩種幫助學生理解三角形三內角和是 180 度的方法，分別說明如下：
方法一：拿出或畫出多個不同的三角形（三角形要包含直角、銳角及鈍角三角形

三類)，要求學生測量出這些三角形的所有角，再分別算出這些三角形三個角的角度和。幫助學生理解這些三角形三個角的角度和都是180度。

方法二：拿出一些三角形(要包含直角、銳角及鈍角三角形三類)，要求學生剪下三角形的3個角，再將同一個三角形的3個角拼湊在一起，幫助學生理解這些三角形的三個角都可以拼成一個平角，因此這些三角形3個角的角度和都是180度。

(2)有兩種引入四邊形內角和是360度的方法，如果學生無法掌握方法一解題的意義，教師應引入方法二。

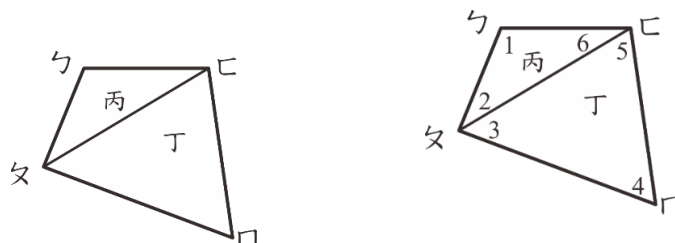
方法一：沿著對角線將四邊形切割成三角形丙和三角形丁。



(圖一)

三角形丙和三角形丁的內角和都是180度， $180 + 180 = 360$ ，所以四邊形內角和為360度。

方法二：沿著對角線將四邊形切割成三角形丙和三角形丁後，將兩個三角形每個內角都標示出來。



先列出已知的條件： $\angle 1 + \angle 2 + \angle 6 = \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 180$ (度)，

再列出待求的條件： $\angle ㄅ + \angle ㄘ + \angle ㄅ + \angle ㄩ = (\quad)$

幫助學生理解：

四邊形的內角和 = $\angle ㄅ + \angle ㄘ + \angle ㄅ + \angle ㄩ$

= $\angle 1 + (\angle 2 + \angle 3) + \angle 4 + (\angle 5 + \angle 6)$

= $(\angle 1 + \angle 2 + \angle 6) + (\angle 3 + \angle 4 + \angle 5)$

= $180 + 180 = 360$ (度)。

(3) 教學或評量時不宜出現「內角」的名詞，未引入外角概念前，沒有區分內角及外角的需求。

(五) 最小公倍數

1. 評量目標

第 1 題 (試題如下) 對應的學習內容是「N-5-3 公因數和公倍數：因數、倍數、公因數、公倍數、最大公因數、最小公倍數的意義。備註：以概念認識為主，不用短除法(N-6-1、N-6-2)。」

已知 42 的倍數有 42、84、126、168、210、……。
下列何者是 28 和 42 的最小公倍數？

- ① 7
- ② 14
- ③ 84
- ④ 168

本題給定兩數及其中一數部分的倍數，要求學生找出兩數的最小公倍數，評量學生求兩數最小公倍數的能力。

部分安親班五年級就引入短除法幫助學生較快速的算出最大公因數和最小公倍數，建議教師在評量時儘量不要命「求 42 和 28 的最小公倍數」或「求 42 和 28 的最大公因數」這類題型，儘量命像本題這類的題型，學生只要逐一判斷給定 42 的倍數是否也是 28 的倍數，即可找出 42 和 28 的公倍數。

2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為0.57，正確答案為選項③，通過率為59%，顯示近六成的學生已具備求兩數最小公倍數的能力。
- (2) 有27%的學生選擇① (低分組有47%)，這些學生可能尚未具備求兩數最小公倍數的能力；也可能混淆「最小公倍數」和「最大公因數」的意義，以「最大公因數」當成「最小公倍數」的答案；也可能受到關鍵字「最小」的影響，選擇數字比較小的「最大公因數」為答案。
- (3) 有6%的學生選擇② (低分組有14%)，這些學生可能尚未具備求兩數最小公倍數的能力，以兩數的公因數為答案。

- (4) 有8%的學生選擇④(低分組有9%)，這些學生可能尚未具備求兩數最小公倍數的能力，以兩數的公倍數為答案。

3. 教學建議

依據分析結果，教學建議如下：

- (1) 教師應區分「倍數」與「幾倍」的意義。

學生可能混淆「倍數」與「幾倍」的意義，誤認為2是0.1的倍數。

正確的說法是：2不是0.1的倍數，但2是0.1的20倍。

- a. 倍數的意義：

數學上只在整數的情境討論因數與倍數，因此，不論透過乘法 $b = a \times q$ 或除法 $b \div a = q \dots 0$ ，判斷a是否為b的因數時，a、b和q都必須是整數。0.1不是整數，因此0.1不是2的因數，2也不是0.1的倍數。

- b. 幾倍的意義：

a是b的 $\frac{a}{b}$ 倍，指的是將b視為基準量1時，比較量a是 $\frac{a}{b}$ 。

將0.1視為基準量1，比較量2是20個0.1，因此2是0.1的20倍。

- (2) 以求「8和12的公倍數」為例，教師可以先求出12部分的倍數12、24、36、48、60、72、84、96等，再判斷這些數是否為8的倍數，例如24、48、72、96也是8的倍數，所以24、48、72、96是8和12的公倍數，幫助學生簡化求公倍數的解題過程。
- (3) 以求「8和12的公倍數」為例，當學生求出24、48、72、96等是8和12的公倍數，24是8和12的最小公倍數後，教師應幫助學生認識公倍數24、48、72、96等都是最小公倍數24的倍數，為六年級利用短除法解公倍數的文字題鋪路。六年級利用短除法解題時，只能求出最小公倍數，無法求出其它的公倍數。

114 年學力檢測測驗題本
數學五年級

作答注意事項：

各位同學：

你們好。

這是一份數學的試題，總共 25 題。

測驗時間為 40 分鐘。

每一題請選出一個最合適的答案，並用 2B 鉛筆在答案卡畫記，不可超出格線外，如果需要修改答案，請使用橡皮擦擦拭乾淨，再重新畫記。

畫記說明：

當你想選④時，請在「答案卡」該題題號後方把④的圓圈塗黑，如：① ② ③ ●

其他事項：

★ 每一題都要回答。

★ 試題如有錯誤，請立即告知老師。

學 校	
班 級	
座 號	
姓 名	

1. 已知 42 的倍數有 42、84、126、168、210、……。
下列何者是 28 和 42 的最小公倍數？

- ① 7
- ② 14
- ③ 84
- ④ 168

2. 請問「 $1 \div 7$ 」商算到小數點後第三位時的餘數為何？

- ① 0.0006
- ② 0.006
- ③ 0.06
- ④ 0.6

3. 將下列三個算式合併成一個算式。

$$750 + 599 = 1349$$

$$1349 \times 5 = 6745$$

$$7000 - 6745 = 255$$

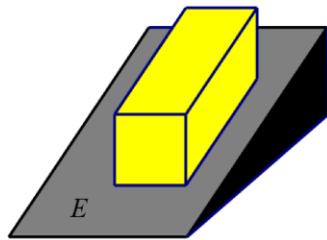
下列哪個選項正確？

- ① $750 + 599 \times 5 - 7000 = 255$
- ② $(750 + 599) \times 5 - 7000 = 255$
- ③ $7000 - 750 + 599 \times 5 = 255$
- ④ $7000 - (750 + 599) \times 5 = 255$

4. 「鉛筆一枝賣 39 元，哥哥早上買了 99 枝，下午又買了 1 枝，共花了多少元？」下列哪個算式無法算出正確答案？

- ① $39 \times (99 + 1)$
- ② $39 \times 99 + 39$
- ③ $39 \times 99 + 99$
- ④ $39 \times 1 + 39 \times 99$

5. 將一個長方體放在一個斜板上，斜板的面為 E 面，請問長方體有多少個面和 E 面垂直？



- ① 0
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4

6. 下圖是學校視聽教室的座位編號圖。

前方舞臺區									
1	3	走 道	5	7	8	6	走 道	4	2
9	11		13	15	A	14		12	10
17	B		21	C	24	22		D	18
⋮	⋮		⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮

甲說：A 座位的編號是奇數。

乙說：編號 30 的座位在走道旁邊。

丙說：B 座位的後方座位編號是 25。

請問哪些人的說法正確？

- ① 只有乙
- ② 只有丙
- ③ 只有甲和乙
- ④ 只有乙和丙

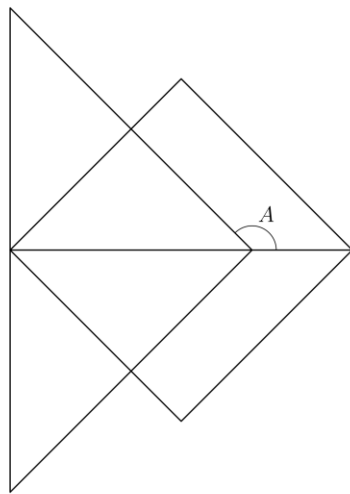
7. 請問「2.05 兆」是「2.05 萬」的多少倍？

- ① 1 萬
- ② 1 千萬
- ③ 1 億
- ④ 10 億

8. 長方形甲的長是 230 公分，寬是 1025 公分。
可以用「 $230 \times 1025 = 235750$ 」算出長方形甲的面積是 235750 平方公分。
 $230\text{公分} = 2.3\text{公尺}$ ， $1025\text{公分} = 10.25\text{公尺}$ ，
也可以用「 2.3×10.25 」算出長方形甲的面積是多少平方公尺。
請問長方形甲的面積是多少平方公尺？

- ① 2.3575
- ② 23.575
- ③ 235.75
- ④ 2357.5

9. 下圖是由 4 個全等的等腰直角三角形所組成的圖形。



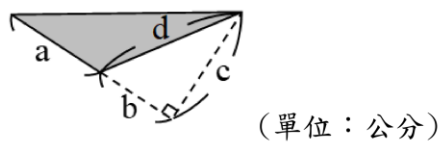
請問角 A 是多少度？

- ① 145
- ② 135
- ③ 125
- ④ 120

10. 請問下列哪種立體形體有 12 條邊？

- ① 四角柱
- ② 五角錐
- ③ 六角柱
- ④ 十二角錐

11. 如圖，下列哪個算式可以算出塗色部分三角形的面積是多少平方公分？



- ① $a \times c$
- ② $a \times c \div 2$
- ③ $a \times d \div 2$
- ④ $(a + b) \times c \div 2$

12. 下列哪個算式的答案和其它三個算式的答案不一樣？

- ① $21 \times 63 \div 3$
- ② $21 \div 3 \times 63$
- ③ $63 \times 3 \div 21$
- ④ $63 \div 3 \times 21$

13. 算算看， $360 - 120 \div (4 + 6 \times 6) = ?$

① 358

② 357

③ 6

④ 4

14. 有紅、黃、綠三張一樣大的色紙，老師將紅色色紙平分成 2 塊，黃色色紙平分成 4 份，綠色色紙平分成 8 片。

甲拿 1 塊紅色色紙、乙拿 3 份黃色色紙、丙拿 5 片綠色色紙。

請問誰拿的色紙面積最大，誰拿的色紙面積最小？

① 甲最大、乙最小

② 乙最大、甲最小

③ 丙最大、甲最小

④ 丙最大、乙最小

15. 甲為半徑 10 公分的 $\frac{1}{6}$ 圓，乙為半徑 5 公分的 $\frac{1}{3}$ 圓，

甲和乙的圓心角相差多少度？

① 0

② 30

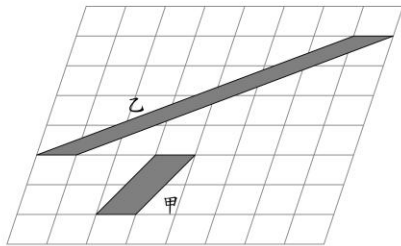
③ 45

④ 60

16. 甲是 16 的因數，甲也是 16 的倍數。下列關於甲的敘述何者不正確？

- ① 甲是 8 的倍數
- ② 甲的因數有奇數個
- ③ 4 是甲的因數
- ④ 32 是甲的因數

17. 下圖是由 64 個全等的小平行四邊形拼成的圖形。



已經知道平行四邊形甲的面積是 21 平方公分，
請問平行四邊形乙的面積是多少平方公分？

- ① 21
- ② 42
- ③ 63
- ④ 84

18. 已經知道「 $\text{甲} \times \frac{11}{13} = \text{乙}$ 、 $\text{丙} \times 1.01 = \text{丁}$ 」，而且甲和丙都不等於 0。

下列關於甲、乙和丙、丁大小關係的敘述，何者正確？

- ① 甲 < 乙、丙 > 丁
- ② 甲 < 乙、丙 < 丁
- ③ 甲 > 乙、丙 > 丁
- ④ 甲 > 乙、丙 < 丁

19. 「小東全家人一起去旅遊，訂了 2 間雙人房，3 份晚餐，共花了 7900 元。一份晚餐 500 元，請問 1 間雙人房多少元？」

下列哪個算式可以算出正確的答案？

- ① $7900 - (500 \times 3) \div 2$
- ② $7900 - 500 \times 3 \times 2$
- ③ $(7900 - 500 \times 3) \div 2$
- ④ $7900 - (500 \times 3 \times 2)$

20. 下列哪個分數比 $\frac{25}{8}$ 大，但是比 $3\frac{10}{48}$ 小？

- ① $\frac{19}{6}$
- ② $\frac{26}{8}$
- ③ $\frac{4}{24}$
- ④ $3\frac{5}{48}$

21. 爸爸要從台南搭高鐵到新竹出差，查詢高鐵車次表後，看到以下兩個車次。

台南  新竹

出發時間		抵達時間	車次	自由座車廂	備註
07:41	→	09:07	0806	10-12	早鳥 65 折起
08:13	→	09:23	0612	10-12	-

下面是甲、乙、丙、丁四人關於爸爸搭高鐵車次的說法。

甲說：0806 車次所需的行車時間比 0612 車次短。

乙說：0806 車次會比 0612 車次早 16 分鐘抵達新竹。

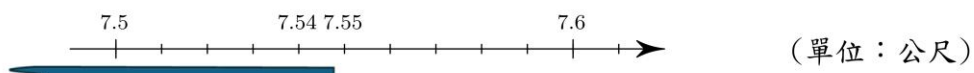
丙說：0806 車次的出發時間比 0612 車次早 28 分鐘。

丁說：0612 車次所需的行車時間是 70 分鐘。

請問哪兩個人的說法正確？

- ① 甲和乙
- ② 甲和丁
- ③ 乙和丙
- ④ 乙和丁

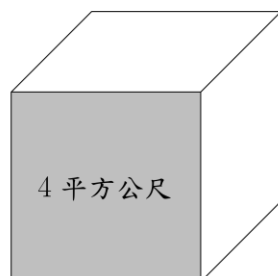
22. 如圖，緞帶一邊對齊刻度 0，另一邊在刻度 7.54 公尺和 7.55 公尺之間。



下列關於將緞帶長度取概數後的敘述，何者正確？

- ① 用四捨五入法取概數到個位，緞帶的長度大約為 7 公尺
- ② 用四捨五入法取概數到小數點第一位，緞帶的長度大約為 7.6 公尺
- ③ 用四捨五入法取概數到小數點第二位，緞帶的長度大約為 7.55 公尺
- ④ 因為不知道緞帶的實際長度，因此無法將緞帶長度用四捨五入法取概數

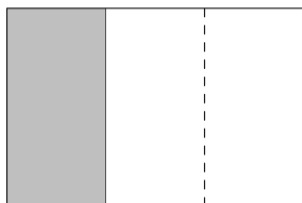
23. 有一個正方體大理石塊，其中一個面的面積是 4 平方公尺，
請問大理石塊的體積是多少立方公尺？



- ① 8
② 16
③ 24
④ 64
24. 一盒餅乾 40 片，媽媽買了 2 盒餅乾，姊姊吃了 12 片，
請問姊姊吃了多少盒餅乾？

- ① $\frac{12}{40}$
② $\frac{40}{12}$
③ $\frac{12}{80}$
④ $\frac{80}{12}$

25. 下圖中塗色的部分是 $\frac{1}{3}$ 張色紙。



老師將 $\frac{1}{3}$ 張色紙平分成 4 份，再將 1 份色紙平分成 2 片。

甲說：1 片色紙和 $\frac{1}{24}$ 張色紙一樣大。

乙說： $\frac{1}{3}$ 張色紙和 8 片色紙一樣大。

請問哪些人的說法正確？

- ① 只有甲正確
- ② 只有乙正確
- ③ 甲和乙都正確
- ④ 甲和乙都不正確